

AZ ATOMENERGIA- ÉS MAGKUTATÁS ÚJABB EREDMÉNYEI

Az atommagok kollektív gerjesztései

**Szerkesztette
Lovas István**



Akadémiai Kiadó, Budapest



**Az atomenergia- és magkutatás
újabb eredményei**

8



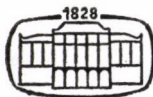
**Az atomenergia- és magkutató
újabb eredményei
8. kötet**

Szerkeszti

KOLTAY EDE

A szerkesztőbizottság tagjai

**Berényi Dénes, Csikai Gyula, Csom Gyula, Gyimesi Zoltán,
Keszthelyi Lajos, Korecz László, Dörnyei Németh Judit,
Pócs Lajos, Szatmáry Zoltán, Szabó Ferenc, Veres Árpád**



Akadémiai Kiadó • Budapest 1991

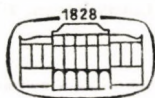
Az atommagok kollektív gerjesztései

Szerkesztette

Lovas István

A kötet szerzői

**Lovas István, Kiss Ádám, Sükösd Csaba,
Cseh József**



Akadémiai Kiadó • Budapest 1991

ISBN 963 05 5822 X

Kiadja az Akadémiai Kiadó, Budapest

Első kiadás: 1991

© Lovas István, 1991

Minden jog fenntartva, beleértve a sokszorosítás, a nyilvános előadás, a rádió- és televízióadás, valamint a fordítás jogát, az egyes fejezeteket illetően is.

Printed in Hungary

Tartalom

Előszó	7
Lovas István	
A kollektív modell alapjai	9
Kiss Ádám	
Az atommagok nagy perdületű állapotai	105
Sükösd Csaba	
Az atommagok óriásrezonanciái	187
Cseh József	
Az atommagok kölcsönhatóbozon-modelljei	281

Előszó

Az atommagok kollektív gerjesztéseiről szerzett ismereteink a magfizika egyik legfontosabb fejezetét alkotják. Ez a könyv csupán arra vállalkozik, hogy egy rövid bevezetést és három szerény bepillantást adjon a magfizika ezen gazdag területére.

„A kollektív modell alapjai” című tanulmányban áttekintjük a magfelület deformációjára, a vibrációs és rotációs gerjesztésekre vonatkozó alapfogalmakat, majd ismertetjük a deformált magtörzs körül mozgó nukleon „egyrészcseke”-gerjesztéseinek legjellegzetesebb tulajdonságait. Ezt a bevezető tanulmányt a nagy energiás vibrációs gerjesztések rövid ismertetése zárja.

A továbbiakban a kollektív gerjesztések tanulmányozásának három olyan területét választottuk ki, amelyek egyrészt alkalmasak a magfizikai kollektív jelenségek illusztrálására, másrészt a kutatásnak jelenleg is, és feltehetőleg még jó néhány évig, az élvonalához tartoznak. Ezek rendre a következők:

Az atommagok nagy perdületű állapotai.

Az atommagok óriásrezonanciái.

Az atommagok kölcsönhatóbozon-modelljei.

E könyv olyan önálló tanulmányokból áll, amelyek nem teszik feltétlenül szükségessé a megelőzők ismeretét, de a szerzők törekedtek arra, hogy az egyes tanulmányok segítsék a következők jobb megértését.

Lovas István

The following is a list of the names of the persons who have been elected to the office of the President of the United States since the year 1789. The names are given in the order in which they were elected, and the year of their election is given in parentheses. The names are given in the order in which they were elected, and the year of their election is given in parentheses.

George Washington (1789)
 John Adams (1797)
 Thomas Jefferson (1801)
 James Madison (1809)
 James Monroe (1817)
 John Quincy Adams (1825)
 Andrew Jackson (1829)
 Martin Van Buren (1837)
 William Henry Harrison (1841)
 John Tyler (1845)
 Zachary Taylor (1850)
 Franklin Pierce (1853)
 James Buchanan (1857)
 Abraham Lincoln (1861)
 Andrew Johnson (1865)
 Ulysses S. Grant (1869)
 Rutherford B. Hayes (1877)
 James A. Garfield (1881)
 Chester A. Arthur (1881)
 Grover Cleveland (1885)
 Benjamin Harrison (1889)
 William McKinley (1897)
 Theodore Roosevelt (1901)
 William Howard Taft (1909)
 Woodrow Wilson (1913)
 Warren G. Harding (1921)
 Calvin Coolidge (1923)
 Herbert Hoover (1929)
 Franklin D. Roosevelt (1933)
 Harry S. Truman (1945)
 Dwight D. Eisenhower (1953)
 John F. Kennedy (1961)
 Lyndon B. Johnson (1963)
 Richard M. Nixon (1969)
 Gerald R. Ford (1974)
 Jimmy Carter (1977)
 Ronald Reagan (1981)
 George H. W. Bush (1989)
 Bill Clinton (1993)
 George W. Bush (2001)
 Barack Obama (2009)
 Donald Trump (2017)

A kollektív modell alapjai

Lovas István

Algebra: A Comprehensive Guide

Page 1

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	13
2. A magfelület deformációja	19
3. A kollektív mozgás Hamilton-függvénye	23
4. A kollektív mozgás kvantálása	30
5. A gömbszimmetrikus magok vibrációja	31
6. A deformált magok rotációja és vibrációja	36
7. Rotációs állapotok	41
8. A deformált magok vibrációja.....	46
9. Egyesített modell.....	49
10. Gömbszimmetrikus páros-páratlan magok	53
11. Deformált páros-páratlan magok	57
12. A deformált magok egyrészesecske-állapotai	64
13. Az atommagok tehetetlenségi nyomatéka	71
14. A deformált magok kvadrupólusmomentuma	80

15. Nagy energiájú kollektív gerjesztések	84
15.1. Monopólusvibráció	84
15.2. Dipólusvibráció	88
15.3. A dipólusvibráció mikroszkopikus leírása	93
16. Függelék: A forgáscsoport és ábrázolásai	99
17. Irodalomjegyzék	104

1. Bevezetés

Az atommagokra vonatkozó ismereteink közül az egyik leg-alapvetőbb az a megfigyelés, hogy a mag térfogata arányos a magban található nukleonok számával, azaz mennél több a nukleon, annál nagyobb a mag. A magokat ezen tulajdonság szempontjából összehasonlítva más ismert fizikai rendszerekkel, megállapíthatjuk, hogy a magok nem hasonlítanak a gázokra, mert azok kiterjedését nem a gázrészecskék száma, hanem a rendelkezésre álló térfogat határozza meg. Nem hasonlítanak az atomokra sem, mert az atomok térfogata és a bennük foglalt elektronok száma közötti kapcsolat távolról sem lineáris, sőt még csak nem is monoton. Hasonlítanak viszont az atommagok a kondenzált anyagokra, elsősorban a folyadékokra, mert ezek térfogata ugyancsak arányosan nő a bennük található alkatrészek (atomok vagy molekulák) számával. Ezt a felfogást erősíti meg az a másik alapvető megfigyelés, amely szerint a magok kötési energiája annál nagyobb, mennél több a magban kötött nukleonok száma, hasonlóan ahhoz, ahogyan a kondenzációkor felszabaduló hő mennyisége együtt növekszik a folyadékba kondenzálódott folyadékrészecskék számával. A pontos elemzés azt mutatja, hogy a kötési energia nem arányos szigorúan a nukleonok számával, az eltérés viszont kitűnően értelmezhető azzal a feltevéssel, hogy a véges térfogatú mag felületén található nukleonok kötési energiája kisebb, mint a térfogat belsejében található nukleonoké. Hasonló a helyzet a véges térfogatú folyadékcsepp esetén is.

Ezen hasonlóságok vezettek a mag első sikeres, mindmáig alapvető fontosságú modelljéhez, a *folyadékcseppmodell*hez, amely a jól ismert Weizsäcker-féle félempirikus formula segítségével kvantitatív formában is megfogalmazható. A cseppmodell sikerének jellemzésére elegendő megemlíteni, hogy ennek a modellnek a segítségével lehetett értelmezni a maghasadás jelenségét.

A magfizika legfontosabb törvényszerűségeit helyesen visszatükröző cseppmodell megfogalmazásával és sikeres alkalmazásával párhuzamosan fejlődött egy másik irányzat is, amely Heisenbergnek és Ivanyenkónak abból a felismeréséből indult ki, hogy a magok protonokból és neutronokból felépülő sokrészeecske-rendszerek. Ezen irányzat egy olyan modell kidolgozását tűzte ki célul, amely a folyadékcsepp „gyanúsna” ítélt klasszikus analógiája helyett a nukleonok szabadságfokaival operál, és a kvantumelmélet keretei között fogalmazható meg.

Egy ilyen modell kidolgozására irányuló erőfeszítések sikere meglehetősen korlátozott volt, mindaddig, amíg M. Goeppert-Mayer és H. Jensen meg nem találta a mágikus számok értelmezését az erős spin-pálya kölcsönhatás feltételezése révén.

Ez a felfedezés lehetővé tette a héjmodell módszeres kiépítését, amely azután a kísérleti adatok óriási halmazát volt képes sikeresen értelmezni és egy konzisztens képbe összefoglalni. A *héjmodell* sikereinek láttán egyre inkább erősödött az a hit, hogy csak idő és szorgos munka szükségeltetik ahhoz, hogy minden fontos magfizikai jelenséget értelmezni lehessen a héjmodell segítségével.

Ennek ellenére, éppen a héjmodell első, leglátványosabb sikereivel egy időben indult újabb fejlődésnek a cseppmodell. Ez azért következett be, mert megfigyelték, hogy bizonyos magtartományokban ($A \sim 26$, $150 < A < 185$ és $A > 225$) a magok alakja nagymértékben eltér a gömbalaktól, és ez a nagymértékű deformáció a héjmodell segítségével nem értelmezhető. A gömbalaktól való eltérés jellemzésére legalkalmasabb mennyiség az elektromos kvadrupólusmomentum, amelyet a

$$q = e \sum_{i=1}^Z (3r_i^2 - x_i^2 - y_i^2 - z_i^2)$$

képlettel definiálunk, ahol x_i , y_i , z_i és r_i a mag i -edik protonjának koordinátái, a mag középpontjához rögzített koordináta-rendszerben.

Hogy a héjmodellnek a legegyszerűbb változata, a *független-részecske-modell* nem is lehet képes a mag kvadrupólusmomentumának helyes leírására, azt könnyen beláthatjuk, ha megfontoljuk a következőket. A függetlenrészecske-modell keretei között feltételezzük, hogy a nukleonok együttesen egy olyan átlagos potenciáletteret alakítanak ki, amelyben az egyes nukleonok mozgása már egymástól függetlennek tekinthető. A spin-pálya kölcsönhatást is tartalmazó átlagpotenciál az egyrészecske-állapotoknak egy olyan sorozatát szolgáltatja, amely alkalmas a mágikus számok értelmezésére, ha feltételezzük, hogy a nukleonok a Pauli-elvnek megfelelően töltik be az állapotokat. A függetlenrészecske-modellben feltételezzük továbbá, hogy a rendelkezésre álló egyrészecske-állapotokat a nukleonok úgy töltik be, hogy pályamomentum, spin- és mágneses momentum tekintetében egymást páronként kompenzálják, és így a mag tulajdonságaiért az utolsó, páratlan nukleon a felelős. Ennek a feltevésnek megfelelően a kvadrupólusnyomatékot is úgy kell kiszámítani, hogy az utolsó páratlan protonhoz tartozó $\psi_{jm}(\mathbf{r})$ egyrészecske-hullámfüggvénnyel képezzük a kvadrupólusoperátor várható értékét:

$$\langle \psi_{jj} | q | \psi_{jj} \rangle.$$

Annak az oka, hogy igen sok magnál a mért kvadrupólusmomentum jelentősen nagyobb, bizonyult az így számított értéknél, szinte magától értetődő: a gömbszimmetrikustól eltérő töltéeloszlásért nem egyedül az utolsó nukleon a felelős. A teljesen betöltött mágikus héjakon kívül mozgó nukleonok, az árapályjelenséghez hasonló módon, deformálják a magtörzset, így az egész mag deformálttá válik.

Ahhoz, hogy a magtörzs deformációját a héjmodell keretei között értelmezni lehessen, a héjmodellnek egy olyan változatára van szükség, amely képes a nukleonok korrelált mozgásának leírására.

ra. A héjmodellnek ezt a változatát nyerjük, ha elvetjük azt a feltevést, miszerint a nukleonok az átlagpotenciál által definiált egyrészecske-állapotokban háborítatlanul, azaz egymástól függetlenül végzik mozgásukat. Tudomásul kell venni, hogy a nukleonok közti kölcsönhatások nem foglalhatók bele maradéktalanul egy átlagpotenciálba. A valóságos kölcsönhatás a nukleonok közt páronként ható kölcsönhatások összege és az átlagpotenciál közti

$$V_{\text{maradék}} = \sum_{i < j} V(i, j) - \sum_{i=1}^A V(i)$$

különbség, az ún. maradék-kölcsönhatás. A függetlenrészecske-modellt csak arra használjuk, hogy segítségével definiáljunk egy teljes, ortonormált függvényrendszert. E bázison azután megszerkesztjük a mag Hamilton-operátorának mátrixát. E mátrix diagonalizálásával meghatározzuk az energia sajátértékeit és a sajátenergiákhoz tartozó sajátvektorokat. A maradék-kölcsönhatás megszünteti a nukleonok mozgásának függetlenségét, más szóval a nukleonok mozgása korrelálttá válik.

Valójában alig van okunk abban kételkedni, hogy az imént körvonalazott modell elvben képes a mag összes tulajdonságát, többek között a magtörzs deformációját is megmagyarázni. Valóban a könnyű magok esetében ($A \sim 26$) a héjmodell alkalmasnak tűnik a magtörzs deformációjával kapcsolatos jelenségek leírására is.

Ennek ellenére hasznosnak bizonyult a héjmodelltől alapvetően különböző modellnek, a *kollektív modellnek* a kidolgozása, amely voltaképp a cseppmodell továbbfejlesztése. Míg a cseppmodell első sorban a magok alapállapotai tulajdonságait tükrözi, addig a kollektív modell a gerjesztett állapotokról kíván számot adni. A kollektív modell, amelyet A. Rainwater, A. Bohr és B. Mottelson dolgozott ki az 50-es évek elején, abból a feltevésből indul ki, hogy léteznek a magnak olyan gerjesztett állapotai, amelyek erősen emlékeztetnek egy folyadékcsepp gerjesztéseihez. A folyadékcsepp állapotváltozásai két kategóriába sorolhatók.

Az elsőbe esnek az *alacsony gerjesztési energiát* igénylő állapot-változások, amelyek a folyadékcsepp határoló felületnek a változásával, *vibrációjával* és *rotációjával* kapcsolatosak. A második kategóriába sorolhatók a *nagy gerjesztési energiát* igénylő gerjesztések, amelyek a folyadékcsepp egész térfogatára kiterjedő változásokkal kapcsolatosak. Ilyenek a folyadékcsepp *kompressziós rezgései*, illetve a *töltéeloszlás oszcillációi*.

Amint majd látni fogjuk, a kollektív modell alkalmas a magfizikai tapasztalatoknak egy igen gazdag osztályát értelmezni, ezért a kollektív modell megalkotása minden bizonnyal hasznos volt. Szeretnénk azonban hangsúlyozni, hogy a kollektív modell bevezetése nemcsak hasznos, de szükséges is, mégpedig több ok miatt.

Az egyik ok abban áll, hogy jelenleg a héjmodellben csak véges dimenziójú energiamátrix megszerkesztésére és diagonalizálására van mód. Ez azt jelenti, hogy az energia-sajátértékek és -sajátvektorok meghatározásához használt bázisfüggvények végtelen rendszerét meg kell csonkítani, és a végtelen dimenziós Hilbert-térnek csak egy véges dimenziójú alterében lehet véghezvinni a diagonalizálást. Mennél több nukleon tartózkodik a mágikus törzsön kívül, annál drasztikusabb módon kell a függvénytér megcsonkítását véghezvinni. A számítógépek és a számítástechnika viharos fejlődésének láttán sincs alapunk azt feltételezni, hogy az energia-sajátértékek meghatározása tekintetében belátható időn belül minőségi változás következzen be. A nagy kvadrupólusmomentummal rendelkező magok éppen azok, amelyeknél igen sok nukleon található a mágikus törzsön kívül. Ezért a lantanoidák és az aktinoidák esetén a már említett számítástechnikai okok miatt, a héjmodell alkalmazhatósága szinte teljesen kizárt.

A másik ok a következő. A mikrofizikai jelenségek kapcsán a fizikai megismerésnek csak az egyik célja az, hogy olyan matematikailag megfogalmazható törvényeket találjunk, amelyek alapján a jelenségek mérhető adatai számítással reprodukálhatók. A fizikai megismerés másik fontos célja a mikrofizikai jelenségek „megértése”. Érzékszerveink csak a makroszkopikus jelenségek észlelésére

alkalmasak, ennek következtében szemléletünk és fogalomrendszerünk rendkívül erősen tapad a makroszkopikus jelenségek világához. Egy mikrofizikai rendszert igazából akkor „értünk”, ha sikerül találni egy olyan makroszkopikus rendszert, amely a bennünket éppen érdeklő tulajdonságok tekintetében többé-kevésbé úgy viselkedik, mint a „megértendő” mikrofizikai rendszer. A kollektív modell kitűnő példát szolgáltat arra, hogy hogyan lehet bizonyos mikrofizikai jelenségeket egyidejűleg kvantitatív módon leírni és szemléletessé téve „megérteni”.

A harmadik, talán legfontosabb ok, amiért a kollektív modell bevezetése szükséges, a következő. Hofstadter mérései óta tudjuk, hogy a nukleonok nem pontszerűek, hanem véges, 1 fm nagyságrendű sugárral rendelkező objektumok, melyeknek belső szerkezete van. Ezen kiterjedt objektumok majdnem teljesen kitöltik azt a térfogatot, amely a magban rendelkezésre áll. Ezen felfogás szerint a nukleonok mint kiterjedt testek egymást „érintve” helyezkednek el a magban. Ez a kép kísértetiesen emlékeztet a szó szerint vett folyadékcseppmodellre. Lehetséges, hogy a héjmodellnek az a feltevése, miszerint a nukleonok olyan pontszerű elemi részecskék, amelyek az r_i helyvektorral egyértelműen jellemezhetők, megengedhetetlen absztrakció. Ha ez így van, akkor nem várható, hogy a héjmodell, akárcsak elvben is, képes legyen minden magfizikai jelenséget értelmezni, és akkor a kollektív modell sokkal inkább szó szerint értendő, mint ahogy azt több évtizeden keresztül gondoltuk.

2. A magfelület deformációja

Először egy összenyomhatatlan folyadékcsepp mozgási módjait fogjuk vizsgálni, mivel ez elég jól megközelíti a maganyag viselkedését. Hogy ez valóban így van, azt majd a tapasztalattal való egybevetés fogja igazolni.

Legyen R_0 a gömb alakú mag sugara. Ha a mag deformálódik, akkor felületét egy $R(\vartheta, \varphi)$ függvény írja le. Mivel az $Y_{\lambda\mu}(\vartheta, \varphi)$ gömbfüggvények teljes rendszert alkotnak, egy tetszőleges zárt felület leíró $R(\vartheta, \varphi)$ függvény kifejezhető az $Y_{\lambda\mu}(\vartheta, \varphi)$ függvények szerint haladó sorba:

$$R(\vartheta, \varphi) = R_0 \left[1 + \sum_{\lambda=0}^{\infty} \sum_{\mu=-\lambda}^{+\lambda} \alpha_{\lambda\mu}^* Y_{\lambda\mu}(\vartheta, \varphi) \right].$$

Vizsgáljuk meg, milyen deformációt jelentenek az egyes tagok.

$\lambda=0$: ehhez egyetlen függvény tartozik: Y_{00} , amely konstans. Így $\lambda=0$ annak felel meg, hogy a mag sugara változik meg. A maganyag nagyfokú inkompresszibilitása miatt ez a deformáció csak nehezen tud létrejönni, ezért ezt a tagot elhagyjuk. Megjegyezzük azonban, hogy létezik a mának ilyen „lélegző” gerjesztése is, de ehhez nagy energia, kb. 20 MeV szükséges. Ezt a jelenséget *monopólusvibráció* címszó alatt fogjuk tárgyalni.

$\lambda=1$: ez a tag egy olyan R_0 sugarú gömbfelületet ír le, amelynek a középpontja eltolódott az eredetileg választott origóhoz képest. Az $\alpha_{1\mu}$ paraméterek az eltolódás irányát és mértékét hatá-

rozzák meg. A mag tömegközéppontjának az eltolódása számunkra érdektelen, mert bennünket a belső gerjesztés érdekel. Ezért a $\lambda=1$ tagot elhagyjuk. (Megjegyezzük, hogy a $\lambda=1$ eset akkor válik érdekessé, amikor a maganyagot két különböző „folyadék-ból”, azaz protonokból és neutronokból állónak tekintjük, és figyelembe vesszük azt a lehetőséget is, hogy a két „folyadék” tömegközéppontja a közös tömegközépponthoz képest tolódik el. Ez a protonok és neutronok ellentett irányú mozgásának, azaz egy rezgő dipólusra emlékeztető gerjesztésének felel meg, ami csak magasabb energiákon (6—15 MeV) fordul elő. Ezt a jelenséget *dipólusvibráció* címszó alatt fogjuk tárgyalni.

$\lambda=2$: ez a tag már „valódi” deformációt ír le. Az $Y_{20}(\vartheta)$ egy tengelyszimmetrikus, az $Y_{2,\pm 1}(\vartheta, \varphi)$ és az $Y_{2,\pm 2}(\vartheta, \varphi)$ már a φ szögtől is függő ún. *kvadrupólusdeformációt* ír le.

Esetenként még a $\lambda=3$ tagot kell figyelembe venni; ez írja le az ún. *oktupólusdeformációt*.

Mi most csak a kvadrupólusdeformációval, azaz a $\lambda=2$ esettel foglalkozunk, és a λ indexet a továbbiakban elhagyjuk. Így a sorfejtés a következő lesz:

$$R(\vartheta, \varphi) = R_0 \left[1 + \sum_{\mu=-2}^{+2} \alpha_{\mu}^* Y_{2\mu}(\vartheta, \varphi) \right].$$

Az $R(\vartheta, \varphi)$ jelentése szerint valós, így fenn kell állni, hogy

$$R(\vartheta, \varphi) = R^*(\vartheta, \varphi),$$

azaz

$$\sum_{\mu=-2}^{+2} \alpha_{\mu}^* Y_{2\mu}(\vartheta, \varphi) = \sum_{\mu=-2}^{+2} \alpha_{\mu} Y_{2\mu}^*(\vartheta, \varphi).$$

Használjuk fel a gömbfüggvények azon tulajdonságát, hogy

$$Y_{2\mu}^*(\vartheta, \varphi) = (-1)^{\mu} Y_{2,-\mu}(\vartheta, \varphi),$$

így

$$\sum_{\mu=-2}^{+2} \alpha_{\mu}^* Y_{2\mu}(\vartheta, \varphi) = \sum_{\mu=-2}^{+2} \alpha_{\mu} (-1)^{\mu} Y_{2,-\mu}(\vartheta, \varphi).$$

A jobb oldalon a μ összegzőindexet helyettesítsük $-\mu$ -vel, ekkor

$$\sum_{\mu=-2}^{+2} \alpha_{\mu}^* Y_{2\mu}(\vartheta, \varphi) = \sum_{\mu=-2}^{+2} \alpha_{-\mu} (-1)^{-\mu} Y_{2\mu}(\vartheta, \varphi).$$

Innen kapjuk a következő feltételt:

$$\alpha_{\mu}^* = (-1)^{\mu} \alpha_{-\mu}.$$

Ebből látszik, hogy a $\lambda=2$ kvadrupólusdeformáció leírására szolgáló 5 komplex paraméterre 5 megszorító egyenlet áll fenn, következésképp a kvadrupólusdeformáció 5 valós paraméterrel jellemezhető. Forgassuk el a koordináta-rendszert. Az új rendszerben a mag felületét egy $R'(\vartheta', \varphi')$ függvény írja le. Ez is felírható a gömbfüggvények szerint haladó sorba:

$$R'(\vartheta', \varphi') = R_0 \left[1 + \sum_{\mu=-2}^{+2} \alpha_{\mu}^{*'} Y_{2\mu}(\vartheta', \varphi') \right].$$

A mag felületének távolsága a középponttól nem függhet a koordináta-rendszer megválasztásától, ezért fenn kell álljon, hogy

$$R(\vartheta, \varphi) = R'(\vartheta', \varphi'),$$

ha ϑ, φ és ϑ', φ' ugyanannak a pontnak a koordinátái a kétféle rendszerben. Ebből az α_{μ} együtthatók transzformációjára kapunk feltételt. Az $Y_{2\mu}(\vartheta, \varphi)$ függvények a függelékben leírt $D_{\nu\mu}^{\lambda}(\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3)$ függvények segítségével transzformálódnak:

$$Y_{\lambda\mu}(\vartheta', \varphi') = \sum_{\nu=-\lambda}^{+\lambda} Y_{\lambda\nu}(\vartheta, \varphi) D_{\nu\mu}^{\lambda}(\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3),$$

ahol ϑ_1, ϑ_2 és ϑ_3 a forgatás Euler-szögei.

Ezt figyelembe véve a fenti feltétel fennáll, ha az α_{μ} -k az alábbi módon transzformálódnak:

$$\alpha_{\mu}'^* = \sum_{\nu=-2}^{+2} \alpha_{\nu}^* D_{\nu\mu}^2(\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3).$$

Szavakkal megfogalmazva, az α_{μ} deformációs paraméterek nem

koordináta-rendszertől független számok, hanem az $Y_{2\mu}(\vartheta, \varphi)$ gömbfüggvényekhez hasonlóan transzformálódó másodrendű tenzorkomponensek.

Válasszuk a vesszős rendszert az alakzathoz simuló rendszernek, más szóval válasszuk az alakzat főtengelyei által definiált koordináta-rendszert. Ekkor az ellipszoid tükrözési szimmetriájából következik, hogy

$$\alpha'_{+1} = \alpha'_{-1} = 0, \quad \alpha'_{+2} = \alpha'_{-2}.$$

Vezessük be az

$$\alpha'_0 = \beta \cos \gamma,$$

$$\alpha'_{+2} = \alpha'_{-2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \beta \sin \gamma$$

jelölést. Így most az öt megszorításnak alávetett öt komplex α_μ paraméter helyett bevezettünk öt független valós paramétert:

β és γ a deformációra jellemző mennyiségek, a ϑ_1 , ϑ_2 és ϑ_3 Euler-szögek a deformált mag főtengelyeinek orientációját adják meg az eredeti koordináta-rendszerre vonatkoztatva.

Ha β értéke zérus, akkor a mag alakja a gömb, hiszen az összes α'_μ , és így az összes α_μ is zérus.

Ha $\beta \neq 0$ és $\gamma = 0$, akkor a deformáció tengelyszimmetrikus, ha $\gamma \neq 0$, akkor általában a deformáció nem tengelyszimmetrikus.

3. A kollektív mozgás Hamilton-függvénye

A mag kollektív mozgása során az α_μ , vagy az ezekkel egyenértékű β , γ , ϑ_1 , ϑ_2 és ϑ_3 mennyiségek időben változnak. Ezek minden időpontban egyértelműen meghatározzák a mag alakját. Így ezeket tekintjük a mag általános koordinátáinak. Keressük most a rendszer Hamilton-függvényét. Általában $H=H(\alpha_\mu, \dot{\alpha}_\mu)$ vagy $H=H(\beta, \gamma, \vartheta_i, \dot{\beta}, \dot{\gamma}, \dot{\vartheta}_i)$. Egyelőre az α_μ paramétereket használjuk, és csak később térünk át a β , γ és ϑ_i paraméterek használatára.

Fejtsük sorba a Hamilton-függvényt a változók hatványai szerint:

$$H = H_0 + \sum_{\mu} a_{\mu} \alpha_{\mu} + \sum_{\mu} b_{\mu} \dot{\alpha}_{\mu} + \sum_{\mu\nu} c_{\mu\nu} \alpha_{\mu} \alpha_{\nu} + \\ + \sum_{\mu\nu} d_{\mu\nu} \dot{\alpha}_{\mu} \dot{\alpha}_{\nu} + \sum_{\mu\nu} e_{\mu\nu} \dot{\alpha}_{\mu} \alpha_{\nu} + \dots$$

Használjuk ki a Hamilton-függvénnyel szemben támasztott általános követelményeket:

H a koordináta-rendszer választásától független, forgásinvariáns skalár, így α_μ -ben és $\dot{\alpha}_\mu$ -ban lineáris tagok nem szerepelhetnek;

H időtükrözéssel szemben invariáns, így $\dot{\alpha}_\mu$ -ban páratlan kitevőjű tagok nem fordulhatnak elő.

A H_0 konstanstól eltekintünk, hisz általában a gerjesztési és nem az abszolút energia érdekel bennünket. A sorfejtésben egye-

lőre csak a kvadratikus tagokig megyünk el. Így tehát $\alpha_\mu \alpha_\nu$ és $\dot{\alpha}_\mu \dot{\alpha}_\nu$ olyan kombinációit keressük, amelyek a koordináta-rendszer forgasakor nem változnak. Ilyenek:

$$\sum_{\mu=-2}^2 (-1)^\mu \alpha_\mu \alpha_{-\mu} \quad \text{és} \quad \sum_{\mu=-2}^2 (-1)^\mu \dot{\alpha}_\mu \dot{\alpha}_{-\mu}.$$

Ekkor kapjuk, hogy

$$H = \frac{1}{2} C \sum_{\mu} (-1)^\mu \alpha_\mu \alpha_{-\mu} + \frac{1}{2} B \sum_{\mu} (-1)^\mu \dot{\alpha}_\mu \dot{\alpha}_{-\mu}.$$

Az első tag a potenciális, a második a kinetikus energiának felel meg: $H=V+T$, a rendszer Lagrange-függvénye pedig: $L=T-V$. Bevezetjük most a π_μ általános impulzusokat a szokásos definícióval:

$$\pi_\mu = \frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}_\mu} = B(-1)^\mu \dot{\alpha}_{-\mu} = B\dot{\alpha}_\mu^*.$$

Felhasználva az $\alpha_\mu^* = (-1)^\mu \alpha_{-\mu}$ összefüggést kapjuk, hogy a Hamilton-függvény:

$$H = \frac{1}{2B} \sum_{\mu} |\pi_\mu|^2 + \frac{1}{2} C \sum_{\mu} |\alpha_\mu|^2.$$

Amint látjuk, a Hamilton-függvény formailag egy ötdimenziós harmonikus oszcillátor Hamilton-függvényével azonos. Ha a sorfejtésben magasabb rendű tagokat is figyelembe veszünk, akkor az anharmonikusságról is számot tudunk adni.

Fejezzük ki most a

$$H = \frac{1}{2} B \sum_{\mu} |\dot{\alpha}_\mu|^2 + \frac{1}{2} C \sum_{\mu} |\alpha_\mu|^2$$

Hamilton-függvényt a β , γ és ϑ_i változókkal is. Felhasználva a D függvények unitaritását, a potenciális energia a következőképp

alakítható át:

$$V = \frac{C}{2} \sum_{\mu} |\alpha_{\mu}|^2 = \frac{C}{2} \sum_{\mu} \left(\sum_{\nu} D_{\nu\mu}^{2*} \alpha'_{\nu} \right) \left(\sum_{\nu'} D_{\nu'\mu}^2 \alpha'_{\nu'} \right) = \\ = \frac{C}{2} \sum_{\nu} (\alpha'_{\nu})^2 = \frac{1}{2} C \beta^2.$$

A kinetikus energia átalakítása már valamivel több lépést igényel:

$$T = \frac{B}{2} \sum_{\mu} |\dot{\alpha}_{\mu}|^2 = T_{\text{rot}} + T_{\text{vib}} + T_0,$$

ahol

$$T_{\text{rot}} = \frac{B}{2} \sum_{\mu\nu\nu'} \dot{D}_{\nu\mu}^{2*} \dot{D}_{\nu'\mu}^2 \alpha'_{\nu} \alpha'_{\nu'},$$

$$T_{\text{vib}} = \frac{B}{2} \sum_{\mu\nu\nu'} D_{\nu\mu}^{2*} D_{\nu'\mu}^2 \dot{\alpha}'_{\nu} \dot{\alpha}'_{\nu'},$$

$$T_0 = \frac{B}{2} \sum_{\mu\nu\nu'} 2 \operatorname{Re} [D_{\nu\mu}^{2*} \dot{D}_{\nu'\mu}^2 \alpha'_{\nu} \alpha'_{\nu'}].$$

Először bebizonyítjuk, hogy T_0 azonosan zérus. Ehhez felhasználjuk a D függvények tulajdonságait és az időderiváltjaikra vonatkozó

$$\dot{D}_{m'm}^j = \sum_{k=1}^3 \sum_{m''} i\omega_k \langle j m' | I_k | j m'' \rangle D_{m''m}^j$$

összefüggést (lásd Függelék), ahol ω_k ($k=1, 2, 3$) a három egymásra merőleges főtengety körüli forgás szögsebessége. Ezzel

$$T_0 = \frac{B}{2} \sum_{\mu\nu\nu'} 2 \operatorname{Re} [D_{\nu\mu}^{2*} \left(\sum_{k=1}^3 \sum_{\nu''} i\omega_k \dot{\alpha}'_{\nu} \alpha'_{\nu''} \langle 2 \nu' | I_k | 2 \nu'' \rangle D_{\nu''\mu}^2 \right)] = \\ = B \sum_{\nu\nu'} \operatorname{Re} \left[\sum_{k=1}^3 i\omega_k \langle 2 \nu' | I_k | 2 \nu \rangle \dot{\alpha}'_{\nu} \alpha'_{\nu'} \right].$$

Mint hogy ν és ν' csak a $+2, 0, -2$ értékeket veheti fel ($\alpha'_1 = \alpha'_{-1} = 0$), azért I_k mátrixelemei csak akkor különböznek zérustól,

ha $k=3$, ezért

$$T_0 = B \operatorname{Re} [i\omega_3 \sum_v v \alpha'_v \alpha'_v].$$

A zárójelben álló mennyiség képzetes, T_0 tehát azonosan zérus.

[A félreértések elkerülése végett hangsúlyozni kell, hogy itt egy teljesen klasszikus rendszer Hamilton-függvényével foglalkozunk. A D függvények bizonyos tulajdonságait a kvantummechanikából ismert fogalmakkal (unitaritás, mátrixelem stb.) fejezzük ki ugyan, de ez tisztán matematikai jellegű dolog. Arról szó sincs, hogy kvantummechanikára tértünk volna át.]

Könnyen belátható, hogy a vibráció kinetikus energiája a következő alakot ölti:

$$T_{\text{vib}} = \frac{B}{2} \sum_v (\alpha'_v)^2 = \frac{1}{2} B (\beta^2 + \beta^2 \dot{\gamma}^2).$$

A rotáció kinetikus energiája:

$$\begin{aligned} T_{\text{rot}} &= \frac{1}{2} B \sum_{\mu\nu\nu'} \left(\sum_k \sum_{v''} -i\omega_k \langle 2v | I_k | 2v'' \rangle^* D_{\nu''\mu}^{2*} \right) \times \\ &\quad \times \left(\sum_{k'} \sum_{\mu''} i\omega_{k'} \langle 2v' | I_{k'} | 2\mu'' \rangle D_{\mu''\mu}^2 \right) \alpha'_\nu \alpha'_{\nu'} = \\ &= \frac{1}{2} B \sum_{\nu\nu''\nu'} \sum_{kk'} \omega_k \omega_{k'} \langle 2v' | I_{k'} | 2v'' \rangle \langle 2v'' | I_k | 2v \rangle \alpha'_\nu \alpha'_{\nu'} = \\ &= \frac{1}{2} B \sum_{\nu\nu'} \sum_{kk'} \omega_k \omega_{k'} \langle 2v' | I_{k'} I_k | 2v \rangle \alpha'_\nu \alpha'_{\nu'}. \end{aligned}$$

Bevezetve a I_\pm operátorokat a szokásos $I_\pm = I_x \pm iI_y$ definícióval és felhasználva az

$$I_\pm |j m\rangle = \sqrt{j(j+1) - m(m \pm 1)} |j m \pm 1\rangle$$

összefüggést, meggyőződhetünk arról, hogy csak a $k=k'$ tagok adnak járulékot, és T_{rot} a következő alakba írható:

$$T_{\text{rot}} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 \Theta_k \omega_k^2,$$

ahol Θ_k ($k=1, 2, 3$) a rendszer főtethetlenségi nyomatékaként értelmezhető, és a

$$\Theta_k = B \sum_{v v'} \langle 2 v' | I_k^2 | 2 v \rangle \alpha'_v \alpha'_{v'}$$

alakban áll elő.

Kiszámítva a I_k^2 mátrixelemeit és felhasználva α'_v -nek a β és γ deformációs paraméterekkel kifejezett alakját, eredményül azt kapjuk, hogy a három főtethetlenségi nyomaték:

$$\Theta_k = 4B\beta^2 \sin^2 \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} k \right) \quad (k = 1, 2, 3).$$

A rotációs energia kifejezhető az R_k impulzusmomentum segítségével is, hiszen

$$R_k = \Theta_k \omega_k,$$

ezért

$$T_{\text{rot}} = \sum_k \frac{R_k^2}{2\Theta_k}.$$

Összefoglalva megállapíthatjuk, hogy a rendszer Hamilton-függvénye a

$$H = H_{\text{rot}} + H_{\text{vib}}$$

alakba írható, ahol

$$H_{\text{rot}} = T_{\text{rot}} = \sum_k \frac{R_k^2}{2\Theta_k(\beta, \gamma)},$$

$$H_{\text{vib}} = T_{\text{vib}} + V = \frac{B}{2} (\dot{\beta}^2 + \beta^2 \dot{\gamma}^2) + \frac{C}{2} \beta^2.$$

A teljes energia látszólag két független tagnak, a rotációs és vibrációs energiának az összege. Ez azonban csak látszat, mert a Θ_k tethetlenségi nyomaték függ a β és γ deformációs paraméterektől, ezért a forgási energia függ a rendszer vibrációs állapotától.

Nyilvánvaló, de ennek ellenére hangsúlyozni kell, hogy a Hamilton-függvénynek a β , γ és ϑ_i általános koordinátákkal kifejezett alakja egyenértékű az α_μ általános koordinátákat tartalmazó alakjával, tehát ugyanúgy egy ötdimenziós oszcillátort ír le.

Ebből következik, hogy csak gömbszimmetrikus egyensúlyi alakkal rendelkező magok harmonikus vibrációjának a leírását szolgáltathatja. Azért volt mégis érdemes ebbe az alakba átírni, mert ha a mag egyensúlyi állapota permanens deformációval rendelkezik, akkor a Hamilton-függvényt általánosítani kell, és ez az alak az, amely alkalmas az általánosításra.

Jelöljük az egyensúlynak megfelelő deformációs paramétert α_μ^0 -val. A magfelületnek a középponttól mért távolságát most az

$$R(\vartheta, \varphi) = R_0 \left[1 + \sum_{\mu} (\alpha_\mu^0 + a_\mu) Y_{2\mu}(\vartheta, \varphi) \right]$$

alakban állítjuk elő, ahol $a_\mu = \alpha_\mu - \alpha_\mu^0$. Itt α_μ és α_μ^0 értékei egyaránt nagyok lehetnek, csupán a_μ -ról tételezzük fel hogy kicsi.

A maghoz rögzített koordináta-rendszerben az előzőkhöz hasonlóan vezetjük be a deformációs paramétereket:

$$\alpha'_{+1} = \alpha'_{-1} = 0, \quad \alpha^{0'}_{+1} = \alpha^{0'}_{-1} = 0,$$

$$\alpha'_0 = \beta \cos \gamma, \quad \alpha^{0'}_0 = \beta_0 \cos \gamma_0,$$

$$\alpha'_2 = \alpha'_{-2} = \frac{\beta}{\sqrt{2}} \sin \gamma, \quad \alpha^{0'}_2 = \alpha^{0'}_{-2} = \frac{\beta_0}{\sqrt{2}} \sin \gamma_0.$$

Itt a β_0 és γ_0 deformációs paraméterek állandók, és a permanens egyensúlyi állapotot írják le. Az időben csak a β és γ paraméterek változnak.

A potenciális energia most az a_μ paraméterekkel fejezhető ki:

$$V = \frac{C}{2} \sum_{\mu} |a_\mu|^2,$$

hiszen a visszatérítő erő csak az egyensúlyi állapottól való $a_\mu = \alpha_\mu - \alpha_\mu^0$ mértékű eltérés nagyságától függ. A maghoz rögzített

koordináta-rendszerbe transzformálva, a potenciális energia a

$$V = \frac{C}{2} \sum (a'_\mu)^2 = \frac{C}{2} [(\beta \cos \gamma - \beta_0 \cos \gamma_0)^2 + (\beta \sin \gamma - \beta_0 \sin \gamma_0)^2] =$$

$$= \frac{C}{2} \left[(\beta - \beta_0)^2 + 4\beta\beta_0 \sin^2 \left(\frac{\gamma - \gamma_0}{2} \right) \right]$$

alakot ölti. Az egyensúlytól való kicsiny eltérés miatt ez közelíthető az egyszerűbb

$$V \approx \frac{C}{2} [(\beta - \beta_0)^2 + \beta_0^2(\gamma - \gamma_0)^2]$$

kifejezéssel.

Ezek alapján a permanensen deformált mag Hamilton-függvénye a következő alakú:

$$H = \sum_k \frac{R_k^2}{2\Theta_k(\beta, \gamma)} + \frac{B}{2} (\dot{\beta}^2 + \beta^2 \dot{\gamma}^2) + \frac{C}{2} [(\beta - \beta_0)^2 + \beta_0^2(\gamma - \gamma_0)^2].$$

4. A kollektív mozgás kvantálása

Eddigi megfontolásainkat a klasszikus fizika keretein belül végeztük. Ugyanezt a Hamilton-függvényt használta Rayleigh a klasszikus folyadékcsepp rezgéseinek vizsgálatánál.

Most azonban tovább kell lépnünk, mivel az atommagok világában a klasszikus mechanika törvényeit a kvantummechanika törvényei váltják fel. A Hamilton-függvények α_μ -vel felírt alakja különösen alkalmas arra, hogy áttérjünk a kvantummechanikára, hiszen amint láttuk, alakilag azonos a harmonikus oszcillátor Hamilton-függvényével, csak az összeg nem három, hanem öt tagból áll.

A kvantummechanikai leírásra úgy térünk át, hogy α_μ -t és π_μ -t operátoroknak fogjuk tekinteni, és megköveteljük, hogy az

$$[\alpha_\mu, \pi_\nu] = i\hbar\delta_{\mu\nu},$$

$$[\alpha_\mu, \alpha_\nu] = 0,$$

$$[\pi_\mu, \pi_\nu] = 0$$

felcserélési törvénynek tegyenek eleget.

Az általános koordináták és a hozzájuk kanonikusan konjugált impulzusok segítségével az összes fizikai mennyiség kifejezhető. Így a rendszer leírására szolgáló fizikai mennyiségek (energia, impulzusmomentum stb.) mind operátorjellegzet öltének.

5. A gömbszimmetrikus magok vibrációja

A harmonikus oszcillátor kvantummechanikai tárgyalására legcélszerűbb a betöltésszám-reprezentációt használni. Ebből a célból az α_μ és π_μ operátorok helyett vezessük be a b_μ és b_μ^+ operátorokat a következő definícióval:

$$\alpha_\mu = \sqrt{\frac{\hbar}{2B\omega}} (b_\mu + (-1)^\mu b_{-\mu}^+),$$

$$\pi_\mu = i \sqrt{\frac{\hbar B\omega}{2}} (b_\mu^+ - (-1)^\mu b_{-\mu}),$$

ahol $\omega^2 = C/B$.

Könnyen belátható, hogy b_μ és b_μ^+ kielégítik a

$$[b_\mu, b_\nu^+] = \delta_{\mu\nu},$$

$$[b_\mu, b_\nu] = 0,$$

$$[b_\mu^+, b_\nu^+] = 0$$

felcserélési relációkat.

A Hamilton-operátor átírható a

$$H = \sum_\mu \left(b_\mu^+ b_\mu + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega$$

alakba. Ha a rendszer legkisebb E_0 energiájú állapota $|0\rangle$, azaz

$$H|0\rangle = E_0|0\rangle,$$

akkor könnyen meggyőződhetünk arról, hogy

$$Hb_{\mu}^{+}|0\rangle = (E_0 + \hbar\omega)b_{\mu}^{+}|0\rangle,$$

azaz a $b_{\mu}^{+}|0\rangle$ állapot is energia-sajátállapot, amelyhez az $E_0 + \hbar\omega$ energia-sajátérték tartozik. Hasonlóképpen a $(b_{\mu}^{+})^{n_{\mu}}|0\rangle$ állapot (n_{μ} =pozitív egész szám) az $E_0 + n_{\mu}\hbar\omega$ sajátértékhez, a $b_{\mu}(b_{\mu}^{+})^{n_{\mu}}|0\rangle$ állapot viszont az $E_0 + (n_{\mu}-1)\hbar\omega$ sajátértékhez tartozó energia-sajátállapot. Ennek alapján megállapíthatjuk, hogy $b_{\mu}|0\rangle=0$ kell legyen, minthogy a $|0\rangle$ állapot a feltevésünk szerint a lehető legkisebb energiához tartozó állapot.

Bevezetve a normált

$$|n_{\mu}\rangle = \frac{1}{\sqrt{n_{\mu}!}} (b_{\mu}^{+})^{n_{\mu}}|0\rangle$$

állapotvektort, megállapíthatjuk, hogy

$$b_{\mu}|n_{\mu}\rangle = \sqrt{n_{\mu}}|n_{\mu}-1\rangle,$$

$$b_{\mu}^{+}|n_{\mu}\rangle = \sqrt{n_{\mu}+1}|n_{\mu}+1\rangle.$$

Ha a $\hbar\omega$ energiával rendelkező felületi rezgések megjelölésére bevezetjük a fonon elnevezést, akkor ezeket az összefüggéseket röviden a következőképp lehet szavakba önteni. Az $|n_{\mu}\rangle$ állapotban a rendszer n_{μ} számú μ típusú (kvadrupólusjellegű) fonont tartalmaz, a $|0\rangle$ alapállapot esetén a fononszám zérus. A b_{μ}^{+} és b_{μ} operátor a fononok számát eggyel növeli, illetve csökkenti, ezért ezeket fononkeltő és fononeltüntető operátoroknak szokás nevezni.

A b_{μ}^{+} operátor definíciójából következik, hogy a $b_{\mu}^{+}|0\rangle$ állapot forgatáskor úgy transzformálódik, mint az $Y_{2\mu}$ gömbfüggvény (feltéve, hogy az alapállapot forgásinvariáns). Ebből következik, hogy az egyfononos állapot impulzusmomentuma $2\hbar$, az impulzusmomentum vetülete pedig $\mu\hbar$. Ez természetesen úgy is belátható, hogy előbb megszerkesztjük az impulzusmomentum-operátor I_x komponenseit, és azután meghatározzuk I^2 , valamint I_3 sajátértékeit. Az impulzusmomentum vektorként, azaz első-

rendű tenzorként transzformálódik. Az α_μ általános koordináták és a π_μ kanonikusan konjugált impulzusok viszont másodrendű tenzorok. Ezért az impulzusmomentumot az

$$I_\kappa = -i \sqrt{10} \sum_{\mu\nu} (2\mu \ 2\nu | 1\kappa) \pi_\mu \alpha_\nu^*$$

kifejezés szolgáltatja, ahol $(2\mu \ 2\nu | 1\kappa)$ a Clebsch-Gordan-együtthatót jelöli.

A fentiek alapján megállapíthatjuk, hogy a fononok olyan kvázi-részecskéknek tekinthetők, amelyek impulzusmomentuma \hbar egész számú többszöröse, keltő és eltüntető operátoraikra kommutátor reláció érvényes. A fononok tehát Bose—Einstein-statisztikát követnek, azaz bozonok. A több fonont tartalmazó állapotoknak tehát a fononok felcserélésével szemben szimmetrikusnak kell lenniük.

A szimmetriakövetelmény alapján meghatározhatjuk a rendszer egyes energiaszintjeihez tartozó elfajulást. Az n -fononos állapotban a $\mu = -2, -1, 0, +1, +2$ sajátértékekkel jellemzett módusokban a fononok szimmetrikusan kell, hogy eloszoljanak. Könnyű belátni, hogy ez

$$d = \frac{(n+4)!}{4!n!}$$

-féleképp valósulhat meg. (Emlékeztetünk arra, hogy a kombinatorikában ez a feladat azonos az „ n megkülönböztethetetlen golyó és 4 megkülönböztethetetlen válaszfal” problémával.) Ezen előkészítés után megvizsgálhatjuk, az $n=0, 1, 2, 3, \dots$ -fononos állapotok tulajdonságait. Az eredményt az 1. táblázatban foglaltuk össze.

Az eddigiekben leírt modell arra az esetre vonatkozik, amikor a felületi rezgések egy gömbszimmetrikus egyensúlyi helyzet körül jönnek létre.

A páros-páros magokat vizsgálva azt tapasztaljuk, hogy nemcsak a mágikus magok, de az ezek környezetében elhelyezkedő magok is gömbszimmetrikus alapállapottal rendelkeznek. Hogy

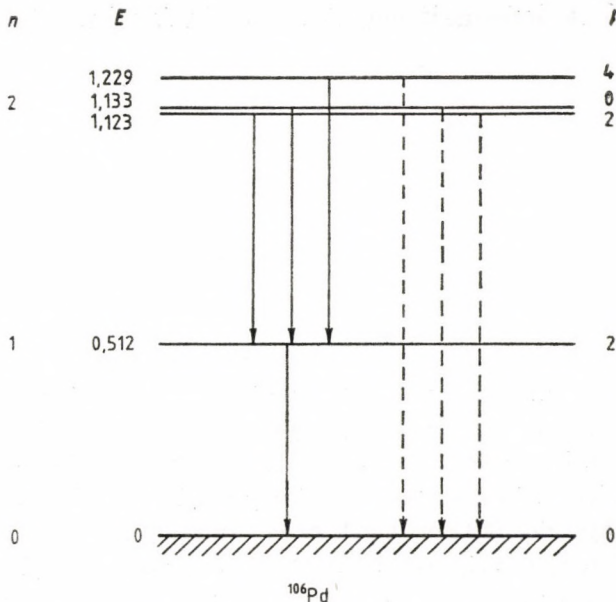
1. táblázat

n	E	I	d_I	d
0	0	0	1	1
1	$1 \hbar\omega$	2	5	5
2	$2 \hbar\omega$	0 2 4	1 5 9	15
3	$3 \hbar\omega$	0 2 3 4 6	1 5 7 9 13	35

ez valóban így igaz, azt éppen a most elmondandók alapján fogjuk belátni.

Amint távolodunk a mágikus magoktól a nyílt héjakban sok nukleont, illetve sok lyukat tartalmazó magok felé, az energiaspektrum egyre inkább hasonlít a táblázatban feltüntetethez. Kisebb pontosabban fogalmazva, az esetek többségében a spektrum főbb jellemzői az 1. ábrával illusztrálhatók, amely a ^{106}Pd -mag spektrumát mutatja.

A kétfononos gerjesztésnek megfelelő állapotok nagyjából az első gerjesztett állapot energiájának kétszeresénél jelennek meg. A kétfononos állapot az impulzusmomentum-sajátértékeknek megfelelően három állapotra hasad fel. Erős $E2$ jellegű elektromágneses átmenet figyelhető meg azon állapotpárok között, amelyek fononszám tekintetében csak eggyel különböznek, és ugyanakkor a kétfononos állapot és az alapállapot közti átmenet nagyon gyenge. Belátható, hogy az imént ismertetett modell keretei között ez utóbbi átmenet valószínűsége zérusnak adódik. Ezek alapján, annak ellenére, hogy a magok jelentős részénél a kétfononos triplett egyik-másik tagja hiányzik, megállapíthatjuk, hogy a fentiekben



1. ábra. A gömbszimmetrikus ^{106}Pd -mag vibrációs jellegű gerjesztései

leírt modell, amelyet röviden vibrációs modellnek szokás nevezni, kvalitatívan jól írja le a mágikus számok környékén található páros-páros magok alacsonyan fekvő gerjesztéseit.

A leírás kvantitatívan is helyessé válik, ha figyelembe vesszük az eddig figyelmen kívül hagyott anharmonikus hatásokat, azaz a potenciális energiának $\sum_{\mu\nu q} c_{\mu\nu q} \alpha_\mu \alpha_\nu \alpha_q$ típusú tagjait.

A nyílt héjakban lévő nukleonok, illetve lyukak számának további növekedtével azonban a spektrum jellege hirtelen megváltozik. Amint látni fogjuk, ez annak a következménye, hogy a mágikus számoktól távol eső tartományokban a magok egyensúlyi alakja jelentős deformációt mutat.

6. A deformált magok rotációja és vibrációja

A közvetlen szemlélet alapján azt várnánk, hogy míg a mágikus magok gömbszimmetrikusak, addig az összes többi mag deformált. A nyílt héjban mozgó nukleonok az árapályjelenséghez hasonló módon deformálják a magtörzset, és így a saját nem gömbszimmetrikus anyageloszlásukon kívül, ezzel a magtörzs anyagára kifejtett polarizációs hatásukkal is növelik a mag deformációját. A valóság ezzel szemben az, hogy a mágikus magok körül egy-egy széles tömegszámtartományban a magok megőrzik gömbszimmetriájukat. Ami még meglepőbb, az az, hogy a gömbszimmetrikus és az erősen deformált alak közti átmenet nem folytonosan, hanem ugrásszerűen következik be. Míg például a számárium magjának könnyű izotópjai teljesen gömbszimmetrikusak, addig a nehéz izotópjai már jelentős deformációval rendelkeznek. Ennek a jelenségnek a magyarázata majd egy évtizedig hiányzott. Ma már tudjuk, hogy a magalakot két ellentétes hatás dinamikus egyensúlya határozza meg. Az egyik hatás a magerők (viszonylag) hosszú hatótávú komponensétől származik, a másik az (ultra) rövid hatótávú komponensétől. Míg a hosszú hatótávú komponens a magnak majdnem az egész térfogatában érezteti a hatását, és intenzitása a nyílt héjban található nukleonok számával növekszik, addig az ultrarövid hatótávú komponens csak lokálisan hat, és intenzitása a nukleonok számától független. Kimutatható, hogy

az első a deformált, a második a gömbszimmetrikus alaknak kedvez.

A héjmodell kapcsán már megbeszéltük, hogy a maradék-kölcsönhatás a nukleonokat úgy rendezi el, hogy azok pályamomentum, spin- és mágneses momentum tekintetében egymást kompenzáló párokat alkossanak. Kitűnt, hogy a kölcsönhatás ultrarövid hatótávú komponense nemcsak az ilyen párok kialakulását idézi elő, hanem arról is gondoskodik, hogy ezek a párok gömbszimmetrikusan oszoljanak el a térben.

Ezek alapján érthető, hogy a magok mindaddig gömbszimmetrikusak maradnak, amíg el nem érünk egy kritikus nukleonszámhoz, amelynél a deformációnak kedvező, hosszú hatótávú komponens kerül túlsúlyba. Hogy a magerőket valóban fel lehet, sőt fel kell bontani ilyen különböző hatótávú komponensekre, az akkor derült ki, amikor a 60-as évek elején felismerték, hogy bizonyos körülmények között az ultrarövid hatótávú komponens hatására a nukleonok Cooper-párokat képesek alkotni, és a szupravezető állapothoz hasonló állapotot tudnak létrehozni. Itt most a deformáció kialakulásának részletesebb elemzését mellőzzük és a kvadrupólusmomentum-mérések alapján tényként tudomásul vesszük, hogy a mágikus számoktól távol eső magtartományokban előfordulnak olyan magok, amelyek jelentős mértékben deformáltak.

Deformált magok esetén a rendszer Hamilton-operátorát célszerű olyan formában megadni, hogy az ne az α_μ általános koordinátáktól függjön, hanem a β és γ deformációs paraméterektől és az ellipszoid főtengelyeinek irányát megadó ϑ , Euler-szögektől.

Arra van tehát szükség, hogy az előzőekben megszerkesztett

$$H = \frac{1}{2} \sum_k \Theta_k \omega_k^2 + \frac{B}{2} (\beta^2 + \beta^2 \dot{\gamma}^2) + V(\beta, \gamma)$$

alakú klasszikus Hamilton-függvényből leszámazzuk a neki megfelelő kvantummechanikai Hamilton-operátort. Előkészítésképp érdemes azt a teljesen általános problémát vizsgálni, hogy lehet egy, a q_i általános koordinátákkal jellemzett rendszer kineti-

kusenergia-operátorát előállítani. A q_i általános koordináták által alkotott térben az elmozdulás, azaz az ívelem négyzete a

$$ds^2 = \sum_{ij} g_{ij} dq_i dq_j$$

alakban írható, ahol a g_{ij} metrikus tenzor a q_i koordináták függvénye.

A klasszikus kinetikus energiát úgy kapjuk, hogy az elmozdulás négyzetét osztjuk az elmozduláshoz szükséges idő négyzetével és szorozzuk a tehetetlenségi paraméter felével:

$$T = \frac{B}{2} \left(\frac{ds}{dt} \right)^2 = \frac{B}{2} \sum_{ij} g_{ij} \frac{dq_i}{dt} \frac{dq_j}{dt}.$$

A kinetikus energia kvantummechanikai operátora:

$$T = -\frac{\hbar^2}{2B} \Delta,$$

ahol a Δ Laplace-operátor a q_i általános koordináták szerinti differenciáloperátorokból épül fel.

A differenciálgeometriából ismeretes, hogy a Laplace-operátor a

$$\Delta = \frac{1}{\sqrt{g}} \sum_{ij} \frac{\partial}{\partial q_i} \left(\sqrt{g} g_{ij}^{-1} \frac{\partial}{\partial q_j} \right)$$

alakban fejezhető ki, ahol g , illetve g_{ij}^{-1} a metrikus tenzor determinánsa, illetve inverze.

Ezt az általános eljárást a jelen esetre alkalmazva először is megállapítjuk, hogy a

$$T = \frac{1}{2} \sum_k \Theta_k \omega_k^2 + \frac{1}{2} B(\beta^2 + \beta^2 \dot{\gamma}^2)$$

kinetikus energiából visszafelé megszerkeszthető az ívelemnégyzet.

$$ds^2 = \sum_k \frac{\Theta_k}{B} d\varphi_k^2 + d\beta^2 + \beta^2 d\gamma^2,$$

ahol $d\varphi_k = \omega_k dt$ a k -adik tengely körüli infinitezimális szögel-fordulás.

Innen viszont kiolvashatjuk a jelen esetben diagonális metrikus tenzor elemeit:

$$g_{ij} = g_i \delta_{ij},$$

ahol

$$g_1 = \frac{\Theta_1}{B}, \quad g_2 = \frac{\Theta_2}{B}, \quad g_3 = \frac{\Theta_3}{B}, \quad g_4 = 1, \quad g_5 = \beta^2.$$

A metrikus tenzor determinánsa és inverze könnyen megkapható:

$$g = \frac{\Theta_1}{B} \frac{\Theta_2}{B} \frac{\Theta_3}{B} \beta^2 = 4\beta^8 \sin^2 3\gamma,$$

$$g_{ij}^{-1} = \frac{1}{g_i} \delta_{ij}.$$

Behelyettesítve az általános differenciálgeometriai formulába, a kinetikus energia operátora könnyen megkapható:

$$T = -\hbar^2 \sum_{k=1}^3 \frac{1}{2\Theta_k} \frac{\partial^2}{\partial \varphi_k^2} - \frac{\hbar^2}{2B} \frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} \right) - \\ - \frac{\hbar^2}{2B\beta^2 \sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(\sin 3\gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} \right).$$

Amint látható, a rendszer Hamilton-operátora, a változók célszerű megválasztásának következtében, szétesik a rotációt és vibrációt leíró tagok összegére. Ez a két mozgásforma azonban a valóságban mégsem független egymástól, hiszen a rotációs energia kifejezésében szereplő tehetetlenségi nyomatékok tartalmazzák a deformációs paramétereket. Ha β és γ a β_0 és γ_0 egyensúlyi értékek körül kis amplitúdóval oszcillálnak, akkor a Hamilton-operátort sorba

fejthetjük β_0 és γ_0 körül:

$$\begin{aligned}
 H = & \left\{ -\frac{\hbar^2}{2B} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + \frac{1}{2} C_\beta (\beta - \beta_0)^2 \right\} + \\
 & + \left\{ -\frac{\hbar^2}{2B\beta_0^2} \frac{\partial^2}{\partial \gamma^2} + \frac{1}{2} C_\gamma (\gamma - \gamma_0)^2 \right\} + \\
 & + \left\{ \sum_{k=1}^3 \frac{\hbar^2}{2\Theta_k(\beta_0, \gamma_0)} R_k^2 \right\} + \\
 & + \left\{ \left(\frac{\partial H_{\text{rot}}}{\partial \beta} \right)_0 (\beta - \beta_0) + \left(\frac{\partial H_{\text{rot}}}{\partial \gamma} \right)_0 (\gamma - \gamma_0) \right\} + \dots,
 \end{aligned}$$

ahol az első és második sor a β és γ vibrációnak, a harmadik sor a rotációnak felel meg, míg az utolsó sor a rotációs és vibrációs mozgás egymásra hatását írja le.

7. Rotációs állapotok

A deformált páros-páros magok kollektív mozgásformái közül először a rotációval foglalkozunk, a többit „befagyasztjuk”. Felteesszük tehát, hogy $\beta = \beta_0$ és $\gamma = \gamma_0$. Ekkor csak a ϑ_i -k változhatnak, és a mag mint merev test fog mozogni.

Ebben az esetben a Hamilton-operátor

$$H_{\text{rot}} = \sum_{k=1}^3 \frac{R_k^2 \hbar^2}{2\Theta_k(\beta_0, \gamma_0)}$$

alakú. Azonos átalakítás eredményeként kapjuk, hogy

$$\begin{aligned} H_{\text{rot}} &= \frac{\hbar^2}{4} \left(\frac{1}{\Theta_1} + \frac{1}{\Theta_2} \right) (R_1^2 + R_2^2) + \\ &+ \frac{\hbar^2}{4} \left(\frac{1}{\Theta_1} - \frac{1}{\Theta_2} \right) (R_1^2 - R_2^2) + \frac{\hbar^2}{2} \frac{R_3^2}{\Theta_3} = \\ &= \frac{\hbar^2}{4} \left(\frac{1}{\Theta_1} + \frac{1}{\Theta_2} \right) (R^2 - R_3^2) + \frac{\hbar^2}{2} \frac{R_3^2}{\Theta_3} + \\ &+ \frac{\hbar^2}{4} \left(\frac{1}{\Theta_1} - \frac{1}{\Theta_2} \right) (R_+ R_+ + R_- R_-), \end{aligned}$$

ahol

$$R_+ = \frac{1}{\sqrt{2}} (R_1 + iR_2),$$

$$R_- = \frac{1}{\sqrt{2}} (R_1 - iR_2).$$

Az általánosság kedvéért feltételeztük, hogy a Θ_k tehetetlenségi nyomatékok mindegyike különböző.

Keressük most a H_{rot} operátor sajátfüggvényeit. Ismeretes, hogy az R^2 , R_3 és R_z operátorok sajátfüggvényei a $D_{MK}^I(\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3)$ függvények:

$$R^2 D_{MK}^I(\vartheta_i) = I(I+1) D_{MK}^I(\vartheta_i),$$

$$R_3 D_{MK}^I(\vartheta_i) = K D_{MK}^I(\vartheta_i),$$

$$R_z D_{MK}^I(\vartheta_i) = M D_{MK}^I(\vartheta_i),$$

valamint fennáll az

$$R_{\pm} D_{MK}^I(\vartheta_i) = \mp \sqrt{\frac{1}{2}(I(I+1) - K(K \mp 1))} D_{MK}^I(\vartheta_i)$$

reláció. Ebből következik hogy a H_{rot} operátor sajátfüggvényeit a D függvények lineárkombinációjaként állíthatjuk elő.

Tetszőleges β_0 és γ_0 esetén a magot a 3. vagy a 1. tengely körül 180° -kal elforgatva, az önmagával fedésbe kerül. A rendszernek ezt a szimmetriáját könnyen kifejezésre juttathatjuk a hullámfüggvényben.

A 3. tengely körüli 180° -os forgatáskor ($\vartheta_1 \rightarrow \vartheta_1$, $\vartheta_2 \rightarrow \vartheta_2$, $\vartheta_3 \rightarrow \vartheta_3 + \pi$) a D függvények a következő módon viselkednek:

$$D_{MK}^I(\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3 + \pi) = (-1)^K D_{MK}^I(\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3).$$

Ebből következik, hogy K csak páros lehet.

Az 1. tengely körüli 180° -os forgatáskor ($\vartheta_1 \rightarrow \vartheta_1 + \pi$, $\vartheta_2 \rightarrow \pi - \vartheta_2$, $\vartheta_3 \rightarrow -\vartheta_3$) pedig

$$D_{MK}^I(\vartheta_1 + \pi, \pi - \vartheta_2, -\vartheta_3) = (-1)^{I+K} D_{M, -K}^I(\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3).$$

Látható, hogy a fenti forgatásokkal szemben az alábbi lineárkombináció lesz invariáns:

$$D_{MK}^I(\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3) + (-1)^{I+K} D_{M, -K}^I(\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3),$$

és a (-1) kitevőjéből K elhagyható, mivel K páros.

Ezek alapján már felírhatjuk H_{rot} sajátfüggvényét:

$$\Psi_{IM}(\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3) = \sum_{K=\text{páros}} C_K \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^2}} [D_{MK}^I(\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3) + (-1)^I D_{M, -K}^I(\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3)].$$

Ha a C_K együtthatókat alkalmasan választjuk, akkor ez sajátfüggvénye lesz az R^2 -en és R_z -n kívül a H_{rot} operátornak is. Minthogy $I=1$ esetén csak $K=0$ lehetséges, azért

$$\Psi_{1M}(\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3) \equiv 0.$$

Ez azt jelenti, hogy $I=1$ impulzusmomentumú rotációs állapot páros-páros mag esetén nem létezhet. Meghatározva az energiaspektrumot, azaz H_{rot} energia-sajátértékeit I különböző értékei mellett, γ_0 függvényében, a 2. ábrán feltüntetett eredményre jutunk.

Látható, hogy $\gamma_0 \rightarrow 0$ esetén a páratlan impulzusmomentumú állapotok energiában igen magasra tolódnak.

Mivel mi kis energiákon vizsgálódunk, mondhatjuk, hogy $\gamma_0=0$ esetén páratlan impulzusmomentumú állapot nem jön létre.

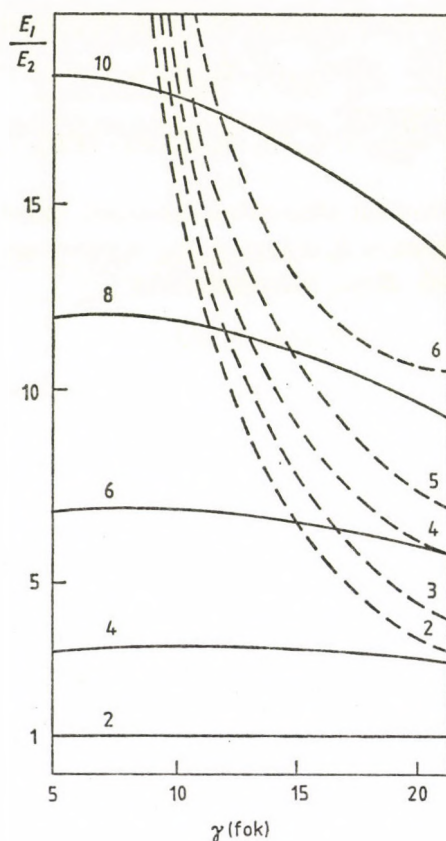
$\gamma_0 \rightarrow 0$ esetén $\Theta_1 \rightarrow \Theta_2 (= \Theta)$, $\Theta_3 \rightarrow 0$, azaz a mag tengelyszimmetrikussá válik. A Hamilton-operátorban az $1/\Theta_3$ -mal arányos tag problémát jelentene, de ezt eleve elhagyhatjuk, mivel már a klasszikus Hamilton-függvényből is kiesik. Így a Hamilton-operátor a következő alakra egyszerűsödik:

$$H_{\text{rot}} = \frac{\hbar^2}{2\Theta} (R^2 - R_3^2),$$

melynek sajátértéke

$$E_{\text{rot}}^I = \frac{\hbar^2}{2\Theta} I(I+1).$$

R_3 sajátértéke (K) zérus (a szimmetriatengely körül nincs forgás). Ha más gerjesztések is jelen vannak, pl. egyrészcsekés gerjesztés vagy γ vibráció, akkor a belső mozgás miatt $K \neq 0$ is lehetséges,



2. ábra. Egy deformált páros-páros mag energiaspektruma a γ_0 deformáció függvényében, a rotációs modell alapján számolva

és ekkor az eredeti alak használandó. Ha $K \neq 0$, akkor I csak páros lehet, mert egyébként Ψ_{IM} azonosan zérus. Ezek alapján felírhatjuk a lehetséges (I, K) párokat:

I páros: $|K| = 0, 2, 4, \dots, I,$

I páratlan: $|K| = 2, 4, \dots, I-1.$

Rögzített K mellett a különböző I -jű állapotok egy-egy rotációs sávot alkotnak. A rotációs állapotok jellegzetességeit a 2. táblázattal szemléltethetjük, amely az ^{238}U -mag alapállapotára épülő rotációs sávot mutatja.

2. táblázat

I^π	E_{kis} (keV)	E_{elm} (keV)
14^+	1417	1565
12^+	1078	1162
10^+	777	820
8^+	518,7	537
6^+	307,6	313
4^+	148,2	149
2^+	44,7	44,7
0^+	0,0	0,0

Az E_{elm} energiaértéket az

$$E_{\text{rot}}^I = \frac{\hbar^2}{2\Theta} I(I+1)$$

képlet alapján számítottuk ki. Az Θ tehetetlenségi nyomatékot tartalmazó $\hbar^2/2\Theta$ együtthatót 7,45-nek választottuk, ez pontosan visszaadja az első gerjesztett állapot energiáját.

A táblázatból kiolvashatjuk, hogy a rotációs modell, néhány százalékos hibától eltekintve, látványos módon képes reprodukálni a kísérleti adatokat.

8. A deformált magok vibrációja

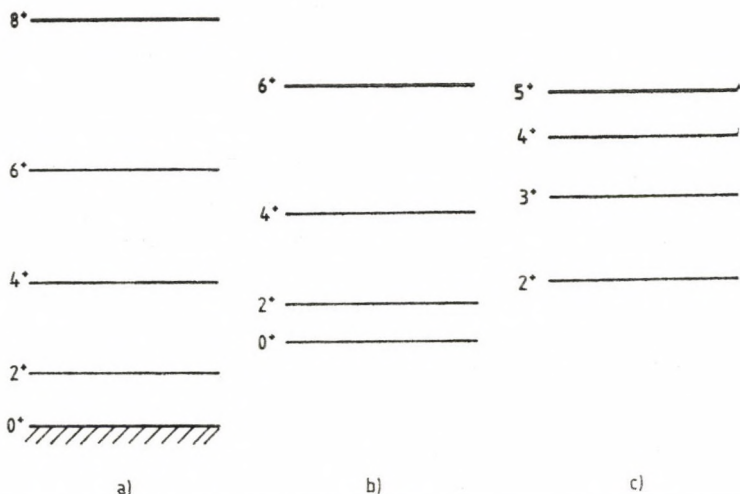
Vizsgáljuk most azt az esetet, amikor β és γ a β_0 és γ_0 egyensúlyi érték körül változik. Ha a változás kismértékű, akkor a H operátort sorba fejthetjük a β és γ paraméterek szerint. Amint láttuk, ekkor

$$H = H_\beta + H_\gamma + H_{\text{rot}} + H_{\text{rot-vib}}.$$

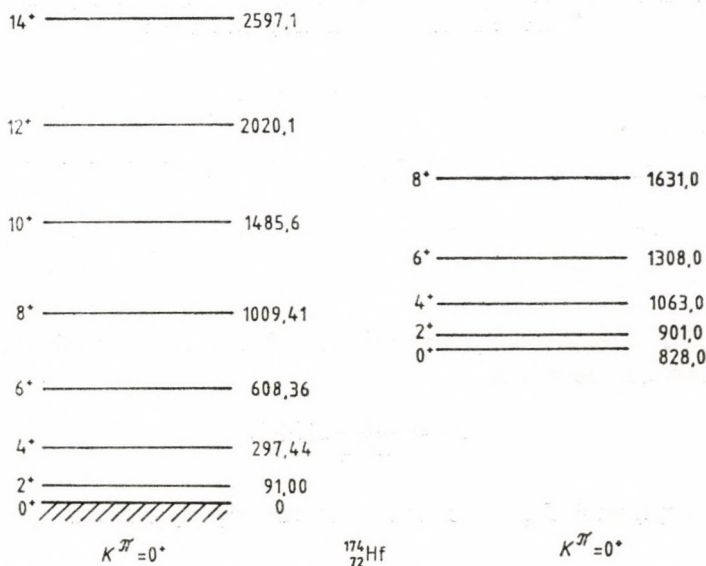
Az első két tag a harmonikus oszcillátor Hamilton-operátorával megegyező alakú, és a β , illetve γ vibrációt írja le. A harmadik tag a rotációs mozgás energiaoperátora. Az utolsó tag a háromfajta mozgás csatolódásáról ad számot. Név szerint ez a rotációs-vibrációs csatolás operátora. Első közelítésben ezt az utóbbit elhanyagolhatjuk. Az elmondottak alapján felrajzolhatjuk egy idealizált permanensen deformált mag gerjesztési spektrumát (3. ábra).

A deformált páros-páros magoknál megfigyelt spektrumokat általában ilyen módon lehet értelmezni. Példaként a 4. ábrán feltüntettük a ^{174}Hf -magnak az alapállapotára és az első β vibrációs állapotára épülő rotációs sávjait, valamint az 5. ábrán az ^{166}Er -magnak az alapállapotára és az első γ vibrációs állapotára épülő rotációs sávjait.

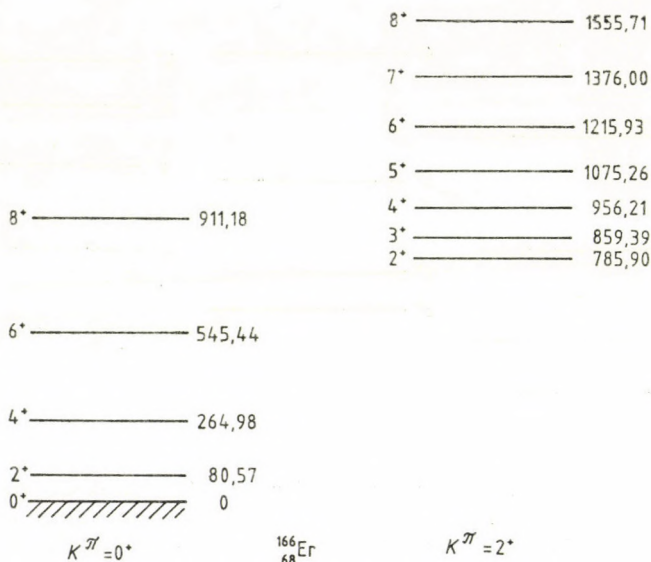
A magok megfigyelt spektrumában előfordul még általában sok olyan nívó, amit nem lehet azonosítani a most ismertett modell segítségével. Ennek egyik oka, hogy csak kvadrupólusdeformációt vettünk figyelembe, létrejöhet azonban oktapólusdeformáció is.



3. ábra. Egy idealizált deformált mag gerjesztési spektrumának sávszerkezete: a) az alapállapotra épülő rotációs sáv ($K=0$, $n_\beta=0$, $n_\gamma=0$); b) egy β vibrációs állapotra épülő rotációs sáv ($K=0$, $n_\beta=1$, $n_\gamma=0$); c) egy γ vibrációs állapotra épülő rotációs sáv ($K=2$, $n_\beta=0$, $n_\gamma=1$)



4. ábra. A deformált $^{174}_{72}\text{Hf}$ -mag rotációs sávjai, amelyek az alapállapotra, illetve az első vibrációs állapotra épülnek



5. ábra. A deformált $^{166}_{68}\text{Er}$ -mag rotációs sávjai, amelyek az alapállapotra, illetve az első vibrációs állapotra épülnek

A másik, hogy az energia növekedtével a gerjesztési spektrumban egyre nagyobb számban fordulnak elő olyan nívók, amelyeket csak a nukleonok egyrészecske jellegű gerjesztésének feltételezésével lehet értelmezni.

Összefoglalásul megállapíthatjuk, hogy a deformált magok kollektív gerjesztései rendkívül hasonlítanak a molekulaszpektrumokra, ahol a különböző vibrációs és egyelektron-gerjesztéssel előálló állapotokra olyan rotációs sávok épülnek, amelyek szinte tökéletesen követik az

$$E_I = \frac{\hbar^2}{2\Theta_m} I(I+1)$$

törvényt, ahol Θ_m a molekula tehetetlenségi nyomatéka.

9. Egyesített modell

A kollektív modell keretei között feltételeztük, hogy a mag belső állapotát kielégítő módon leírhatjuk úgy, hogy megadjuk a felületét. Kvadrupólus jellegű deformációkra szorítkozva a magfelület szabadsági fokainak száma öt. A mágikus számok közelébe eső magok esetén a magfelület egy gömbszimmetrikus egyensúlyi helyzet körül vibrál. Ezek a vibrációk közelítőleg egy ötdimenziós harmonikus oszcillátor sajátfüggvényeivel jellemezhetők. A mágikus számoktól távol eső, erősen deformált magok esetén az öt szabadsági fok közül három a deformációs ellipszoid tengelyeinek az állását meghatározó három Euler-szöggel kapcsolatos. Ehhez a három szabadsági fokhoz tartozó mozgásforma a rotáció, amelynek leírását a kvantummechanikai rotátor $D_{\mu\nu}^I(\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3)$ sajátfüggvényei szolgáltatják. A fennmaradó két szabadsági fok a deformáció jellegét és mértékét kifejező deformációs paraméterekkel kapcsolatos. Ezek közül β a tengelyszimmetrikus, γ a tengelyszimmetriát sértő deformáció mértéke. Ezen paraméterek változásai, az egyensúlyi állapotot jellemző β_0 és γ_0 értékek körül, a magfelület olyan vibrációinak felelnek meg, amelyek közelítőleg két egydimenziós harmonikus oszcillátor sajátfüggvényeivel írhatók le.

A kollektív modell kapcsán nyomban felmerül az a teljesen természetes kétely, hogy vajon lehetséges-e a mag leírása egy olyan modellel, amelyben a szabadsági fokok száma öt, holott az A nuk-

leonból álló mag szabadsági fokainak száma $5A$. (Nukleononként 3 térbeli, 1 spin és 1 töltés szabadsági fok.) A héjmodell keretei között a szabadsági fokok számának problémája nem elvi, hanem gyakorlati oldalról vetődik fel. A héjmodellbeli Hamilton-operátor és ennek sajátfüggvényei egy $5A$ szabadsági fokszámú rendszernek felelnek meg. A héjmodell konkrét alkalmazásainál éppen a szabadsági fokok számának nagysága okozza a nehézséget. Ezt a problémát úgy „kerüljük meg”, hogy feltételezzük, hogy a mágikus törzset alkotó nukleonok szabadsági fokai „befagynak”.

Ennek a feltevésnek a pontos megfogalmazása céljából bontsuk fel a Hamilton-operátort a következő módon:

$$H = H_{\text{törzs}} + H_{\text{val}} + H_{\text{kh}},$$

ahol

$$H_{\text{törzs}} = \sum_{m=1}^t T_m + \frac{1}{2} \sum_{m \neq n}^t v(x_m, x_n)$$

a törzset alkotó nukleonok,

$$H_{\text{val}} = \sum_{i=1}^v T_i + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j}^v v(x_i, x_j)$$

a valencianukleonok és

$$H_{\text{kh}} = \sum_{i=1}^v \sum_{m=1}^t v(x_i, x_m) \quad (v+t=A)$$

ezek kölcsönhatásának Hamilton-operátora.

Most „fagyasszuk be” a törzs nukleonjaihoz tartozó szabadsági fokokat. Ez azt jelenti, hogy a rendszer mozgása során a törzs nukleonjai mindvégig a törzs gömbszimmetrikus állapotának megfelelő $\Phi_0(x_1, \dots, x_t)$ állapotban maradnak.

Képezzük a Hamilton-operátor átlagértékét ezen $\Phi_0(x_1, \dots, x_t)$ függvény segítségével:

$$\langle \Phi_0 | H | \Phi_0 \rangle = \mathcal{H}(x_1, \dots, x_v) = H_0 + \sum_{i=1}^v [T_i + V(x_i)] + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j}^v v(x_i, x_j).$$

Az így kapott $\mathcal{H}(x_1, \dots, x_v)$ a törzs nukleonjainak szabadsági fokait már nem tartalmazó, a valencianukleonok leírására szolgáló Hamilton-operátor, ahol $H_0 = \langle \Phi_0 | H_{\text{törzs}} | \Phi_0 \rangle$ a törzs alapállapot energiája és $V(x_i)$ a törzs által az i -edik valencianukleonra kifejtett hatás potenciálja:

$$V(x_i) = \sum_{m=1}^i \langle \Phi_0 | v(x_i, x_m) | \Phi_0 \rangle.$$

A szabadsági fokok ilyen jellegű redukálását csak akkor érdemes végrehajtani, ha az „élve maradó” szabadsági fokok száma elég kicsi ahhoz, hogy a hozzájuk tartozó mozgás legalább közelítő számításokkal nyomon követhető legyen. Ahhoz, hogy ez elérhető legyen, a héjmodell keretei között sokszor kényszerülünk arra, hogy a mágikus törzs fogalmát felcseréljük a zárt törzs fogalmával.

A „zárt törzs” egy olyan képződmény, amelyben minden alhéj telített, azaz minden j impulzusmomentummal jellemzett héjban $2j+1$ nukleon foglal helyet, egészen egy meghatározott alhéjig bezárólag.

Ebben a felfogásmódban a zárt törzs nukleonjaihoz tartozó szabadsági fokokat tekintjük befagyottnak, és így elérhető, hogy az explicite figyelembe veendő valencianukleonok száma jelentősen lecsökken. Ebben az esetben azonban már kevésbé lehetünk biztosak afelől, hogy a törzs inert. Még drasztikusabb egyszerűsítést jelent, ha a zárt törzs fogalmát felcseréljük a páros-páros törzs fogalmával. Ebben az esetben a valenciarészecskék száma legfeljebb kettő, mégpedig

- páratlan-páratlan magnál 2,
- páros-páratlannál 1,
- páros-páros magnál 0.

Míg az inert mágikus törzs állapotának leírására használt $\Phi_0(x_1, \dots, x_i)$ függvény egy gömbszimmetrikus, nehezen perturbálható anyageloszlást írt le, addig egy nem mágikus páros-páros törzs alapállapotának a leírására egy olyan $\Phi(x_1, \dots, x_i)$ függ-

vény szolgál, amely egy nem feltétlenül gömbszimmetrikus, könnyen perturbálható (deformálható) anyageloszlást ír le. Ezért a törzs nem tekinthető inertnek, a könnyen gerjeszthető kollektív szabadsági fokoktól nem szabad eltekintenünk.

Azt látjuk tehát, hogy amikor a valencianukleonok számát drasztikusan csökkentjük, akkor a teljes rendszer szabadsági fokainak számában nem áll elő ugyanilyen drasztikus csökkenés, mert közben a törzs lesz „eleven”.

Azt a modellt, amely a valencianukleonokat a héjmodell eszközeivel, a könnyen deformálható, avagy már eleve deformált törzset a kollektív modell eszközeivel írja le, „egyesített modellnek” szokás nevezni.

Az egyesített modell Hamilton-operátora az előzőekben felírt

$$\mathcal{H} = H_0 + \sum_{i=1}^v [T_i + V(x_i)] + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j}^v v(x_i, x_j)$$

operátor olyan általánosítása, ahol a törzset leíró H_0 és a valencianukleonokra ható $V(x_i)$ potenciál is függ az α_μ deformációs paraméterektől:

$$\mathcal{H} = H_0(\alpha_\mu) + \sum_{i=1}^v [T_i + V(x_i; \alpha_\mu)] + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j}^v v(x_i, x_j).$$

Az egyesített modellt a leggyakrabban a páros-páratlan magok leírására alkalmazzák, amikor is a valencianukleonok száma 1. A továbbiakban erre a speciális esetre korlátozzuk megfontolásainkat, mert ez elég általános ahhoz, hogy megvilágíthassuk az egyesített modell lényegét, de elég egyszerű ahhoz, hogy áttekinthető legyen. A páros-páratlan mag Hamilton-operátora az egyesített modell keretei között a

$$\mathcal{H} = H_0(\alpha_\mu) + T + V(x; \alpha_\mu)$$

alakot ölti.

A gömbszimmetrikus és a deformált magok vizsgálatát itt is célszerű különválasztani.

10. Gömbszimmetrikus páros-páratlan magok

A gömbszimmetrikus páros-páratlan magok esetében az utolsó nukleonra ható átlagos potenciál csak akkor tér el a gömbszimmetrikustól, amikor a potenciáletteret létrehozó páros-páros törzs gerjesztett (vibrációs) állapotban van, és az eltérés ekkor is csak kismértékű. Ennek következtében $V(x; \alpha_\mu)$ sorba fejthető az $\alpha_v = 0$ pont körül:

$$V(x; \alpha_\mu) = V_0(x) + \sum_v \left[\left(\frac{\partial V}{\partial \alpha_v} \right) \alpha_v^* + \left(\frac{\partial V}{\partial \alpha_v} \right)^* \alpha_v \right] + \dots$$

Mint hogy a potenciálnak forgásinvariáns skalárnak kell lennie, α_v pedig egy $2v$ indexes tenzor, azért $\partial V / \partial \alpha_v$ is egy $2v$ indexes tenzor kell hogy legyen. A $\partial V / \partial \alpha_v$ függ az utolsó, páratlan nukleon r, ϑ, φ koordinátáitól. Az ezekből megszerkeszthető legegyszerűbb tenzor:

$$\frac{\partial V}{\partial \alpha_v} = k(r) Y_{2v}(\vartheta, \varphi).$$

Ezek szerint

$$V(x; \alpha_\mu) = V_0(x) + k(r) \sum_v [\alpha_{-v} (-1)^v + \alpha_v^*] Y_{2v}(\vartheta, \varphi),$$

ahol $V_0(x)$ a valencianukleonra ható gömbszimmetrikus egyrészecske-potenciál, a második tag a valencianukleonra ható anizotrop potenciálnak,

$$k(r) Y_{2v}(\vartheta, \varphi)$$

-nak és a törzs kollektív koordinátáira ható operátoroknak, azaz fononkeltő és fononeltüntető operátoroknak invariáns kombinációja.

A Hamilton-operátor tehát a

$$\mathcal{H} = H_0(\alpha_\mu) + T + V_0 + V'$$

alakban írható, ahol $V = V_0 + V'$ a törzs és a valencianukleon kölcsönhatását írja le; V' hatását többnyire elegendő a perturbációszámítás első közelítésében figyelembe venni. A rendszer Ψ_{JM}^{jIN} állapotfüggvényét a

$$(T + V_0) \varphi_{jm} = \varepsilon_j \varphi_{jm}$$

egyrészeske-egyenlet és a törzs állapotát meghatározó

$$H_0(\alpha_\mu) \Phi_{IM_I}^N = E_I^N \Phi_{IM_I}^N$$

egyenlet megoldásainak kombinációjával lehet előállítani:

$$\Psi_{JM}^{jIN} = \sum_{m, M_I} (j m \ I M_I | J M) \varphi_{jm} \Phi_{IM_I}^N,$$

ahol N a fononok számát jelöli. Ebben az állapotban a rendszer energiájának várható értéke:

$$E_J^{jIN} = \varepsilon_j + E_I^N + \Delta E_J^{jIN}$$

$$\Delta E_J^{jIN} = \langle \Psi_{JM}^{jIN} | V' | \Psi_{JM}^{jIN} \rangle =$$

$$= \sum_{m, m', v} \sum_{M_I, M_I'} (j m \ I M_I | J M) (j m' \ I M_I' | J M) \times$$

$$\times \langle \varphi_{jm} | k(r) Y_{2v}(\vartheta, \varphi) | \varphi_{jm'} \rangle \langle \Phi_{IM_I}^N | (\alpha_v^* + (-1)^v \alpha_{-v}) | \Phi_{IM_I'}^N \rangle.$$

Felhasználva a Wigner—Eckart-tételt kapjuk, hogy

$$\Delta E_J^{jIN} = \sum_{m, m', v} \sum_{M_I, M_I'} (j m \ I M_I | J M) (j m' \ I M_I' | J M) \times$$

$$\times (2 v \ j \ m' | j \ m) \langle j \| T_2^k \| j \rangle \langle 2 (-v) \ I \ M_I' | I \ M_I \rangle \langle I \ N \| T_2^z \| I \ N \rangle =$$

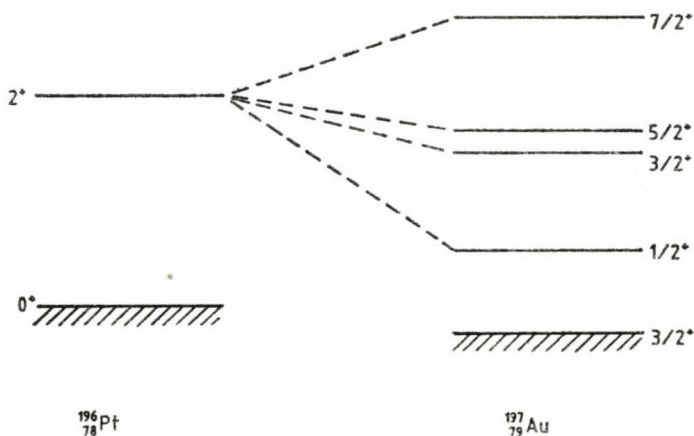
$$= CW(j \ I \ j \ I; \ J \ 2) (2J+1) (-1)^{J-j+I}.$$

Itt C J -től független, a redukált mátrixelemek szorzatával arányos konstans:

$$C = \sqrt{\frac{2I+1}{2j+1}} \langle j \| T_2^* \| j \rangle \langle IN \| T_2^* \| IN \rangle.$$

A négy Clebsch—Gordan-együttható szorzatára vonatkozó összeg éppen a $W(j I j I; J 2)$ Racah-együtthatót adja eredményül. Azt kapjuk tehát, hogy a páros-páratlan mag energiája nulladik közelítésben megkapható a törzs E_I^N és a valencianukleon ϵ_j energiájának összegeként. Első közelítésben ehhez még hozzá kell adni a törzs és a valencianukleon kölcsönhatásából származó energiát, ami a J impulzusmomentumtól függő Racah-együtthatóval arányos.

Illusztrációképpen vizsgáljuk meg a ^{196}Pt - és a szomszédos ^{197}Au -magnak az energiaspektrumát (6. ábra). Látható, hogy a ^{197}Au alapállapota úgy alakul ki, hogy a ^{196}Pt -nak megfelelő 0^+ állapotban lévő törzs körül egy proton tartózkodik egy $j^* = (3/2)^+$ egyrészecske-állapotban. Az ^{197}Au gerjesztett állapotai úgy alakulnak ki, hogy gerjesztődik a 2^+ spinű és paritású 1-fononos ál-



6. ábra. A szomszédos ^{196}Pt - és ^{197}Au -magok gerjesztési spektruma

lapota és az utolsó proton a $j^\pi = (3/2)^+$ impulzusmomentummal jellemzett állapotban marad.

Az ^{197}Au teljes J impulzusmomentuma a törzs $I=2$ és az utolsó nukleon $j=3/2$ impulzusmomentumának csatolódásából áll elő:

$$|I-j| \leq J \leq I+j.$$

Az ^{197}Au $J=1/2, 3/2, 5/2$ és $7/2$ nívóinak sorrendjét és távolságát a Racah-együtthatóval arányos mennyiség határozza meg.

11. Deformált páros-páratlan magok

Azoknál a páros-páratlan magoknál, amelyeknél a páros-páros törzs permanens deformációval rendelkezik, az utolsó páratlan nukleon mozgását még közelítőleg sem lehet egy gömbszimmetrikus potenciáltérben mozgó nukleon hullámfüggvényével leírni. Más szóval nagymértékű deformáció esetén a törzs és a valencianukleon kölcsönhatását leíró $V(x; \alpha_\mu)$ potenciált nem lehet az $\alpha_\mu = 0$ pont körül sorba fejteni.

E helyett viszont azt meg lehet tenni, hogy sorba fejtünk β és γ deformációs paraméterek szerint a β_0 és γ_0 egyensúlyi értékek körül:

$$V(x; \vartheta_i, \beta, \gamma) = V(x; \vartheta_i, \beta_0, \gamma_0) + \\ + \left(\frac{\partial V}{\partial \beta} \right)_0 (\beta - \beta_0) + \left(\frac{\partial V}{\partial \gamma} \right)_0 (\gamma - \gamma_0) + \dots$$

Ahhoz, hogy a β_0 és γ_0 paraméterekkel jellemzett deformáció egyensúlyi állapotnak feleljen meg, az szükséges, hogy a $(\partial V / \partial \beta)$ és $(\partial V / \partial \gamma)_0$ első deriváltak eltűnjenek. A magasabb rendű tagokat elhanyagolva, és feltételezve, hogy az egyensúlyi deformáció tengelyszimmetrikus ($\gamma_0 = 0$), kapjuk, hogy

$$V(x; \vartheta_i, \beta, \gamma) \approx V(x; \vartheta_i, \beta_0).$$

A rendszer Hamilton-operátorát ezek szerint a

$$\mathcal{H} = H_0(\vartheta_i, \beta_0, \gamma = 0) + T + V(x; \vartheta_i, \beta_0)$$

alakban írhatjuk fel.

Foglalkozunk előbb a páros-páros törzs mozgásával, amelynek Hamilton-operátora a kollektív modell szerint a

$$H_0(\vartheta_i, \beta, \gamma) = H_{\text{rot}} + H_{\text{vib}} + H_{\text{rot-vib}}$$

alakban írható fel. Az áttekinthetőség kedvéért tegyük fel, hogy a páros-páros törzs vibrációs szabadsági fokait „befagyasztottuk”. Ebben az esetben a törzs leírását a H_{rot} sajátfüggvényei szolgáltatják. A vibrációs gerjesztések tekintetbevétele nem jelentene elvi problémát, csak az áttekinthetőséget zavarná.

A forgó páros-páros törzs Hamilton-operátora:

$$H_{\text{rot}} = \hbar^2 \left(\frac{R_1^2}{2\Theta_1} + \frac{R_2^2}{2\Theta_2} + \frac{R_3^2}{2\Theta_3} \right),$$

ahol az R_i -k a törzs impulzusmomentumának a maghoz rögzített koordináta-rendszerre vonatkoztatott komponensei.

A teljes impulzusmomentum a törzs \mathbf{R} és a valencianukleon \mathbf{j} impulzusmomentumából tevődik össze:

$$\mathbf{I} = \mathbf{R} + \mathbf{j}.$$

H_{rot} átírható a következő alakba:

$$H_{\text{rot}} = \hbar^2 \left(\frac{(I_1 - j_1)^2}{2\Theta_1} + \frac{(I_2 - j_2)^2}{2\Theta_2} + \frac{(I_3 - j_3)^2}{2\Theta_3} \right).$$

Már korábban feltételeztük, hogy a deformáció tengelyszimmetrikus, ekkor viszont $\Theta_1 = \Theta_2 = \Theta$ és

$$\begin{aligned} H_{\text{rot}} &= \frac{\hbar^2}{2\Theta} [(I - \mathbf{j})^2 - (I_3 - j_3)^2] + \frac{\hbar^2}{2\Theta_3} (I_3 - j_3)^2 = \\ &= \frac{\hbar^2}{2\Theta} [I^2 - (I_3 - j_3)^2] + \frac{\hbar^2}{2\Theta_3} (I_3 - j_3)^2 + \frac{\hbar^2}{2\Theta} j^2 - \frac{\hbar^2}{\Theta} \mathbf{I} \cdot \mathbf{j}. \end{aligned}$$

A teljes páros-páratlan rendszer Hamilton-operátora, a vibrációs energia elhagyása után, a törzshöz rögzített koordináta-rendszerben a

$$\mathcal{H} = \left\{ \frac{\hbar^2}{2\Theta} [I^2 - (I_3 - j_3)^2] + \frac{\hbar^2}{2\Theta_3} (I_3 - j_3)^2 \right\} + \\ + \left\{ T + V(x'; \beta_0) + \frac{\hbar^2}{2\Theta} j^2 \right\} - \left\{ \frac{\hbar^2}{\Theta} \mathbf{I} \mathbf{j} \right\}$$

alakban írható fel, ahol az első tag az egész rendszer rotációs energiája, a második a valencianukleonnak az energiája a maghoz rögzített rendszerre vonatkoztatva. Az utolsó tag a Coriolis-kölcsönhatás, amely csatolást hoz létre a forgás és az egyrézecske-mozgás között.

Első közelítésben ezt az utolsó tagot elhanyagoljuk, hatását perturbációszámítással vehetjük figyelembe. Itt azonban meg kell jegyezni, hogy a valencianukleonra ható potenciált csak abban az esetben írhatjuk ilyen egyszerű alakba, ha feltételezzük, hogy a mag olyan lassan forog a nukleon mozgásához képest, hogy a nukleon adiabatikusan tudja követni a törzs forgását. Ebben az esetben a nukleon minden pillanatban egy sztatikus deformált potenciált „érez”. Ez az ún. adiabatikus közelítés mindaddig kielégítő, amíg a mag impulzusmomentuma nem vesz fel túlzottan nagy értékeket.

A valencianukleon mozgását a maghoz rögzített K' koordináta-rendszerben a

$$H_{\text{val}} = T + V(x'; \beta_0) + \frac{\hbar^2}{2\Theta} j^2$$

Hamilton-operátor határozza meg.

Tegyük fel, hogy ismerjük a

$$H_{\text{val}} \chi_{\Omega}^{\tau} = \varepsilon_{\Omega}^{\tau}(\beta_0) \chi_{\Omega}^{\tau}$$

egyenlet χ_{Ω}^{τ} megoldásait. Hogy hogyan lehet ezeket a megoldásokat felkutatni, azt majd a következő fejezetben fogjuk részletesen megbeszélni. A feltételezett tengelyszimmetria következtében χ_{Ω}^{τ}

sajátfüggvénye a j_3 impulzuszórántum-operátornak is Ω sajátérték mellett. A sajátfüggvény teljes jellemzésére szolgáló további kvantumszámokat összefoglalóan a τ index jelöli.

Talán nem fölösleges hangsúlyozni, hogy χ_Ω^τ nem sajátfüggvénye j^2 -nek, hiszen a potenciál nem forgásszimmetrikus. A Hamilton-operátor szerkezete mutatja, hogy célszerű a rendszer hullámfüggvényét a

$$\Psi \sim D(\vartheta_i) \chi_\Omega^\tau$$

alakban keresni, ahol $D(\vartheta_i)$ csak a ϑ_i Euler-szögektől függ.

Előkészítésül vizsgáljuk meg a \mathcal{H} -ban előforduló impulzuszórántum-operátorok hatását egy ilyen jellegű hullámfüggvényre. Ebből a célból számítsuk ki a χ függvény $\delta\chi$ megváltozását, ami a $\delta\phi$ forgásvektorral való elforgatás eredményeként áll elő:

$$\delta\chi = i(\delta\phi \cdot \mathbf{I})\chi = i\delta\phi(\mathbf{R} + \mathbf{j})\chi.$$

Mínthogy \mathbf{R} a törzs elforgatásának operátora (tehát a K' koordináta-rendszer elforgatását idézi elő), \mathbf{j} pedig a valencianukleon hullámfüggvényét forgatja, azért a két forgatás együttese a χ hullámfüggvényt változtatlanul hagyja, vagyis $\delta\chi=0$, tehát $\mathbf{I}\chi=0$.

Ebből következik, hogy

$$\mathbf{I}\Psi = \mathbf{I}(D\chi) = (\mathbf{I}D)\chi.$$

Ezért $D(\vartheta_i)$ helyébe az I_s , I_z és I_3 operátorok $D_{MK}^I(\vartheta_i)$ alakú sajátfüggvényét írva, olyan

$$\Psi_{IMK}^{\tau\Omega} = \sqrt{\frac{2I+1}{8\pi^2}} D_{MK}^I(\vartheta_i) \chi_\Omega^\tau(x')$$

normált függvényt kapunk, amely sajátfüggvénye nemcsak az I^2 , I_z és I_3 operátoroknak, hanem j_3 -nak is, és így a Coriolis-tag elhagyásával kapott Hamilton-operátornak is.

Korábban feltételeztük, hogy a törzs tengelyszimmetrikus. Ez azt jelenti, hogy a K' rendszer 3. tengelye körüli elforgatás nem vál-

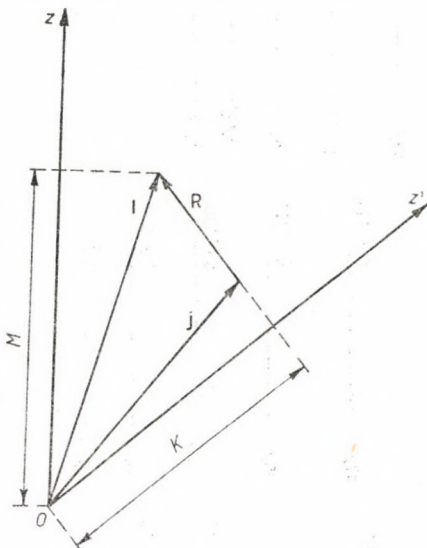
toztathatja meg a rendszer hullámfüggvényét:

$$R_3 \Psi_{IMK}^{\tau\Omega} = 0.$$

Ebből következik, hogy

$$(I_3 - j_3) \Psi_{IMK}^{\tau\Omega} = (K - \Omega) \Psi_{IMK}^{\tau\Omega} = 0,$$

azaz $K = \Omega$ kell hogy legyen.

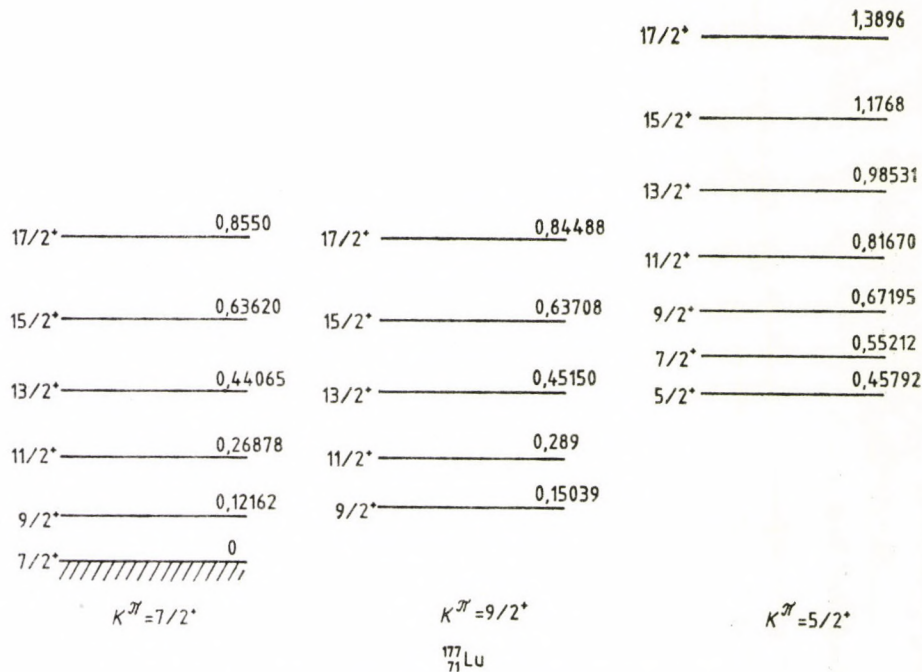


7. ábra. Az impulzusmomentum-összetevők

Az impulzusmomentum különböző összetevőit a 7. ábrán szemléltetjük. Az ábra jól érzékelteti, hogy \mathbf{R} -nek nincs a maghoz rögzített K' koordináta-rendszer 3. tengelyével párhuzamos összetevője: a törzs csak a szimmetriatengelyre merőleges irány körül foroghat. A szimmetriatengellyel párhuzamos impulzusmomentum-összetevő csak a valencianukleontól származhat.

Ezek után kiszámíthatjuk a rendszer energiájának várható értékét:

$$E_{IK}^{\tau} = \epsilon_K^{\tau} + \frac{\hbar^2}{2\Theta} I(I+1) + \Delta E_{IK}^{\tau},$$



8. ábra. A deformált páros-páratlan $^{177}_{71}\text{Lu}$ -mag gerjesztési spektruma

ahol

$$\Delta E_{IK}^{\epsilon} = \langle \Psi_{IMK}^{\epsilon K} | -\frac{\hbar^2}{\Theta} \mathbf{I} \mathbf{j} | \Psi_{IMK}^{\epsilon K} \rangle$$

a Coriolis-kölcsönhatás okozta korrekció. Nem nehéz bebizonyítani, hogy ezzel csak $K=1/2$ esetén kell törődni.

Megállapíthatjuk tehát, hogy adott $K(\neq 1/2)$ mellett az energia az $I(I+1)$ mennyiséggel arányosan nő. Illusztrációként a 8. ábrán bemutatjuk a $^{177}_{71}\text{Lu}$ -mag energiapspektrumát.

12. A deformált magok egyrészecske-állapotai

Amint az előzőkben láttuk, a deformált magok kollektív, azaz rotációs és vibrációs gerjesztései a magfelület olyan mozgásának tekinthetők, amely mozgás lényegesen lassúbb, mint az egyes nukleonoké. Ezért a valencianukleonok mozgását a magtörzshöz rögzített koordináta-rendszerben úgy írhatjuk le, mintha azok egy deformált statikus $V(\mathbf{r}'; \beta_0)$ potenciáltérben mozognának. A valóságban az az átlagos potenciál, amelyet a valencianukleonok éreznek, időben lassan változik, ezt a változást azonban a gyorsan mozgó nukleonok adiabatikusan követik. Ezek alapján az egye-sített modell keretében érvényes $\Psi = D\chi$ hullámfüggvényt úgy lehet megszerkeszteni, hogy előbb a $\chi(\mathbf{r}')$ egyrészecske-hullámfügg-vényt határozzuk meg a

$$H_{\text{val}} \chi_{\Omega}^{\tau} = \varepsilon_{\Omega}^{\tau}(\beta_0) \chi_{\Omega}^{\tau}$$

energiasajátérték-egyenlet segítségével, ahol

$$H_{\text{val}} = T + V(\mathbf{r}'; \beta_0) + \frac{\hbar^2}{2\Theta} j^2.$$

Ha a $V(\mathbf{r}'; \beta_0)$ potenciál gömbszimmetrikus lenne ($\beta_0=0$), akkor a feladat az egyrészecske-héjmodell keretei között tárgyalt problémára redukálna. Jelen esetben azonban éppen az a lényeges, hogy a potenciál deformált: $\beta_0 \neq 0$. A korábbiakhoz hasonlóan feltételezzük, hogy a magtörzs a 3. tengely körül

forgásszimmetriát mutat, azaz $\gamma_0=0$. Ebben az esetben j_3 felcserélhető a Hamilton-operátorral, következésképp a χ_Ω^τ energia-sajátfüggvény a j_3 -nak is jól meghatározott sajátértékéhez tartozik, amit Ω -val jelöltünk.

A továbbiakban a H_{val} -ban szereplő $\frac{\hbar^2}{2\Theta} j^2$ alakú tagot elhagyjuk, annak érdekében, hogy figyelmünket a deformációval kapcsolatos problémára koncentrálhassuk, hatását perturbációszámítással figyelembe lehet venni.

A megoldandó feladat tehát a

$$[T+V(\mathbf{r}'; \beta_0)]\varphi_\Omega^\tau(\mathbf{r}') = \varepsilon_\Omega^\tau(\beta_0)\varphi_\Omega^\tau(\mathbf{r}')$$

egyenlet sajátfüggvényeinek és sajátértékeinek a felkutatása. A $V(\mathbf{r}'; \beta_0)$ deformált potenciált a gömbszimmetrikus magok esetén már korábban használt Saxon—Woods-féle

$$V(\mathbf{r}') = \frac{V_0}{1 + e^{-(R_0 - r')/a}}$$

potenciál általánosításával kaphatjuk meg, mégpedig úgy, hogy az R_0 magsugarat a deformált magfelületnek a mag középpontjától számított $R(\vartheta', \varphi')$ távolságával helyettesítjük. Az axiálszimmetria ($\gamma_0=0$) miatt $R(\vartheta', \varphi')$ valójában csak ϑ' -től függ:

$$R(\vartheta') = R_0[1 + \beta_0 Y_{20}(\vartheta')] = R_0 \left(1 + \beta_0 \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \cos^2 \vartheta' \right).$$

Minthogy a potenciál explicite függ a ϑ' szögtől, a fenti Schrödinger-egyenlet megoldása nem történhet a szokásos módon, azaz a $\varphi_\Omega^\tau(\mathbf{r}', \vartheta', \varphi')$ hullámfüggvényt nem írhatjuk csak az \mathbf{r}' -től, valamint csak a ϑ', φ' szögektől függő tényezők szorzataként. Ehelyett az

$$u^\tau(\mathbf{r}', \vartheta') e^{i\Omega\varphi'}$$

alakú felbontás lehetséges. Ezt beírva a Schrödinger-egyenletbe egy olyan kétváltozós parciális differenciálegyenletre jutunk, amely

az r' és ϑ' változóktól függ. Ennek a megoldása csak numerikus úton lehetséges, és úgy is elég fáradságos. Éppen ezért egy lényegesen egyszerűbb modellt, nevezetesen a Nilsson-modell keretei között oldjuk meg a feladatot.

A Nilsson-modellben a nagy távolságokon is helyes leírást adó Saxon—Woods-potenciál helyett az

$$\frac{1}{2} m [\omega_1^2 (x')^2 + \omega_2^2 (y')^2 + \omega_3^2 (z')^2]$$

alakú anizotrop oszcillátor potenciáljával közelítjük a deformált törzs által a valencianukleonra kifejtett hatást. Itt

$$\omega_1^2 = \omega_2^2 = \omega^2 \left(1 + \frac{2}{3} \delta\right), \quad \omega_3^2 = \omega^2 \left(1 - \frac{4}{3} \delta\right),$$

azaz a térbeli oszcillátor az x' és y' irányban azonos frekvenciával, a z' irányban pedig egy ettől különböző frekvenciával rezeg. Pontosabban a potenciált a következő alakúnak választjuk:

$$V(\mathbf{r}'; \beta_0) = \frac{1}{2} m [\omega_1^2 (x')^2 + \omega_2^2 (y')^2 + \omega_3^2 (z')^2] + CLs + DL^2.$$

Itt CLs a spin-pálya kölcsönhatást írja le, ahol a C állandót úgy választjuk meg, hogy a gömbszimmetrikus határesetben a $j = l + 1/2$ és $j = l - 1/2$ állapotok közötti energiafelhasadás helyesen adódjon ki. A DL^2 alakú tag az oszcillátorpotenciál és a Saxon—Woods-potenciál közötti különbséget imitálja. Ha ugyanis $L^2 \hbar^2 l(l+1)$ alakú sajátértéke növekszik, akkor a potenciálhoz az egyre nagyobb pozitív $D \hbar^2 l(l+1)$ mennyiség adódik, tehát a potenciál nagy l -ekre „mélyül”. A nagy l -el jellemzett állapotok hullámfüggvényei viszont a középponttól nagy távolságokra koncentrálódnak, tehát a fenti potenciál nagy távolságokon „mélyebb”, mint amit az oszcillátorpotenciál egymagában adna. A D állandó értékét megfelelően választva elérhető, hogy a gömbszimmetrikus határesetben az energianívók l szerinti felhasadása a Saxon—Woods-potenciállal számolt egyrészcse-spektrumot jól repro-

dukálja. Az oszcillátor-sajátfüggvények mindegyikében szerepel az

$$e^{-x^2/2b^2}$$

tényező, ahol b az ún. oszcillátorhossz:

$$b = \sqrt{\frac{\hbar}{\omega m}}.$$

Ebből következik, hogy az oszcillátor-sajátfüggvények által leírt anyaghullám lineáris mérete $\omega^{-1/2}$ -nel arányosan változik. Ha tehát azt akarjuk, hogy a deformáció során az anyaghullám által kitöltött térfogat ne változzon, azaz a maganyag inkompresszibilitását figyelembe akarjuk venni, akkor ki kell kötni, hogy $(\omega_1 \omega_2 \omega_3)^{-1/2}$ állandó legyen, azaz

$$\omega^3 \left(1 + \frac{2}{3} \delta\right)^2 \left(1 - \frac{4}{3} \delta\right) = \omega_0^3,$$

ahol ω_0 független δ -tól. Ebből következik, hogy ω nem lehet független a deformációtól, hanem

$$\omega \equiv \omega(\delta) = \omega_0 \left(1 - \frac{4}{3} \delta^2 - \frac{16}{27} \delta^3\right)^{-1/6}.$$

Könnyen belátható, hogy az itt szereplő δ deformációs paraméter kicsiny deformációk esetén a korábban használt β_0 paraméterrel a

$$\delta = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \beta_0$$

alakban fejezhető ki.

Ezen előkészítés után a *Nilsson-modell Hamilton-operátora* a

$$H = H_0 + H_\delta + CLs + DL^2$$

alakra hozható, ahol

$$H_0 = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + \frac{1}{2} m \omega^2(\delta) r'^2,$$

$$H_\delta = -\delta \frac{2}{3} \sqrt{\frac{4\pi}{5}} m \omega^2 r'^2 Y_{20}(\vartheta').$$

Látható, hogy H_0 éppen egy izotrop oszcillátor Hamilton-operátora, amelynek sajátérték-egyenlete:

$$H_0 \chi_{l\Lambda\Sigma}^N = \left(N + \frac{3}{2}\right) \hbar \omega \chi_{l\Lambda\Sigma}^N,$$

ahol N az oszcillátorkvantumok száma, Λ és Σ a pályamomentum és a spin harmadik komponensének a sajátértéke. Felhasználva a $\chi_{l\Lambda\Sigma}^N$ sajátfüggvényeket, könnyen megszerkeszthetjük a teljes Hamilton-operátor

$$\langle N' \Lambda' \Sigma' | H | N \Lambda \Sigma \rangle$$

alakú mátrixát, ahol $\Lambda' + \Sigma' = \Lambda + \Sigma = \Omega$ a teljes impulzusmomentum 3. komponensének, azaz j_3 -nak a sajátértéke. A δ paraméter néhány értékére numerikus diagonalizálással meghatározhatjuk az energia

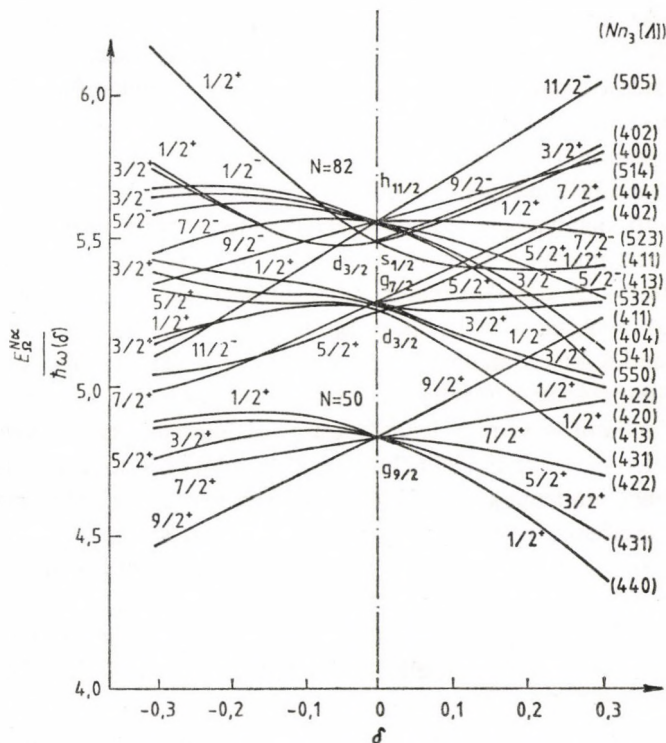
$$E_\Omega^{N\alpha}(\delta) = \left(N + \frac{3}{2}\right) \hbar \omega(\delta) + e_\Omega^{N\alpha}(\delta)$$

alakú sajátértékeit és a

$$\varphi_\Omega^{N\alpha}(\mathbf{r}') = \sum_{l\Lambda\Sigma} a_{l\Omega(-\Sigma)}^{N\alpha} \chi_{l\Lambda\Sigma}^N$$

sajátfüggvényeit. A 9. ábrán feltüntettük az egyrészecske-energiákat, pontosabban az $E_\Omega^{N\alpha}(\delta)/\hbar\omega(\delta)$ értékeket a δ deformációs paraméter függvényében az $50 < N < 82$ magtartományra.

A δ deformációs paraméter pozitív értékei szivar alakú, negatív értékei diszkosz alakú deformációnak felelnek meg. Látható, hogy $\delta=0$ esetben a gömbszimmetrikus esetre érvényes egyrészecskehéjmodell eredményeit kapjuk vissza, ami természetesen annak



9. ábra. A deformált magok egyrészecske-állapotaihoz tartozó $E_R^{N\pi}(\delta)$ energiaértékek mint a δ deformációs paraméter függvényei az $50 < N < 82$ tartományban

köszönhető, hogy a C és D paramétereket megfelelően választottuk meg.

Az 9. ábrán az egyrészecske-energiákat az $|\Omega|^*$, valamint az N, n_3 és $|A|$ kvantumszámokkal indexeltük, ahol π az állapot paritását jelenti; n_3 és $|A|$ az ún. aszimptotikus kvantumszámok, amelyek csak a $\delta \rightarrow \infty$ határesetben jellemeznék egyértelműen az állapotot, ahol a z' irányú oszcillátor gerjesztések számát n_3 -mal, a pályamomentum z' vetületének abszolút értékét $|A|$ -kel jelöl-

tük. Az axiálszimmetria miatt az állapotok energiája független Ω előjelétől, azaz minden állapot kétszeresen degenerált.

A Nilsson-modell segítségével meghatározott hullámfüggvények ugyanazt a szerepet játsszák a deformált magok esetén, mint a gömbszimmetrikus magok esetére érvényes egyrészecske-héjmodell hullámfüggvényei, következésképp alkalmasak a különböző mérhető mennyiségek, többek közt a mágneses momentum, a kvadrupólusmomentum várható értékének, az egyrészecskés elektromágneses- és béta-átmenetek valószínűségeinek a kiszámítására. Ám alkalmasak arra is, hogy bázisrendszerként használjuk őket a maradék-kölcsönhatást is tartalmazó, teljes Hamilton-operátor sajátállapotának a meghatározásánál. Más szóval a Nilsson-modell hullámfüggvényei lehetőséget szolgáltatnak arra, hogy a függetlenrészecske-modellről áttérjünk a valódi héjmodellre, amely a valencianukleonok korrelációját is képes leírni. A gömbszimmetrikus esetben alkalmazott eljárás, nevezetesen a teljes Hamilton-operátor mátrixának a megszerkesztése és numerikus diagonalizálása, itt a valencianukleonok és az egyrészecske-állapotok nagy száma miatt nem alkalmazható. Sikertült azonban a szupravezetés elméletében használt közelítő módszert, az ún. BCS- (Bardeen—Cooper—Schriiffer-) közelítést a deformált magok héjmodelljére alkalmazni, és minthogy a BCS-közelítés annál megbízhatóbb, minél több részecske van a rendszerben, sikerült a deformált magok igen sok megfigyelt tulajdonságát értelmezni.

13. Az atommagok tehetetlenségi nyomatéka

Amint láttuk, a deformált magok kollektív gerjesztései között a legszembetűnőbbek a rotációs gerjesztések. Ezek legtisztábban páros-páros magoknál tanulmányozhatók, minthogy a gerjesztési energia a rendkívül egyszerű

$$E_I = \frac{\hbar^2 I(I+1)}{2\Theta}$$

összefüggéssel adható meg.

Ugyancsak láttuk, hogy a Θ tehetetlenségi nyomaték számértékét elég pontosan meg lehet határozni a megfigyelt gerjesztési spektrum alapján. Felmerül azonban a kérdés: hogyan lehet a tehetetlenségi nyomatéknak, ennek a kifejezetten makroszkopikus fogalomnak fizikai jelentést adni az atommagok esetén. A

$$\Theta_k = 4B\beta^2 \sin^2 \left(\gamma - \frac{2\pi}{\hbar} k \right) \quad (k = 1, 2, 3)$$

képlet, amit a rotáció kinetikus energiájának leszámaztatásánál kaptunk, csak azt mondja meg, hogy hogyan lehet a B tehetetlenségi paraméterből és a β , γ deformációs paraméterekből a Θ_k mennyiséget kiszámítani. Arról viszont meglehetősen keveset mond, hogy ezt a tehetetlenségi nyomaték jellegű mennyiséget hogyan is kell fizikailag értelmezni.

A fizikai értelmezéshez az szükséges, hogy ismerjük a rotáló magfelület által határolt maganyagnak a „halmazállapotát”. Más

szóval tudni kell, hogy a nukleonok alkotta maganyag gáz, folyadék vagy szilárd „halmazállapotú”-e?

Látszólag erre a kérdésre tudjuk a választ, hiszen az egész kollektív modellt arra a feltevésre építettük, hogy a maganyag folyadék. A folyadékok viszont igen széles skálán helyezkednek el, kezdve a súrlódásmentes szuprafolyadéktól a merev testet megközelítő nagy súrlódású amorf anyagig. Éppen ezért célszerű a két határesetet megvizsgálni: először feltételezzük, hogy a mag súrlódásmentes, ideális folyadék, majd pedig azt tesszük fel, hogy végtelen nagy súrlódású merev test.

Ideális folyadék esetén a folyadék \mathbf{v} áramlási sebessége a hidrodinamika szerint lezármaztatható egy φ sebességpotenciából:

$$\mathbf{v} = \text{grad } \varphi,$$

ahol φ kielégíti a

$$\Delta\varphi = 0$$

Laplace-egyenletet.

Ha a folyadék egy mozgó edénybe van zárva, akkor az edény falánál a sebesség normális komponense ideális folyadék esetén meg kell hogy egyezzen az edényfal sebességének normális komponensével. Egy $\boldsymbol{\omega}$ szögsebességgel forgó edény falának sebessége $\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$, ahol \mathbf{r} az edény falának helyvektora. Ellipszoid esetén a normális vektor komponensei:

$$\mathbf{n} \left(\frac{x}{B_1^2}, \frac{y}{B_1^2}, \frac{z}{B_3^2} \right),$$

ahol B_1 és B_3 a tengelyszimmetrikus ellipszoid két főtengelyének hossza:

$$B_1 = R_0 \left(1 - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \beta \right), \quad B_3 = R_0 \left(1 + \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \beta \right).$$

A fent megfogalmazott határfeltétel tehát a

$$(\mathbf{v} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})\mathbf{n} = 0$$

alakba írható. Feltéve, hogy a forgás az y tengely körül történik, azaz $\omega_x=0$, $\omega_y=\omega$, $\omega_z=0$, az

$$\frac{x}{B_1^2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} - \omega z \right) + \frac{y}{B_1^2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) + \frac{z}{B_3^2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} + \omega x \right) = 0$$

egyenlőséget nyerjük.

Behelyettesítéssel meggyőződhetünk, hogy $\varphi = Cxz$ kielégíti a határfeltételt is és a Laplace-egyenletet is, ha

$$C = \frac{B_3^2 - B_1^2}{B_3^2 + B_1^2} \omega.$$

A forgó edénybe zárt folyadék kinetikus energiája, ha az edény tömege elhanyagolható:

$$T = \int \frac{1}{2} \rho v^2 dr = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{B_3^2 - B_1^2}{B_3^2 + B_1^2} \right) \omega^2 \int (x^2 + z^2) dr = \frac{1}{2} \Theta_f \omega^2.$$

A folyadék tömegét M -mel jelölve kapjuk, hogy az ideális folyadék tehetetlenségi nyomatéka:

$$\Theta_f = \frac{M}{5} \frac{(B_3^2 - B_1^2)^2}{B_3^2 + B_1^2} = \frac{9MR_0^2}{8\pi} \beta^2.$$

Itt feltettük, hogy a ρ sűrűség állandó, β kicsi, és az integrált az ellipszoid térfogatára számítottuk ki.

Innen leolvasható, hogy ha $R_1 = R_3$, azaz ha az ellipszoid gömbbé fajul, akkor a tehetetlenségi nyomaték eltűnik:

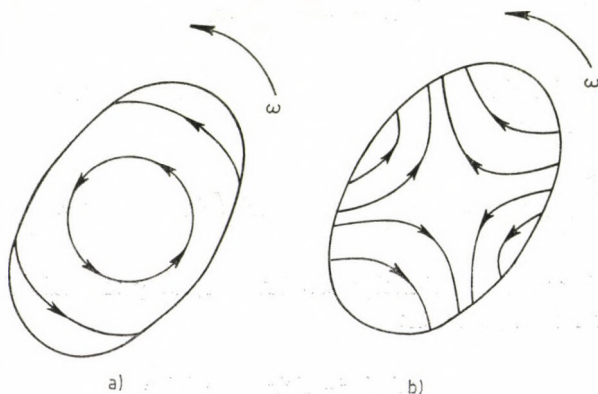
$$\Theta_f = 0.$$

Ez úgy értelmezhető, hogy a súrlódásmentes folyadéknak csak azt a részét kényszeríti mozgásra az edény fala, ami az ellipszoidba írható maximális sugarú gömbön kívül marad. A gömb belsejében lévő folyadék csak akkor jönne mozgásba, ha lenne súrlódás.

Vizsgáljuk most meg egy ellipszoid alakú merev test esetét. A merev test tehetetlenségi nyomatéka:

$$\Theta_m = \int \varrho(x^2 + z^2) dr = \frac{M}{5} (B_1^2 + B_3^2).$$

Ebben az esetben természetesen a test teljes anyaga forgásba jön a (végtelen) nagy sűrűdés következtében. A forgó magban érve-nyes sebességteret a merev test és az ideális folyadék esetére a 10. ábrán szemléltetjük.



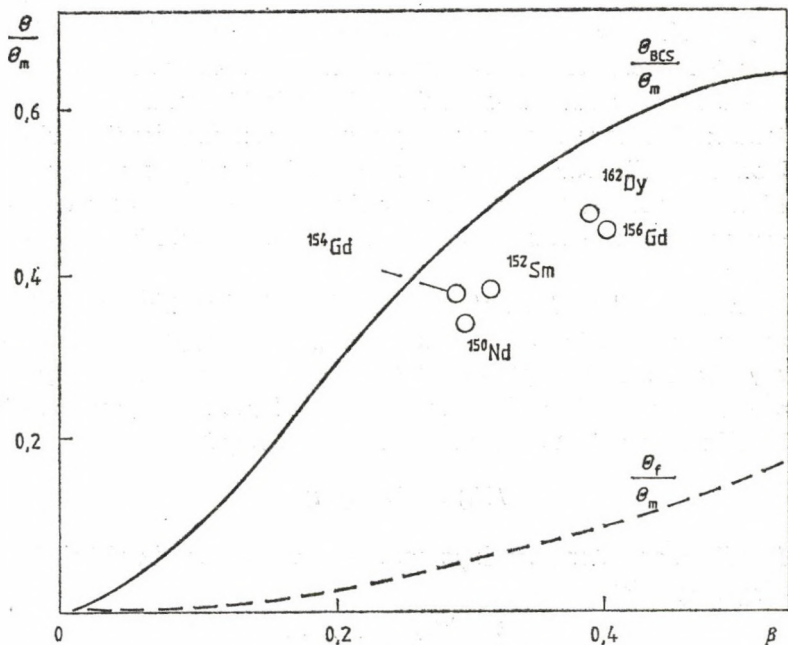
10. ábra. A forgó ideális folyadék (a) és a forgó merev test (b) sebességtere

Az ideális folyadék és az ideálisan merev test tehetetlenségi nyomatékának hányadosa:

$$\frac{\Theta_f}{\Theta_m} = \left(\frac{B_3^2 - B_1^2}{B_3^2 + B_1^2} \right)^2 = \frac{45}{16\pi} \beta^2.$$

Itt felhasználtuk a

$$B_1 = R_0 \left(1 - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \beta \right), \quad B_3 = R_0 \left(1 + \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \beta \right)$$



11. ábra. A deformált magok tehetetlenségi nyomatéka és az ideális folyadék tehetetlenségi nyomatéka, viszonyítva a megfelelő merev test tehetetlenségi nyomatékához

összefüggéseket, valamint azt a feltevést, hogy β elsőrendben kicsiny.

Az ideális folyadék tehetetlenségi nyomatékát és a kollektív modellben kapott tehetetlenségi nyomatékot összehasonlítva azt látjuk, hogy mindkettő β^2 -tel arányos. Ez tehát azt sugallná, hogy a maganyagot ideális folyadéknak tekinthetjük. Ez azonban nincs így. Annak eldöntésére, hogy valójában milyen a maganyag „halmazállapota”, a tapasztalathoz kell fordulnunk. A 11. ábrán feltüntettük a θ tehetetlenségi nyomaték mért értékének és a merev test feltevessel számolt θ_m -nek a hányadosát, valamint azt a vonalat, amelyet az ideális folyadék esetén várnánk a β deformációs paraméter függvényében.

Látható, hogy a valóság a két határeset között van. A mag tehát nem tekinthető sem merev testnek, sem ideális folyadéknak.

Ahhoz, hogy a maganyag „halmazállapotáról” valami határozotabb kijelentést tehessünk, a maganyagot mint individuális nukleonokból álló sokrészecske-rendszert kell szemügyre vennünk. Előkészítésképpen kidolgozunk egy olyan modellt, amely alkalmas egy sokrészecske-rendszer tehetetlenségi nyomatékának kiszámítására.

Ez a modell az ún. „kényszerített forgási” (cranking) modell, amely abból a feltevésből indul ki, hogy a mag egyes nukleonjai egy olyan időtől függő $V(\mathbf{r}, t)$ átlagpotenciált éreznek, amelyet egy ω szögsebességgel forgó magtörzs hoz létre. A mag egy nukleonjának mozgását tehát az időtől explicite függő

$$H(t) = T + V(\mathbf{r}, t)$$

Hamilton-operátor kormányozza. A nukleonra vonatkozó Schrödinger-egyenlet:

$$-\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \psi(t)}{\partial t} = H(t) \psi(t).$$

Az eredeti nyugvó K koordináta-rendszerről térjünk át a K' rendszerre, amely az x tengely körül forgó magtörzshöz van rögzítve. Abban az időpontban, amikor az x és x' közötti szög $\vartheta(t)$, a K és K' rendszerre vonatkoztatott ψ és ψ' hullámfüggvények között a

$$\psi' = e^{-i\vartheta(t)J_x} \psi$$

forgástranszformáció adja meg a kapcsolatot. A Hamilton-operátor transzformációja:

$$H' = e^{-i\vartheta(t)J_x} H(t) e^{+i\vartheta(t)J_x}.$$

A H' operátor a magtörzshöz rögzített koordináta-rendszerre vonatkozik. Ebben a rendszerben a nukleon időtől független potenciált érez, azaz H' időtől független.

Fejezzük ki H -t és ψ -t H' -vel és ψ' -vel, majd helyettesítsünk a kiindulási egyenletbe:

$$-\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial t} (e^{i\vartheta(t)J_x} \psi') = (e^{i\vartheta(t)J_x} H' e^{-i\vartheta(t)J_x}) (e^{i\vartheta(t)J_x} \psi'),$$

azaz

$$-\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \psi'}{\partial t} = \tilde{H} \psi',$$

ahol $\tilde{H} = H' + \hbar \omega J_x$, amelyben $\omega = \frac{d\vartheta}{dt}$ a szögsebesség.

Keressük a stacionárius megoldást

$$\psi' = \tilde{\chi} e^{-i\tilde{E}t/\hbar}$$

alakban. Innen

$$\tilde{H} \tilde{\chi} = \tilde{E} \tilde{\chi}.$$

Ha ω kicsi, akkor $\hbar \omega J_x$ kis perturbációnak tekinthető H' mellett, ezért \tilde{E} és $\tilde{\chi}$ előállítható a perturbációs számítás segítségével a

$$H' \chi_i = E_i \chi_i$$

egyenlet sajátértékei és sajátfüggvényei segítségével. Minthogy a J_x operátornak a χ_i állapotok között vett diagonális mátrixelemei eltűnnek, azért a perturbációs sornak csak a másodrendű tagjai adnak járulékot az energiához:

$$\tilde{E} = E_i - \hbar^2 \omega^2 \sum_{j \neq i} \frac{|\langle \chi_j | J_x | \chi_i \rangle|^2}{E_j - E_i}.$$

A perturbált hullámfüggvény pedig a

$$\tilde{\chi} = \chi_i - \hbar \omega \sum_{j \neq i} \frac{\langle \chi_j | J_x | \chi_i \rangle}{E_j - E_i} \chi_j$$

alakot ölti.

A nukleon energiája az álló K koordináta-rendszerben:

$$\begin{aligned} \langle \psi | H | \psi \rangle &= \langle \psi' | H' | \psi' \rangle = \langle \psi' | \tilde{H} - \hbar \omega J_x | \psi' \rangle = \langle \tilde{\chi} | \tilde{H} - \hbar \omega J_x | \tilde{\chi} \rangle = \\ &= \tilde{E} - \hbar \omega \langle \tilde{\chi} | J_x | \tilde{\chi} \rangle = E_i + \hbar^2 \omega^2 \sum_{j \neq i} \frac{|\langle \chi_j | J_x | \chi_i \rangle|^2}{E_j - E_i} \end{aligned}$$

alakban áll elő. Innen leolvasható, hogy a nukleonnak a K' koordináta-rendszerben mért E_i energiájához még hozzáadódik egy ω^2 -tel arányos tag. Ez a járulékos energia abból adódott, hogy a nukleon „maga alatt” egy ω szögsebességgel forgó magtörzset érez. Az is látható, hogy egy nukleon a mag teljes tehetetlenségi nyomatékához a

$$\Theta = 2\hbar^2 \sum_{j \neq i} \frac{|\langle \chi_j | J_x | \chi_i \rangle|^2}{E_j - E_i}$$

mennyiséggel járul hozzá.

A mag teljes tehetetlenségi nyomatékát közelítőleg a következőképp kaphatjuk meg. Egy anizotrop oszcillátorpotenciált, azaz egy leegyszerűsített Nilsson-modellt feltételezve kiszámítjuk a χ_i sajátfüggvényeket. A legkisebb energia-sajátértékekhez tartozó χ_i -kből felépítünk egy Slater-determinánst. Így megkapjuk az A számú nukleonból álló függetlenrészcseke-rendszer antiszimmetrikus hullámfüggvényét. Ezzel a hullámfüggvénnyel megismételjük az előző gondolatmenetet. Most az elforgatás operátora

$$e^{-i\theta(t)I_x}$$

alakú lesz, ahol

$$I_x = \sum_{i=1}^A J_x(i)$$

az A nukleonból álló rendszer teljes impulzusmomentumának x komponense.

A számítás eredményeként az adódik, hogy a mag tehetetlenségi nyomatéka azonos a merev test tehetetlenségi nyomatékával. Ez első látásra furcsának tűnik, mert a függetlenrészcseke-modellben nem vettük figyelembe a nukleonok egymás közötti kölcsönhatását, tehát a sokrészcseke-rendszer látszólag nem is az ideális folyadékra, hanem az ideális gázra emlékeztet, és nem világos, hogy miért viselkedik merev test módjára. Gondoljuk meg azonban, hogy a deformált mag elfordulása annak felel meg, hogy elfordul az anizotrop átlagpotenciál, ez viszont rákényszeríti a nukleonokra is az elfordulást, azaz az egyrészcseke-hullámfüggvények

kénytelenek az anizotrop potenciál változásának megfelelően változni. Szemléletesen szólva a deformált potenciál forgása során magával ragadja az összes nukleont, tehát a mag merev test módjára forog.

Amint láttuk, a tapasztalat szerint a magok mért tehetetlenségi nyomatéka lényegesen kisebb a merev testénél. Hogyan lehet ezt megérteni a sokrészecske-leírás keretei között? A válasz szinte magától kínálkozik.

A függetlenrészecske-modell helyett a nukleonok között ható maradék-kölcsönhatást is figyelembe kell venni, úgy, mint azt a héjmodell keretei között tettük a gömbszimmetrikus magoknál. Amint már említettük, ez a deformált magok esetén, amikor a valencia nukleonok száma is és a rendelkezésre álló Nilsson-féle egyrészecske-állapotok száma is egyaránt nagy, csak a szupravezetés elméletéből kölcsönzött BCS-közelítés segítségével tehető meg. A BCS-közelítésnek az a fizikai tartalma, hogy a nukleonok már többé nem korrelálatlanok, hanem zérus spinű párokba, ún. Cooper-párokba kapcsolódnak, és a soknukleon-rendszer bizonyos mértékig emlékeztet a szupravezető fém elektronrendszerére, ami ellenállás nélkül tud áramolni. Ha az összes nukleon Cooper-párokba tömörülne, akkor a maganyag ellenállásmentesen, azaz súrlódásmentesen tudna áramlani, tehát az ideális folyadék tulajdonságait mutatná. A részletes vizsgálatok azt mutatják, hogy a magok esetén a párkorrelációk kialakításában csak a valencia-nukleonok vesznek részt, hasonlóan a szupravezető fémhez, ahol az összes elektron közül csak a vezetési vagy valenciasávban levők vesznek részt a Cooper-párok kialakításában, és természetesen csak ezek az elektronok áramlanak ellenállásmentesen. Ezek alapján érthető, hogy a maganyag tulajdonságai a súrlódásmentes ideális folyadék és a végtelen nagy súrlódású merev test tulajdonságai közé esnek.

A 11. ábra mutatja, hogy a BCS-közelítés segítségével végzett számítások meglepően jól képesek reprodukálni a magok mért tehetetlenségi nyomatékát.

14. A deformált magok kvadrupólusmomentuma

A kollektív modellről szóló fejezet bevezetőjében megállapítottuk, hogy az egyrészezske-héjmodell nem képes értelmezni azokat a nagy kvadrupólusnyomaték-értékeket, amelyeket bizonyos mágikus számok közé eső magtartományokban figyeltek meg. A kollektív modellt éppen a kvadrupólusnyomatékkal, azaz a magtörzs deformációjával kapcsolatos problémák hívták életre. Ezért a fejezet lezárásaként megvizsgáljuk, hogy a kollektív modell hogyan tudja értelmezni a kvadrupólusmomentumot. Az elektromos kvadrupólusmomentum operátora

$$Q_{2\mu} = \sqrt{\frac{16\pi}{5}} e \sum_{i=1}^Z r_i^2 Y_{2\mu}(\vartheta_i, \varphi_i)$$

alakú, ahol az összegzés a protonokra értendő. Forgatáskor $Q_{2\mu}$ a

$$Q_{2\mu} = \sum_{\mu'} D_{\mu'\mu}^2 Q'_{2\mu'}$$

képlet szerint transzformálódik. A magok Q elektromos kvadrupólusmomentumát Q_{20} -nak a $\Psi_{IM=I}$ állapotra vett várható értékeként definiáljuk:

$$Q = \langle \Psi_{II} | Q_{20} | \Psi_{II} \rangle.$$

A tengelyszimmetrikus magok esetén, a kollektív modell keretei között, az állapotfüggvény sajátfüggvénye az impulzusmomentum

I_3 komponensének is: Ψ_{IKM} . A kvadrupólusmomentum tehát:

$$Q = \langle \Psi_{IKI} | Q_{20} | \Psi_{IKI} \rangle = \left(\frac{2I+1}{8\pi^2} \right) \int D_{IK}^I(\vartheta_j)^* \chi_{\Omega}^{\tau}(x')^* \times \\ \times \sum_{\mu'} D_{\mu'0}^2(\vartheta_j) Q'_{2\mu'} D_{IK}^I(\vartheta_j) \chi_{\Omega}^{\tau}(x') d\vartheta_j dx' = \\ = (20 \ I I | I I) (20 \ I K | I K) Q_0,$$

ahol

$$Q_0 = \langle \chi_{\Omega}^{\tau} | Q'_{20} | \chi_{\Omega}^{\tau} \rangle$$

a mag belső, azaz a maghoz rögzített koordináta-rendszerre vonatkoztatott kvadrupólusmomentuma. A Clebsch—Gordan-együtthatók explicit alakját felhasználva:

$$Q = \frac{3K^2 - I(I+1)}{(I+1)(2I+3)} Q_0.$$

Érdekes megjegyezni, hogy a kvadrupólusnyomaték megfigyelhető Q értéke ellentétes előjelű is lehet, mint a Q_0 belső nyomaték, ha $I(I+1) > 3K^2$.

Ha $I=0$ vagy $I=1/2$, akkor természetesen $K=0$, illetve $K=1/2$, és ezért mindkét esetben Q zérusnak adódik. Ez azt jelenti, hogy annak ellenére, hogy a mag deformált, és ennek következtében a belső kvadrupólusnyomatéka különbözik zérustól ($Q_0 \neq 0$), a külső megfigyelő számára észlelhető Q kvadrupólusnyomaték zérus.

Az $I=0$ esetben ez szemléletesen is könnyen érthető. Ekkor ugyanis a külső megfigyelő számára a rendszer teljesen gömbszimmetrikus, hiszen az impulzusnyomaték az egyetlen olyan vektor, ami kitüntethetne egy irányt, de az impulzusnyomaték zérus, következésképp a mag tengelye nem „tud orientálódni” semmilyen irányban sem. A mag kvadrupólusnyomatékának mérésére több lehetőség áll rendelkezésre:

- a) A magok alapállapotának kvadrupólusnyomatékát meg lehet határozni az atom optikai spektrumának hiperfinom-szerkezetéből. Ez azért lehetséges, mert a mag nem gömbszim-

metrikus, elektromos töltéeloszlása deformált Coulomb-teret hoz létre, ezért göbbszimmetrikus esetben a degenerált elektronállapotok felhasadnak és ez jó felbontású optikai spektrométerrel észlelhető.

Ennek a módszernek a hátránya, hogy csak alapállapotú kvadrupólusnyomaték meghatározására használható, a páros-páros magoknak viszont alapállapotban az impulzusnyomatéka zérus, ezért a fentebb mondottak miatt nincs mérhető kvadrupólusnyomatéka.

- b) Az E2 típusú γ -átmenetek, illetve a Coulomb-gerjesztés valószínűsége a kvadrupólusnyomaték operátorának mátrix-elemeivel fejezhető ki. Ezért a γ -átmenetek intenzitásából, illetve a Coulomb-gerjesztéssel járó rugalmatlan szórás hatáskeresztmetszetéből a kvadrupólusnyomaték kielemezhető.
- c) A vizsgálni kívánt magot sokszor be lehet építeni olyan kristályba, amelyben a rácspontok helyén az elektromos térerősség gradiense zérustól különbözik. A térgradiens a kvadrupólusnyomatékokra forgatónyomatékot gyakorol, ennek következtében a mag a Larmor-precesszióhoz hasonlóan forogni kezd. A precesszió szögsebessége arányos a térgradiens és a kvadrupólusnyomaték szorzatával.

Ha a vizsgálni kívánt állapot egy kétlépéses γ -bomlás közbenső állapota, akkor a γ - γ szöghorreláció perturbálódik, mert a közbenső állapotban a mag az elektromos térgradiens hatására elfordul, az elfordulás szögének átlaga:

$$\varphi = \omega\tau,$$

ahol τ a közbenső állapot élettartama. A szöghorrelációs kép tehát elfordul. Ezt az elfordulást úgy észlelhetjük, hogy megmérjük a γ - γ szöghorrelációt úgy is, hogy a magot amorf anyagba építjük be, ahol az elektromos térgradiens értéke zérus.

Ennek a módszernek az a hátránya, hogy a kvadrupólusmomentum csak akkor határozható meg, ha pontosan is-

merjük az adott állapot τ élettartamát és a kristályban uralkodó elektromos tér gradiensét. Ez utóbbit általában elég nehezen lehet meghatározni.

- d) A mag kvadrupólusnyomatékának és a kristályban uralkodó elektromos tér gradiensének kölcsönhatásaként a magnívók energiája eltolódik. A ΔE eltolódás mértéke:

$$\Delta E = \sum_{ij} Q_{ij} \frac{\partial E_i}{\partial x_j}.$$

Ha a vizsgálni kívánt állapot gerjesztési energiája kicsi és élettartama nagy, akkor a legerjesztődés során kibocsátott gamma-sugárzással létre lehet hozni a Mössbauer-effektust. A Mössbauer-effektus alkalmas arra, hogy az igen kis mértékű nívóeltolódást is pontosan észleljük.

15. Nagy energiájú kollektív gerjesztések

Amint a bevezetőben megállapítottuk, a mag kollektív gerjesztései két csoportra oszthatók. Az egyik csoportot alkotják az alacsony gerjesztési energiával jellemezhető kollektív mozgásformák, amelyek a magfelület deformációjával hozhatók kapcsolatba.

A másik csoportba esnek azok a kollektív gerjesztések, amelyek a mag térfogatában lezajló változásokkal kapcsolatosak.

Ebben a fejezetben megvizsgálunk két ilyen nagy energiájú kollektív gerjesztést, nevezetesen a maganyag kompressziós (monopólus-) rezgéseit és a mag töltéseloszlásának (dipólus-) rezgéseit. Előbb a klasszikus hidrodinamika eszközeit használjuk e jelenségek leírására, illetve szemléltetésére, majd pedig az elektromos dipólusrezgések példáján azt illusztráljuk, hogy hogyan érthetők meg a magfizikai kollektív jelenségek a mikroszkopikus leírás keretei között.

15.1. Monopólusvibráció

A maganyagot igen sok magfizikai jelenség szempontjából összenyomhatatlan folyadéknak tekinthetjük. Az „összenyomhatatlan” maganyag természetesen csak idealizáció, a valóságos magok b kompresszibilitási tényezője véges szám; a maganyag ρ sűrűségének $\delta\rho$ megváltozása a maganyagban uralkodó nyomás

δp mértékű megváltozását idézi elő:

$$\delta p = b \delta \varrho.$$

Vizsgáljuk meg, hogy ha a magot az egyensúlyi állapotából ki-mozdítjuk, akkor a ϱ_0 sűrűség milyen időbeli és térbeli változást mutat. Az egyszerűség kedvéért feltételezzük, hogy a maganyag közönséges folyadék módjára viselkedik.

A hidrodinamika alaptörvénye:

$$M \varrho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{G} - \text{grad } p,$$

ahol M a nukleon tömege, $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$ a maganyag áramlási sebessége, \mathbf{G} a térfogategységre ható külső erő, ami jelen esetben zérus, és p a nyomás.

A kontinuitási egyenlet:

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \text{div } \varrho \mathbf{v} = 0.$$

Az egyensúlyi ϱ_0 sűrűségeloszláshoz képest csak kismértékű változásokat vizsgálunk. A mozgásegyenletet linearizálva kapjuk, hogy

$$\varrho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\frac{1}{M} \text{grad } p.$$

A kontinuitási egyenletet az idő szerint deriválva és az előző egyenletet felhasználva írhatjuk, hogy

$$\frac{\partial^2 \varrho}{\partial t^2} + \text{div} \left(\frac{\partial \varrho}{\partial t} \mathbf{v} + \varrho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \right) = \frac{\partial^2 \varrho}{\partial t^2} - \frac{1}{M} \Delta p = 0.$$

Itt az utolsó lépésben elhanyagoltuk a

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} \mathbf{v}$$

tagot, amely másodrendben kicsiny.

A nyomásgradiens arányos a sűrűséggradienssel:

$$\text{grad } p = b \text{ grad } \varrho.$$

Ezt helyettesítve kapjuk, hogy

$$\Delta \varrho - \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 \varrho}{\partial t^2} = 0.$$

Itt bevezettük a sebesség jellegű u mennyiséget az $u = \sqrt{b/M}$ definíció segítségével. A lineáris hidrodinamikai egyenletek ϱ -ra vonatkozóan tehát egy hullámegyenletre vezettek. Vizsgáljuk meg a hullámegyenlet

$$\varrho(\mathbf{r}, t) = e^{i\omega t} g(\mathbf{r})$$

alakú periodikus megoldásait, amelyek a

$$\Delta g + k^2 g = 0$$

Helmholtz-egyenlet megoldásaival fejezhető ki. Itt k a hullám-számot jelöli: $k = \omega/u$.

A fenti differenciálegyenlet fizikailag értelmes megoldásai a

$$g(\mathbf{r}, \vartheta, \varphi) = \sum_{\lambda\mu} C_{\lambda\mu} j_{\lambda}(kr) Y_{\lambda\mu}(\vartheta, \varphi)$$

alakban írhatók fel, ahol $j_{\lambda}(x)$ a jól ismert Bessel-függvényt ($j_0 = \sin x/x$ stb.), $Y_{\lambda\mu}(\vartheta, \varphi)$ pedig a gömbfüggvényt jelöli.

Határfeltételként kirójuk, hogy az $r=R$ helyen a ϱ váljék zérussá. Ez azt jelenti, hogy

$$j_{\lambda}(kR) = 0$$

kell legyen. Ez az egyenlőség rögzített λ mellett k -nak csak bizonyos

$$k_1^{(\lambda)}, k_2^{(\lambda)}, \dots, k_n^{(\lambda)}, \dots$$

értékeinél teljesülhet. Minthogy az u sebesség jól definiált mennyiség, ezért a lehetséges ω frekvenciák is diszkrét sorozatot alkotnak. Eredményünket a következőképp foglaljuk össze.

Ha az R sugarú gömböt egyenletesen kitöltő anyagot valamilyen sűrűségváltozást előidéző reakcióval gerjesztjük, akkor a sűrűségváltozás u sebességgel terjed tova és a mag a gerjesztés eredményeképpen rezgésbe jön.

A sajátrezgések frekvenciái diszkrét, így természetesen a gerjesztés energiaszükséglete is diszkrét:

$$E_n^{(\lambda)} = \hbar \omega_n^{(\lambda)} = \hbar u k_n^{(\lambda)} = \hbar u x_n^{(\lambda)} (r_0 A^{1/3})^{-1},$$

ahol $\chi_n^{(\lambda)}$ a $j_\lambda(x)=0$ egyenlet megoldásait jelenti. Felhasználtuk az R magsugárra fennálló $R=r_0 A^{1/3}$ összefüggést.

A magnak ezek a kompressziós jellegű sajátrezgései a λ, μ indexekkel jellemezhető multipólusrezgések, amelyek gerjesztéséhez jól definiált impulzusmomentum-átadásra van szükség:

$$\Delta J = \hbar \lambda.$$

Ezen kompressziós rezgések közül legegyszerűbb a $\lambda=0$ -val jellemzett monopólusrezgés. Ez radiális irányba terjedő hullámoknak felel meg, és leginkább a „lélegzésre” emlékeztet. A monopólusrezgés gerjesztéséhez szükséges energia:

$$E_1^{(0)} \approx 20 \text{ MeV}.$$

A monopólusrezgés vagy más néven lélegző módus egyértelmű azonosítását nehezíti az a körülmény, hogy a 20 MeV nagyságrendű gerjesztési energiánál a mag nukleonemisszióval szemben instabilis. Ennek következtében a monopólusrezgés csillapítottá válik. A csillapítás eredményeképp fellépő természetes vonalkiszéledés igen nagy mértékű, ezért sok esetben a monopólusgerjesztés felismerhetetlenül szétoszlik a környező állapotok sokaságára.

15.2. Dipólusvibráció

A mag bizonyos szempontból úgyis felfogható, mint két folyadék-nak, egy proton- és egy neutronfolyadéknak az elegye. A mag-anyag

$$\varrho_0(\mathbf{r}) = \varrho_p(\mathbf{r}, t) + \varrho_n(\mathbf{r}, t)$$

sűrűsége időben állandó, ez azonban nem akadályozza annak, hogy a ϱ_p proton- és a ϱ_n neutronsűrűség időben változhasson.

Vizsgáljuk meg, hogy a két folyadék sűrűségének különbsége,

$$\eta(\mathbf{r}, t) = \varrho_p(\mathbf{r}, t) - \varrho_n(\mathbf{r}, t),$$

milyen térbeli és időbeli változást mutat, ha a magot valamilyen módon, például elektromágneses tér segítségével gerjesztjük. Mindkét folyadékot a hidrodinamika egyenleteivel, a mozgásegyenlettel és a kontinuitási egyenlettel írjuk le:

$$M\varrho_p \frac{d\mathbf{v}_p}{dt} = \mathbf{G}_p - \text{grad } p;$$

$$\frac{\partial \varrho_p}{\partial t} + \text{div}(\varrho_p \mathbf{v}_p) = 0;$$

$$M\varrho_n \frac{d\mathbf{v}_n}{dt} = \mathbf{G}_n - \text{grad } p;$$

$$\frac{\partial \varrho_n}{\partial t} + \text{div}(\varrho_n \mathbf{v}_n) = 0.$$

Itt \mathbf{v}_p és \mathbf{v}_n a proton- és neutronfolyadék áramlási sebessége, \mathbf{G}_p és \mathbf{G}_n a protonokra és neutronokra ható külső erő sűrűsége, és végül p a magban uralkodó nyomás. Jelen esetben a magot összenyomhatatlannak tekintjük, ezért a p nyomás a mag térfogatán belül állandó, gradiense tehát zérus. Az egyensúlyi sűrűségekhez képest kicsiny megváltozásokra szorítkozva elhanyagolhatjuk a másodrendű tagokat. A mozgásegyenletben ez azt jelen-

ti, hogy $\frac{d\mathbf{v}_p}{dt}$ helyett $\frac{\partial \mathbf{v}_p}{\partial t}$ -t írhatunk, azaz a $\sum_i \frac{\partial \mathbf{v}_p}{\partial x_i} v_{pi}$ tagot elhanyagolhatjuk. Deriváljuk az idő szerint a kontinuitási egyenletet:

$$\frac{\partial^2 \varrho_p}{\partial t^2} + \operatorname{div} \left(\frac{\partial \varrho_p}{\partial t} \mathbf{v}_p \right) + \operatorname{div} \left(\varrho_p \frac{\partial \mathbf{v}_p}{\partial t} \right) = 0.$$

Itt a második tag elhagyható, mert másodrendűen kicsiny, a harmadik tag pedig a mozgásegyenlet jobb oldalával helyettesíthető:

$$\frac{\partial^2 \varrho_p}{\partial t^2} + \frac{1}{M} \operatorname{div} \mathbf{G}_p = 0.$$

Hasonlóképp kapjuk, hogy

$$\frac{\partial^2 \varrho_n}{\partial t^2} + \frac{1}{M} \operatorname{div} \mathbf{G}_n = 0.$$

A két egyenletet egymásból kivonva

$$\frac{\partial^2 (\varrho_p - \varrho_n)}{\partial t^2} + \frac{1}{M} \operatorname{div} (\mathbf{G}_p - \mathbf{G}_n) = 0.$$

A magra ható külső erő zérus, de a protonokra hatnak a neutronok és természetesen a neutronokra a protonok. Ennek a kölcsönhatásnak a nagyságát a mag kötési energiáját megadó Weizsäcker-féle formula alapján becsülhetjük meg. Ez a félempirikus formula, mint ismeretes, a

$$W = \alpha A - \beta A^{2/3} - \gamma Z^2 A^{-1/3} + \delta - \kappa (Z - N)^2 A^{-1}$$

alakba írható, ahol a térfogati (α), a felületi (β) a Coulomb- (γ) és a párossági energián (δ) kívül szerepel a $\kappa (Z - N)^2 / A$ alakú ún. szimmetriaenergia, ami azt juttatja kifejezésre, hogy a mag kötési energiája annál nagyobb, minél szimmetrikusabb a mag, azaz minél kevésbé tér el a protonok száma a neutronokétól.

A szimmetriaenergia a sűrűséggel kifejezve a

$$W_s = \kappa \int \frac{(\varrho_p - \varrho_n)^2}{\varrho_0} dV$$

alakba írható. Valóban az egyensúlyi állapotban a sűrűségekre fennáll a

$$\varrho_p = \frac{Z}{A} \varrho_0, \quad \varrho_n = \frac{N}{A} \varrho_0$$

összefüggés. Így eredményül azt kapjuk, hogy

$$W_s = \kappa \int \frac{(\varrho_p - \varrho_n)^2}{\varrho_0} dV = \kappa \int \left(\frac{Z}{A} - \frac{N}{A} \right)^2 \varrho_0 dV = \kappa \frac{(Z - N)^2}{A}.$$

Az $\frac{dW_s}{dV}$ energiasűrűséget átírhatjuk a

$$\frac{dW_s}{dV} = \kappa \left(\varrho - 4 \frac{\varrho_p \varrho_n}{\varrho_0} \right)$$

alakba. Innen leolvasható, hogy a neutronoktól származó, a protonokra ható potenciál:

$$- \frac{4\kappa \varrho_n}{\varrho_0},$$

az ebből származó „tézerősség”:

$$\frac{4\kappa}{\varrho_0} \text{grad } \varrho_n$$

(feltéve, hogy ϱ_0 a magtérfogaton belül konstans), és végül az egységnyi térfogatban található protonokra ható erő:

$$G_p = \frac{4\kappa \varrho_p}{\varrho_0} \text{grad } \varrho_n.$$

Hasonlóképp adódik, hogy

$$G_n = \frac{4\kappa \varrho_n}{\varrho_0} \text{grad } \varrho_p.$$

Ezek alapján azt kapjuk tehát, hogy

$$\frac{\partial^2(\varrho_p - \varrho_n)}{\partial t^2} + \frac{1}{M} \operatorname{div} \left(\frac{4\kappa}{\varrho_0} (\varrho_p \operatorname{grad} \varrho_n - \varrho_n \operatorname{grad} \varrho_p) \right) = 0.$$

Az egyszerűség kedvéért vizsgáljuk a szimmetrikus ($N=Z$) magok esetét. Ekkor

$$\frac{\varrho_p}{\varrho_0} \approx \frac{1}{2} \quad \text{és} \quad \frac{\varrho_n}{\varrho_0} \approx \frac{1}{2},$$

az eredmény tehát

$$\frac{\partial^2(\varrho_p - \varrho_n)}{\partial t^2} - \frac{2\kappa}{M} \Delta(\varrho_p - \varrho_n) = 0,$$

azaz

$$\Delta\eta - \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = 0.$$

Vagyis azt látjuk, hogy a proton- és neutronsűrűségek különbségének változását, lineáris közelítésben, egy hullámegyenlet határozza meg. A hullám terjedési sebessége $u = \sqrt{2\kappa/M}$,

A hullámegyenlet

$$\eta(\mathbf{r}, t) = e^{i\omega t} g(\mathbf{r})$$

alakú időben periodikus megoldásait a

$$\Delta g + k^2 g = 0$$

Helmholtz-egyenlet megoldása útján határozhatjuk meg, ahol k a hullámszámot jelenti: $k = \omega/u$.

A fizikailag értelmes megoldásokat a

$$g = \sum_{\lambda\mu} C_{\lambda\mu} j_{\lambda}(kr) Y_{\lambda\mu}(\vartheta, \varphi)$$

alakban írhatjuk fel.

Határfeltételként azt kell kiszabnunk, hogy egyik folyadék se áramoljon ki a mag felületén:

$$\mathbf{v}_p \mathbf{r} = 0, \quad \mathbf{v}_n \mathbf{r} = 0 \quad (\text{ha } r = R).$$

Az előzőekből következik, hogy

$$\frac{\partial v_p}{\partial t} = \frac{4\kappa}{M\varrho_0} \text{grad } \varrho_n, \quad \frac{\partial v_n}{\partial t} = \frac{4\kappa}{M\varrho_0} \text{grad } \varrho_p.$$

Ahhoz, hogy a fenti határfeltételek teljesedjenek, elegendő megkövetelni, hogy

$$r \text{ grad } \varrho_n = 0, \quad r \text{ grad } \varrho_p = 0 \quad (\text{ha } r = R)$$

legyen. Ezek alapján azt kell tehát megkívánni, hogy a

$$\left(\frac{\partial g}{\partial r} \right)_{r=R} = 0$$

feltétel teljesedjen, ami egyenértékű a következő feltétellel:

$$\left[\frac{d}{dr} j_\lambda(kr) \right]_{r=R} = 0.$$

Ez a transzcendens egyenlet a k hullámszámnak csak bizonyos diszkrét $k_1^{(\lambda)}, k_2^{(\lambda)} \dots$ értékeire rendelkezik megoldással. A λ multipolaritás rögzített értékéhez tartozó $\omega_1^{(\lambda)} = k_1^{(\lambda)} u$ minimális frekvenciájú rezgést alaphangnak, az $\omega_n^{(\lambda)} = k_n^{(\lambda)} u$ frekvenciájú rezgéseket pedig felhangoknak szokás nevezni, ugyanúgy, mint az akusztikában.

A proton- és neutronfolyadék ellentétes fázisban történő rezgési közül a legfontosabb a dipólusrezgés. Ennek gerjesztéséhez a magnak $1\hbar$ -nyi impulzusmomentumot kell átadni. Minthogy a fotonok spinje 1, azért a dipólusrezgés gerjesztése a legegyszerűbben az elektromágneses kölcsönhatás révén valósítható meg. A dipólusrezgés csillapítását is elsősorban az elektromágneses sugárzás idézi elő.

A legalacsonyabb frekvenciájú dipólusrezgés (a dipólusalaphang) gerjesztéséhez szükséges energia:

$$E_1^{(1)} = \hbar k_1^{(1)} u = \hbar \frac{2,08}{R} \sqrt{\frac{2\kappa}{M}} = 77 \cdot A^{-1/3} \text{ MeV}$$

$$(13 \text{ MeV} \leq E_1^{(1)} \leq 25 \text{ MeV}).$$

A csillapítás, illetve az egyéb mozgásformákhoz való csatolódás okozta természetes vonalkiszélesedés igen nagy mértékű:

$$\Gamma^{(1)} \sim 3-10 \text{ MeV.}$$

Végezetül megjegyezzük, hogy a magot fel lehet úgy is fogni, mint négyfajta folyadék keverékét a nukleon két töltés- és két spinállapotának, azaz az összesen négy különböző állapotának megfelelően.

15.3. A dipólusvibráció mikroszkopikus leírása

A kollektív gerjesztések mikroszkopikus elmélete, amelyet egy leegyszerűsített változatban mutatunk be, a nukleonok között ható ketttest-kölcsönhatások számításbavételével bizonyítja a kollektív gerjesztési módosulatok lehetőségét és kvantitatív módon számot ad ezen kollektív állapotok mérhető tulajdonságairól. A következőkben a módszer lényegét az ^{16}O példáján illusztráljuk.

A héjmodellből indulunk ki és feltételezzük, hogy az ^{16}O alapállapotában a nukleonok az egyrészecske-energiaszinteket az $1p_{1/2}$ szintig bezárólag teljesen betöltik.

A legegyszerűbb gerjesztési lehetőség, hogy egy nukleont felviszünk a soron következő $2s_{1/2}$ -héj valamely állapotába. Ily módon a rendszer, a csupa lezárt héjat tartalmazó ^{16}O alapállapotához képest, egy lyukat és egy részecskét tartalmaz. A lyuk az $1p$ -héjban, a részecske a $2s_{1/2}$ -héjban foglal helyet. Vegyük most figyelembe a $2s_{1/2}$ -héjban levő nukleonnak a többi 15 nukleonnal való páronkénti kölcsönhatását. Ezen kölcsönhatások eredményeképpen az utolsó nukleon a $2s_{1/2}$ -héjban rendelkezésre álló 12 állapot egyikéből a másikba szóródhat, a többi nukleon számára azonban nem sok lehetőség áll rendelkezésre, hiszen egy állapot kivételével mindegyik be van töltve, és a Pauli-elv következtében legfeljebb csak annyi történhet, hogy egy $1p$ állapotú nukleon át-

szóródik az üresen levő állapotba, és visszahagy maga után egy lyukat. Magyarul ezen lyuk vándorolhat állapotról állapotra. Ennek alapján érezhető, de szigorúan is bizonyítható, hogy a kvantummechanikai leírás szempontjából a $2s1d$ -héjban levő nukleonnak a többi 15 nukleonnal való kölcsönhatása helyettesíthető az egyetlen lyukkal történő kölcsönhatással.

A gerjesztett ^{16}O -t tehát a következőképpen képzelhetjük el: az összes nukleon együttes hatására létrejön egy átlagos potenciál, ezen átlagpotenciál bizonyos héjakba csoportosítható részecskeállapotokat definiál, az $1p$ -héj állapotainak valamelyikében található egy lyuk, a $2s1d$ -héjban pedig egy részecske. A részecske és a lyuk kölcsönhatását egy V_{rl} potenciál írja le. Ez a potenciál kvantummechanikai szempontból egzaktul helyettesíti az utolsó részecskének a többi 15-tel való kölcsönhatását, és mátrixelemei a részecske-részecske kölcsönhatás V_{rl} potenciáljának mátrixelemeivel kifejezhetők.

A rendszer Hamilton-operátora:

$$H = H_0 + V_{rl},$$

ahol H_0 a kölcsönhatásmentes részecske-lyuk rendszer energiaoperátorát jelöli.

A H_0 sajátfüggvényei, amelyek a

$$H_0 \varphi_{Bb} = \varepsilon_{Bb} \varphi_{Bb}$$

egyenlet megoldásaiként adódnak, a kölcsönhatásmentes lyuk-részecske rendszert írják le; B a részecske, b a lyuk állapotát jellemző kvantumszámok együttesét szimbolizálja. A

$$H\psi_\omega = E_\omega\psi_\omega$$

egyenlet megoldásai szolgáltatják a kölcsönható részecske-lyuk rendszer, jelen esetben az ^{16}O (bizonyos típusú) gerjesztett állapotait.

Fejtsük ki Ψ_ω -t a φ_{Bb} -k szerint:

$$\psi_\omega = \sum_{Bb} X_{Bb}^\omega \varphi_{Bb},$$

és helyettesítsük be az előző egyenletbe:

$$\sum_{Bb} X_{Bb}^{\omega} (H_0 + V_{r1}) \varphi_{Bb} = E_{\omega} \sum_{Bb} X_{Bb}^{\omega} \varphi_{Bb}.$$

Ezt szorozzuk skalárisan balról φ_{Dd} -val:

$$\sum_{Bb} (\varepsilon_{Bb} \delta_{BD} \delta_{bd} + \langle \varphi_{Dd} | V_{r1} | \varphi_{Bb} \rangle) X_{Bb}^{\omega} = E_{\omega} X_{Dd}^{\omega}.$$

Ez a szokásos mátrixalakba írt sajátérték-egyenlet az E_{ω} sajátértékek és az X_{Bb}^{ω} sajátvektorok (sorfejtési együtthatók) meghatározására.

Ha ismerjük az ε_{Bb} részecske-lyuk energiákat és meg tudjuk határozni a $\langle \varphi_{Dd} | V_{r1} | \varphi_{Bb} \rangle$ kölcsönhatási mátrixelemeket, akkor a feladat egyszerű numerikus mátrixdiagonalizálással megoldható. A fizikai lényeg felismerése érdekében egy közelítő feltevést vezetünk be, feltesszük, hogy a $\langle \varphi_{Dd} | V_{r1} | \varphi_{Bb} \rangle$ mátrixelem faktorizált alakba írható:

$$\langle \varphi_{Dd} | V_{r1} | \varphi_{Bb} \rangle \approx \lambda v_{Dd} v_{Bb}.$$

Megjegyezzük, hogy mesterségesen lehet szerkeszteni olyan V_{r1} potenciált, amelyre ez a faktorizálhatóság precízen teljesül, és ez a „mesterséges” potenciál nem is olyan nagyon különbözik a „ténylegestől”. A faktorizálhatósági feltevés tehát nem veszélyesen durva, az elmondandók kvalitatív érvényességét egyáltalán nem módosítja.

Ezek után az előző egyenlet a következő alakba írható:

$$(E_{\omega} - \varepsilon_{Dd}) X_{Dd}^{\omega} = \lambda v_{Dd} \sum_{Bb} X_{Bb}^{\omega} v_{Bb}.$$

Állapítsuk meg ezen egyenlet megoldhatóságának szükséges feltételét! Ebből a célból fejezzük ki X_{Dd}^{ω} -t:

$$X_{Dd}^{\omega} = \lambda \frac{v_{Dd}}{E_{\omega} - \varepsilon_{Dd}} \sum_{Bb} X_{Bb}^{\omega} v_{Bb},$$

majd szorozzuk v_{Dd} -vel és összegezzünk:

$$\sum_{Dd} X_{Dd}^0 v_{Dd} = \lambda \sum_{Dd} \frac{v_{Dd}^2}{E_\omega - \varepsilon_{Dd}} \left(\sum_{Bb} X_{Bb}^0 v_{Bb} \right).$$

Az egyenlet két oldalán szereplő zárójeles kifejezéseknek azonosaknak kell lenniük, hiszen csak az összegezési indexek jelölése különböző.

Egyszerűsítés után kapjuk az egyenlet megoldhatóságának feltételét:

$$1 = \lambda \sum_{Dd} \frac{v_{Dd}^2}{E_\omega - \varepsilon_{Dd}}.$$

Ez az egyenlet, amely meghatározza a rendszer E_ω energia-sajátértékeit, grafikusan megoldható, és ebből a megoldásból hasznos és általános tanulságokat olvashatunk ki. Vegyünk fel egy koordináta-rendszert, amelynek abszcisszájára mérjük fel az E energiát, ordinátájára pedig az

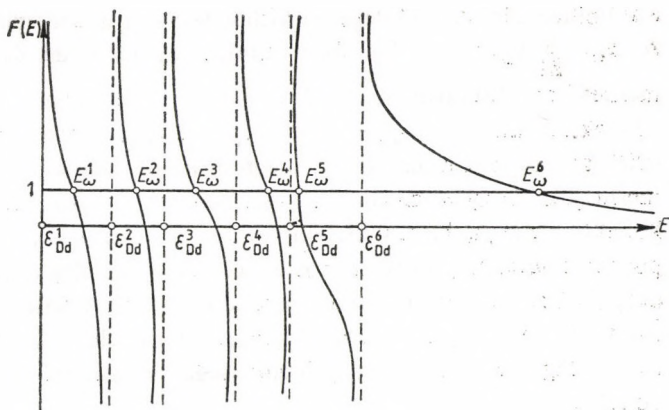
$$F(E) = \lambda \sum_{Dd} \frac{v_{Dd}^2}{E - \varepsilon_{Dd}}$$

függvény értékét.

A kölcsönhatásmentes részecske-lyuk rendszer ε_{Dd} energiájának megfelelő helyeken $F(E)$ előjelet váltva válik végtelenné. Ha λ pozitív, akkor az $E > \max(\varepsilon_{Dd})$ tartományban $F(E)$ mindig pozitív marad. Az egyenlet megoldásait azon E_ω értékek szolgáltatják, amelyeknek megfelelő pontokban $F(E)$ görbéjét metszi az abszcisszával párhuzamosan futó egyes ordinátájú egyenes.

A 12. ábrán látható, hogy az E_ω sajátértékek, egy kivételével, mind két ε_{Dd} érték között helyezkednek el, és értékük nem lényegesen különbözik a szomszédos ε_{Dd} perturbálatlan energiától. Az E_ω energia-sajátértékek közül a maximális viszont lényegesen nagyobb az előforduló összes ε_{Dd} és a többi E_ω értéknél.

Joggal gyanakodhatunk, hogy az az állapot, amely ehhez a maximális energia-sajátértékhez tartozik, a többitől lényegesen



12. ábra. Az energiasajátérték-egyenlet grafikus megoldása, amely jól szemléltet az elkülönült koherens állapot jellegzetességét

előtű sajátosságokkal rendelkeznek. Valóban, ha megvizsgáljuk az X_{Dd}^ω sorfejtési együtthatókra kapott

$$X_{Dd}^\omega = \frac{v_{Dd}}{E_\omega - \epsilon_{Dd}} \left(\lambda \sum_{Bb} X_{Bb}^\omega v_{Bb} \right)$$

kifejezést, akkor nyomban leolvashatjuk a következőket. Mint-hogy a tényezőként álló $(\lambda \sum_{Bb} X_{Bb}^\omega v_{Bb})$ kifejezés az állapotok Dd indexétől független szám, azért X_{Dd}^ω előjelének és nagyságának a változását a v_{Dd} és az $1/(E_\omega - \epsilon_{Dd})$ energianevező szabja meg.

a) Ha $E_\omega > \max(E_\omega)$, akkor az energianevező előjele attól függően változik, hogy $E_\omega < \epsilon_{Dd}$ vagy $E_\omega > \epsilon_{Dd}$. Az X_{Dd}^ω -k közül csak az lesz lényeges, amelynek megfelelő ϵ_{Dd} az E_ω közelébe esik, azaz a $\psi_\omega = \sum_{Dd} X_{Dd}^\omega \varphi_{Dd}$ sorfejtésben ψ_ω -nak csak az a két-három komponense szerepel nagy amplitúdóval, amelyhez tartozó ϵ_{Dd} E_ω környezetében található.

b) Ha $E_\omega = \max(E_\omega)$, akkor az energianevező előjele egyáltalán nem változik. Továbbá nincs egyetlen X_{Dd}^ω sem, amely

a többihez képest különlegesen kitüntetett súllyal szerepelne. A $\psi_\omega = \sum_{Dd} X_{Dd}^\omega \varphi_{Dd}$ sorfejtésben minden tag kicsi, de összemérhető amplitúdóval szerepel, és ha v_{Dd} előjele nem változik, akkor minden φ_{Dd} részecske-lyuk állapot azonos előjellel szuperponálódik. Ezen megfontolások alapján felismerhetjük, hogy a maximális sajátértékhez tartozó állapot kollektív jellegű, hiszen kialakulásában az összes φ_{Dd} állapot részt vesz, mégpedig azonos előjelű és közelítőleg azonos nagyságú amplitúdóval. Ez a végkövetkeztetés két feltevésen nyugszik: az egyik a $\langle \varphi_{Dd} | V_{r1} | \varphi_{Bb} \rangle$ mátrixelem faktoralizálhatósága, a másik a v_{Dd} mennyiségek előjeltartó tulajdonsága.

A konkrét esetekben mindig meg lehet vizsgálni, hogy a faktoralizálhatóság milyen mértékben teljesül, és hogy a v_{Dd} -k valóban előjeltartók-e, és akkor kiderül, hogy az elmondottak nemcsak az ^{16}O -ra, hanem az összes atommagra is érvényesek. Bizonyítható, hogy az a Teller—Goldhaber-féle modell, amely szerint a dipólusállapotban a protonok és a neutronok súlypontja ellentett fázisban oszcillál, ekvivalens az imént vázolt részecske-lyuk leírással.

16. Függelék: A forgáscsoport és ábrázolásai

A tér adott pont körüli elforgatásai csoportot alkotnak, mint-hogy

- két elforgatás egymásutánja mindig megfeleltethető egyetlen elforgatásnak, azaz elforgatások „szorzata” újra elforgatás:

$$RR' = R'';$$

- létezik egységelem (**1**), ami a helybenhagyásnak felel meg;
- minden elforgatáshoz található egy olyan másik elforgatás, amely visszaállítja az eredeti helyzetet, azaz minden elforgatásnak van inverze:

$$RR^{-1} = R^{-1}R = 1;$$

- több elforgatás egymásutánjának végeredménye független attól, hogy az egymás után következő elforgatásokat hogyan társítjuk egymással:

$$R(R'R'') = (RR')R''.$$

Megállapíthatjuk tehát, hogy az elforgatások a transzformációknak egy olyan halmazát alkotják, amelyek kielégítik a csoport-axiómákat, ha csoportműveletnek az elforgatások egymás után való alkalmazását tekintjük. Minthogy tetszőleges elforgatás jellemezhető egy **9** forgásvektorral, megállapíthatjuk, hogy az elforgatások egy olyan folytonos csoportot alkotnak, amelyek tet-

szőleges elemét három folytonos paraméternek a megadásával jellemezhetjük: $R(\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3)$.

Egy fizikai rendszer elforgatásait a kvantumelméletben a rendszer állapotvektoraira ható unitér transzformációk segítségével írhatjuk le. Ezek az unitér transzformációk egy háromparaméteres folytonos csoportot alkotnak, és a forgáscsoport ábrázolásait szolgáltatják. Tetszőleges háromparaméteres unitér operátor az

$$U = \exp \left[i \sum_{j=1}^3 \vartheta_j I_j \right]$$

alakba írható, ha I_1 , I_2 és I_3 önadjungált operátorok.

Ha a három folytonos ϑ_1 , ϑ_2 és ϑ_3 paramétert az elforgatást jellemző \mathfrak{G} forgásvektor komponenseinek választjuk, akkor az U operátor I_1 , I_2 és I_3 generátorai az impulzusmomentum-operátorok három komponensével azonosíthatók (a $\hbar=1$ egységrendszerben). Bebizonyítható ugyanis, hogy eleget tesznek az impulzusmomentum-komponensekre érvényes

$$I_k I_j - I_j I_k = 2i \varepsilon_{kjl} I_l$$

alakú felcserélési törvényeknek, ahol ε_{kjl} tetszőleges indexpár felcserélésével szemben antiszimmetrikus, és $\varepsilon_{123} = +1$. Másrészt az is belátható, hogy ha egy adott fizikai rendszer forgásszimmetrikus, azaz ha a rendszer Hamilton-operátora felcserélhető tetszőleges elforgatás operátorával, akkor az elforgatás operátorának generátorai időben állandóak. Ez annyit jelent, hogy — a klasszikus fizikához hasonlóan —, az impulzusmomentum forgásszimmetrikus fizikai rendszerekben megmaradó mennyiség.

Az impulzusmomentum-komponensek nem felcserélhető operátorok, ezért nincs közös sajátvektoruk. Ezzel szemben az impulzusmomentum négyzete, $I^2 = I_1^2 + I_2^2 + I_3^2$, felcserélhető bármelyik komponenssel, ezért I^2 -nek és (a tetszőlegesen választott) I_3 -nak már vannak közös sajátvektorai. Amint az a kvantummecha-

nika elemeiből ismeretes:

$$I^2 \psi_{aIM} = I(I+1) \psi_{aIM},$$

$$I_3 \psi_{aIM} = M \psi_{aIM},$$

ahol a az állapot kimerítő jellemzéséhez szükséges további kvantumszámok összessége; és

— bozonok esetén $I=0, 1, 2, \dots$,

— fermionok esetén $I=1/2, 3/2, 5/2, \dots$;

valamint

$$-I \leq M \leq +I.$$

(A rendszer nem kell hogy egyetlen „elemi” bozonból vagy fermionból álljon, tetszőlegesen összetett rendszert fermionnak tekintünk, ha benne az „elemi” fermionok száma páratlan.)

Az I^2 és I_3 sajátértékeivel indexelt közös ψ_{aIM} sajátvektorok teljes rendszert alkotnak, abban az értelemben, hogy az impulzusmomentum négyzetének $I(I+1)$ sajátértékéhez tartozó tetszőleges állapotvektor előállítható a $(2I+1)$ lineárisan független ψ_{aIM} sajátvektor lineárkombinációjaként.

Ha egy fizikai rendszert a $\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3$ szögekkel jellemzett elforgatásnak vetjük alá, akkor a rendszer leírását szolgáló állapotvektor megváltozik, de a rendszer impulzusmomentumának négyzete természetesen változatlan marad. Következésképp az az állapotvektor, amely az elforgatott fizikai rendszert írja le, lineárkombinációja lesz az eredeti, az elforgatás előtt érvényes állapotvektoroknak:

$$\psi'_{aIM} = \sum_{M'} D^I_{M'M}(R) \psi_{aIM'},$$

ahol

$$D^I_{M'M}(R) = \langle I M' | R | I M \rangle$$

és

$$R = e^{iI\vartheta}.$$

Minden $\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3$ szögekkel jellemzett R forgatásnak megfelel egy $D^I_{M'M}(R)$ mátrix. Ez a mátrix $(2I+1)$ -dimenziós, minthogy $M, M' = -I, -I+1, \dots, I-1, I$. A ψ_{aIM} függvények által kifesztett

$(2I+1)$ -dimenziós térnek nincs olyan valódi altere, amely a forgatások során önmagába transzformálna. Ez annyit jelent, hogy a $D_{M'M}^I(R)$ mátrix nem hozható kvázidiagonális alakra. Ezeket a megállapításokat tömören úgy szoktuk kifejezni, hogy a $D_{M'M}^I(R)$ mátrix a forgáscsoportnak egy $(2I+1)$ -dimenziós irreducibilis ábrázolását szolgáltatja.

Az atommag rotációs gerjesztéseinek tanulmányozásához nélkülözhetetlen a forgáscsoport $D_{M'M}^I(R)$ irreducibilis ábrázolásainak ismerete. Szükségünk van többek között ezen ábrázolási mátrixok idő szerinti deriváltjára is, ami a következőképpen adható meg:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} D_{M'M}^I(R) &= \sum_k \frac{\partial D_{M'M}^I}{\partial \vartheta_k} \frac{d\vartheta_k}{dt} = \\ &= \sum_k \langle I M' | i I_k e^{i I \vartheta} | I M \rangle \omega_k = i \sum_{k M''} \langle I M' | I_k | I M'' \rangle D_{M''M}^I(R) \omega_k, \end{aligned}$$

ahol

$$\omega_k = \frac{d\vartheta_k}{dt} \quad (k = 1, 2, 3)$$

a szögsebességvektor koordinátái.

Legtöbbször az elforgatási transzformációt nem a $\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3$ paraméterekkel jellemezzük, hanem az α, β, γ Euler-szögekkel. Ebben az esetben a forgástranszformáció irreducibilis ábrázolásait a következőképpen definiáljuk:

$$D_{M'M}^I(R) = \langle I M' | e^{-i I_z \alpha} e^{-i I_y \beta} e^{-i I_z \gamma} | I M \rangle^*,$$

ahol I_z, I_y és I_z'' rendre az impulzuszórátnak a z tengelyre vetett, a z tengely körüli γ szöggel való elforgatás utáni y' tengelyre vetett és végül az y' tengely körüli β szöggel való elforgatás utáni z'' tengelyre vetett vetületei. Ez felírható a következő alakban is:

$$D_{M'M}^I(R) = e^{-i \alpha M'} d_{M'M}^I(\beta) e^{-i \gamma M},$$

ahol

$$d_{M'M}^I(\beta) = \sum_{n=0}^{2I} (-1)^n \frac{V(I-M)!(I+M)!(I-M')!(I+M')!}{n!(I+M'-M)!(I-M-n)!(n-M'+M)!} \times \\ \times \left(\cos \frac{\beta}{2}\right)^{2I+M'-M-2n} \left(\sin \frac{\beta}{2}\right)^{2n+M-M'}.$$

Ezen Wigner-féle D -függvényeknek a tulajdonságai közül néhányat az alábbiakban sorolunk fel:

Orthogonalitás:

$$\sum_M D_{M_1 M}^I D_{M M_2}^I = \delta_{M_1 M_2}.$$

Unitaritás:

$$D_{M M'}^I(R^{-1}) = [D_{M' M}^I(R)]^*.$$

Normáltság:

$$\int_0^\pi \sin \beta \, d\beta \int_0^{2\pi} d\alpha \int_0^{2\pi} d\gamma D_{M_1 M_1'}^{I_1*}(\alpha, \beta, \gamma) D_{M_2 M_2'}^{I_2}(\alpha, \beta, \gamma) = \\ = \frac{8\pi^2}{2I+1} \delta_{I_1 I_2} \delta_{M_1 M_2} \delta_{M_1' M_2'}.$$

Speciális esetek:

$$D_{M0}^I(\alpha, \beta, \gamma) = \sqrt{\frac{4\pi}{2I+1}} Y_{IM}(\beta, \gamma),$$

$$D_{0M}^I(\alpha, \beta, \gamma) = (-1)^M \sqrt{\frac{4\pi}{2I+1}} Y_{IM}(\beta, \alpha),$$

$$D_{00}^I(\alpha, \beta, \gamma) = P_I(\cos \beta),$$

ahol $Y_{IM}(\beta, \gamma)$ és $P_I(\cos \beta)$ a közismert gömbfüggvény, illetve Legendre-polinom.

17. Irodalomjegyzék

1. GYÖRGYI G.: Elméleti magfizika. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1961.
2. A. BOHR—B. MOTTELSON: Nuclear Structure 1., 2. W. A. Benjamin, New York, 1969, 1975.
3. K. N. MUHIN: Kísérleti magfizika. Tankönyvkiadó, Budapest, 1985.
4. A. С. Давыдов: Теория атомного ядра. Физматгиз, Москва, 1958.
5. K. SIEGBAHN: Alpha- Beta- and Gamma-Ray Spectroscopy. North-Holland, Amsterdam, 1965.
6. J. M. EISENBERG—W. GREINER: Nuclear Theory 1, 2, 3. North-Holland, Amsterdam, 1970.

Az atommagok nagy perdületű állapotai

Kiss Ádám

Tartalomjegyzék

1.	Bevezetés	109
2.	Az atommagok legnagyobb perdületének korlátai	112
3.	A nagy perdületű magállapotok kísérleti tanulmányozásának lehetőségei	119
4.	Az yrast spektroszkópia: a sávkeresztezés jelensége	131
4.1.	Az yrast spektroszkópia alapjai	131
4.2.	Sávkeresztezés az yrast vonalon: a backbending	135
4.3.	A tehetetlenségi nyomaték perdületfüggésének értelmezése ...	143
4.4.	Sávkeresztezés páratlan magoknál.....	152
5.	Az atommagok alakjának függése a perdülettől	158
5.1.	A mag alakjának meghatározása az yrast vonal mentén	158
5.2.	A mag alakja magas perdületű yrast állapotokban	162
6.	Az igen nagy perdületű állapotok vizsgálata	167
6.1.	Kutatás magas perdületű izomer állapotok után	167
6.2.	A folytonos gamma-spektrumok elemzése.....	170
7.	A kutatások nyitott kérdései	181
8.	Irodalomjegyzék	184

1. Bevezetés

A kísérleti tapasztalatok szerint alapállapotban az atommagok perdülete általában kicsi. A páros-páros stabilis atommagok spinje kivétel nélkül 0-nak adódott, de a többi atommag perdülete között is kivételnek számít például a $7/2 \hbar$ vagy a $9/2 \hbar$ érték. Az alapállapothoz közel, néhány száz keV gerjesztési energián, azonban számos magban (így elsősorban a mágikus számok előtt) megfigyeltek hosszú felezési idejű, nagy impulzusmomentummal rendelkező állapotokat. A perdület értéke ezeknél az izomer nívók-nál tipikusan $7/2 \hbar$ és $13/2 \hbar$ közé esik. Ezek voltak a magfizikában először megfigyelt magas spinű állapotok. Értelmezésük a héjmodell egyrészezske-állapotaival a modell korai sikerei közé tartozott.

Másrészről az előző tanulmányban a kollektív magmodell tárgyalásánál láttuk, hogy az atommagok alapállapotban deformáltak is lehetnek. Kézenfekvő volt annak feltételezése, hogy az ilyen magok foroghatnak, és forgási állapotaik jellegzetes gerjesztett nívórendszert alkotnak. Valóban, sok mag alacsony energiájú állapotai mutatnak ilyen tulajdonságokat, és a megfelelő nívóenergiák több esetben 1—2% pontossággal követik az $I(I+1)$ törvényt. Az ilyen forgási (rotációs) sávokhoz tartozó magállapotoknál a mag belső szerkezetét gyakorlatilag egyformáknak gondoljuk; az alapállapoti sáv esetén a gerjesztési energia egészét a forgási energia jelenti. A forgási állapotokban a nukleonrendszer saját eredő impulzus-

momentuma csatolódik a forgásból származó perdülethez, és együtt alakítják ki a magnívók spinjét. Az egy rotációs sávhoz tartozó magállapotok közötti elektromágneses átmenetek igen erősek lehetnek, nem ritkák az azonos energia- és impulzusmomentum-különbségű egyrészecske-átmenetekénél akár 200-szor is nagyobb átmeneti valószínűségek sem.

Annak, hogy egy atommag mekkora perdülettel rendelkezhet, nyilvánvalóan felső korlátja van, éppúgy, mint ahogy a mindennapi élet tárgyait sem pörgethetjük meg akármekkora szögsebességgel. Vajon hol van ez a korlát? Ahhoz, hogy erre a kérdésre válaszolhassunk, azokat a legfontosabb jelenségeket kell megvizsgálnunk, melyek az atommagok perdületének kialakításánál szerepet játszanak.

A magperdület értékéért az egyik szélsőséges modell szerint az egymással csak a gyenge maradék-kölcsönhatással csatolódnak, individualitásukat lényegében megőrző, egyrészecske-pályákon mozgó nukleonok a felelősek. Valóban, sok olyan magállapotot lehet találni, ahol a teljes perdület értékét értelmezni lehet a független nukleonok spinjének csatolódásaként. Miért ne következhetne be az, hogy sok nukleon perdülete úgy kapcsolódjon össze, hogy a mag eredő spinje nagy legyen? A kísérleti adatok közelebbi tanulmányozásakor azonban kitűnt, hogy olyan eset, amikor több mint négy nukleon perdülete egy irányba rendeződne, az eddig vizsgált esetekben nem fordult elő. Még így is találunk az ólom közelében olyan magtartományt, ahol $20\text{--}30\hbar$ perdületű magállapotok is jól értelmezhetők független egyrészecske-állapotokkal.

A másik szélsőséges megközelítés az atommagok forgásából származtatja a magas perdületeket. Ennek a képnek központi fogalma a tehetetlenségi nyomaték, hasonlóan a klasszikus forgó testek esetéhez. Az atommagoknál azonban a kvantumtulajdonságok és a magok nukleonszám szerinti véges volta miatt a jelenség sokkal érdekesebb, összetettebb. A kvantumtörvények megakadályozzák néhány, egyébként lehetséges forgási állapot kialakulását.

A magas perdületű magállapotok vizsgálata a maganyag és a mag tulajdonságait kívánja felderíteni olyankor, amikor a nukleonrendszer egyik fontos paramétere, a perdülete nagyon eltér a szokásostól, sokkal nagyobb annál. Az ilyen állapotok megértésénél a kollektív és egyrészeske-tulajdonságok bonyolult összefüggéseit kell majd figyelembe vennünk. Ehhez az út a két szélsőséges modell megértésén keresztül vezethet el úgy, hogy az egyes empirikus tényeket a modellek eredményeivel összevetve következtetünk a lényeges fizikai folyamatokra. Így remélhetjük, hogy a modelljeinknél mindig gazdagabb valóságot a két szélsőséges szemlélet közötti átmenetként értelmezhetjük.

A következőkben először általában beszélünk a magas perdületű magállapotokról, majd a kísérleti megfigyelés lehetőségének módszereit tekintjük át. Ezután a yrast spektrószkópia alapjait és a terület immár klasszikussá vált felismerésével, a sávkeresztezés jelenségkörével kapcsolatos ismereteket foglaljuk össze. Majd a magalak lehetséges változásaival, a magas spinű izomerek létezésének lehetőségével, valamint a mai kutatás élvonalát jelentő, a legmagasabb perdületű állapotokról hírt hozó, már fel nem bontott gamma-spektrumokból kinyerhető információkkal foglalkozunk. Végül áttekintjük a szakterület legfontosabb nyitott kérdéseit.

Az elmúlt évtizedben óriási mennyiségű, a magas perdületű magállapotokra vonatkozó ismeret gyűlt össze [1]. Ez a tény, valamint az, hogy szinte állandóan születnek jelentős új ismeretek, nehézzé teszik áttekintő összefoglalók írását. Mindennek tudatában igyekeztünk a terület már jól bizonyított felismerései mellett a mai kutatások vezérlő gondolatait és módszereit hangsúlyozni és azok alapjait ismertetni.

2. Az atommagok legnagyobb perdületének korlátai

Legfeljebb mekkora perdülettel rendelkezhet egy atommag? Melyek az atommagok azon legfontosabb tulajdonságai, melyek ezt meghatározzák?

Foglalkozunk mindenekelőtt az atommagok megfelelő folyamatainak időskálájával. A későbbiekben majd látni fogjuk, hogy a legnagyobb spinű magállapotokat vizsgáló kísérletekben a nehézionok ütköztetésének központi szerepe van. Most tehát képzeljük el két, egymáshoz képest nagy sebességgel rendelkező nehézion ütközését! A nagy pályamomentum miatt az érintkezés pillanatában akár $500\text{--}1000\hbar$ összperdülettel is rendelkezhetnek az ütköző magok. Azok a folyamatok, melyek során e nagy pályamomentum a magok belső szabadsági fokaira áttevődik, a mélyen rugalmatlan ütközések egyik legizgalmasabb kérdése. A nukleonrendszerek azonban nem maradnak együtt, hanem ismét szétválnak, és a perdület nagy része újra a külső szabadsági fokokra tevődik vissza. Nyilvánvaló, hogy a nukleonrendszer belső tulajdonságairól, például önálló perdületéről csak az ütközés időtartamánál lényegesen hosszabb ideig együtt maradó rendszer esetén van értelme beszélni. A nagy energiájú nehézion-ütközések időtartama tipikusan $\sim 10^{-22}$ s nagyságrendjébe esik. Ahhoz, hogy a kialakult mag ennél sokkal tovább, mondjuk 10^{-21} s-ig élhessen, el nem tűnő hasadási küszöbvel kell rendelkeznie.

A magas perdületekhez fűzhető legegyszerűbb képet a magok

forgása jelenti. Ennek vonatkozásait az előző tanulmány részletekbe menően tárgyalja. Ott láttuk, hogy a magok forgásánál az egyik legfontosabb figyelembe veendő tény az, hogy a nukleonrendszerek effektív tehetetlenségi nyomatékát erősen lecsökkenti a nukleonok közötti párkölcsönhatás. Ez a jelenség a magot egy szuperfolyékony tulajdonságokkal rendelkező csepphez teszi hasonlóná, melynél a sebességtér-eloszlásban egy erős nemrotációs komponens felléptével számolhatunk. Ennek a következménye az, hogy az atommagok alapállapothoz közeli nívóinak tehetetlenségi nyomatéka lényegesen kisebb, mint a hasonló alakú és tömegű merev test nyomatéka lenne.

Növelve a forgás szögsebességét legalább három lényeges dolog történik.

Először is biztos, hogy az a feltételezésünk, hogy a forgó atommag szerkezete változatlan marad, nem igaz. Nyilvánvaló, hogy a forgási szögsebességgel egyre nagyobbá váló Coriolis-erő jelentős hatással lesz a sajátmomentummal is bíró nukleonokra, igyekszik azok perdületét a forgási perdület irányába beállítani. Ennek következménye az, hogy a nukleonpárok (mint ahogy a későbbiekben majd tárgyaljuk) sorra felszakadnak, és elegendően nagy szögsebességnél a párkorreláció hatásának teljes megszűnését várjuk. Minthogy azonban a párkölcsönhatás jelentős szerepet játszik az egyes magállapotok tehetetlenségi nyomatékának kialakításában, e fontos paraméter értékének követése a magszerkezet drámai változásairól hozhat hírt.

Másrészről a fellépő tehetetlenségi (pl. centrifugális) erők hatására a mag alakja is megváltozik. Már kis $I \leq 10\hbar$ perdületeknél is várható, hogy a deformált mag megnyúlása növekszik. Ilyen változást valóban meg is figyeltek az alapállapotú rotációs sávok tanulmányozásánál. Növelve a perdületet, a tehetetlenségi erők egyre erősebbek lesznek, és a nukleonrendszer egyéb paramétereitől függően a magalak változhat a különböző mértékben szivar alakú, zsemlye alakú vagy háromtengelyű deformáció között.

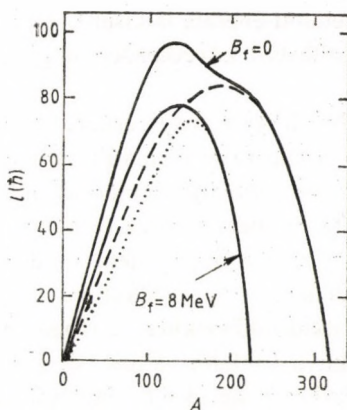
Harmadrészről, a Coriolis-erők nemcsak a nukleonpárokat sza-

kítják fel, de az egyedi részecskék impulzusmomentumát is igyekeznek a forgási perdület irányába beállítani. Növekvő perdületnél egyre több és több nukleonspin rendeződik a mag impulzusmomentuma irányába. Ez azt is jelenti, hogy a teljes perdületnek egyre nagyobb részét teszik ki az egyedi, beállt nukleonspinek, és az eredetileg kollektívnek gondolt magállapot egyre inkább emlékeztet a független részecskékből felépített szerkezetekre. Talán elképzelhető az is, hogy a teljes, most már óriási, akár $60\text{--}80\hbar$ perdületet a beállt nukleonok adják ki.

Világos, hogy az első és a harmadik folyamat leírásához sok mindent kell tudnunk a magok tényleges szerkezetéről. Ahhoz azonban, hogy az atommagok tehetetlenségi erők hatására bekövetkező alakváltozásait figyelembe véve a magok hasadási küszöbe alapján megbecsülhessük a magok által hordozható legnagyobb perdületeket, elegendő a magfizikában sokszor sikerrel használt folyadékcseppmodellt alkalmaznunk, amely az atommagot felületi feszültséggel rendelkező, töltött, összenyomhatatlan folyadékcseppnek tekinti. Tekintve, hogy nagy perdületnél a nukleonpárok valószínűleg mind felszakadnak, a magfolyadék tehetetlenségi nyomatéka várhatóan a megfelelő merev test tehetetlenségi nyomatékához fog közel esni. Egy ilyen képben a forgó folyadékcsepp legnagyobb perdületét a hasadással szembeni ellenállóság határozza meg.

Cohen, Plasil és Swiatecki [2] részletes számításokat végzett az előbb vázolt modell keretén belül. Munkájuk eredményét az 1. ábrán mutatjuk be. Az ábrán szereplő két folytonos vonal közül a felső a $B_f=0$ eltűnő hasadási küszöbre vonatkozik, míg az alsó vonal esetén a hasadási küszöb $B_f \sim 8 \text{ MeV}$. Ez utóbbi görbe felett a mag elsősorban hasadással, alatta részecske (neutron) kibocsátásával bomlik.

A modell becslése szerint a magalak érdekes változást mutat a perdület függvényében. Egy gömb alakú folyadékcseppet megforgatva alakja diszkoszhoz lesz hasonló, melynek lapultsága a perdülettel növekszik. A számítások szerint könnyű és középnehéz



1. ábra. A β -stabilitási vonal menti atommagok töltött folyadékcseppmodell alapján becsült lehető legnagyobb perdületei [2]. B_f a hasadási küszöböt jelenti, a szaggatott vonal a zsemlye alakú (alatta) és háromtengelyű deformáció határa. A pontozott vonal a részecskemisszió (felette) és a gamma-kibocsátás útján történő legerjesztődés tartományát választja el

magokra az impulzusmomentum meghatározott értékénél az alak hirtelen megváltozik, és a legstabilisabb forma háromtengelyű ellipszoid lesz. (Ez a jelenség régóta ismert forgó gravitáló folyadékok mint asztrofizikai objektumok vizsgálatából — Jacobi-instabilitás.) E háromtengelyű alak deformáltsága a perdület növekedésével tovább nő, és végül a mag elhasad. A legnehezebb magok esetén a hasadás sokkal alacsonyabb perdületeknél bekövetkezhet, ezek a háromtengelyű alakot már el sem éri. A zsemlye alakú és háromtengelyű deformáció becsült határát az 1. ábrán szaggatott vonal jelzi.

Az 1. ábrából kitűnik, hogy $\sim 100\hbar$ az a legnagyobb perdület, mellyel egy mag rendelkezhet. Ezt az értéket az $A \sim 130$ tömegszám körüli magok spinje veheti fel. Az erős tömegszámfüggés szerint mind a kis tömegű magoknak, mind a legnehezebb magoknak sokkal kisebb a lehetséges legnagyobb perdülete. Az előbbieknél a mag kis mérete miatt nagyobb szögsebességek kellene azonos

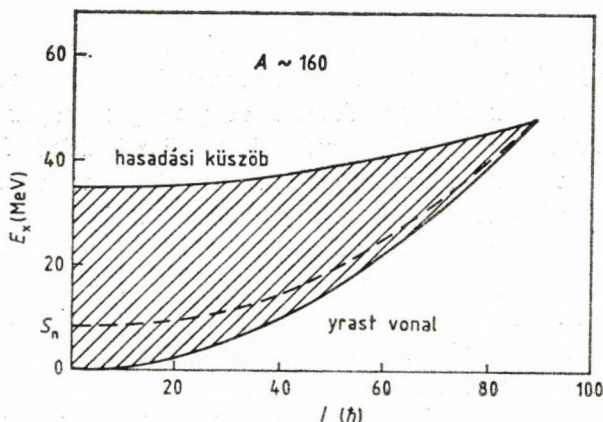
perdülethez, és a felületi energia is kisebb, az utóbbiaknál pedig a nagy Coulomb-taszításból következően nagyobb a hasadási hajlam.

Felmerül a kérdés, hogy a magszerkezet eddig figyelembe nem vett egyrészecke-vonatkozásai nem változtatják-e meg lényegesen a töltött folyadékcsepp modellje alapján becsült értékeket. Részletes héjmodellszámítások megmutatták (ezeknek háttérére még vizszatérünk), hogy a héjkorrekciók nem módosítják alapvetően a folyadékcsepp-tendenciát. Így például az alapállapotban szivar alakú (prolate) ritkaföldfémekhez tartozó magok $\sim 30\text{--}50\hbar$ körül zsemlye alakúvá (oblate) válnak, és ennél nagyobb perdületekre a belső szerkezet figyelembevételével kapott eredmények közel esnek a cseppmodel által jósolthoz.

Az előzőek alapján érthető, hogy a magok magas spinű állapotainak tulajdonságait vizsgáló kutatások elsősorban a $100 \lesssim A \lesssim 200$ tömegszám-tartományba tartozó magokkal foglalkoztak.* A kísérletekben eddig bizonyítottan elért legnagyobb perdület $\sim 70\hbar$ volt; azoknak a magállapotoknak a legnagyobb spinje, melyeket már sok magra, alaposan megvizsgáltak, $20\text{--}30\hbar$ körül van. Ez jelöli ki gyakorlatilag azt a területet, melyet a magas perdületű magállapotok tanulmányozása eddig jelentett.

A 2. ábra vázlatosan mutatja egy, a ritkaföldfémek tartományába eső atommag lehetséges állapotait a folyadékcseppmodel alapján. A gerjesztési energia—perdület diagramon a bevonalkázott területen belül vannak a hasadással szemben stabilis magnívók. Az alsó kihúzott görbe az úgynevezett *yrast vonal*, mely minden I perdületértékhez a legkisebb energiájú magnívót jelentő *yrast állapotokat* közelíti. Az ábra szaggatott vonala és yrast vonala között van az a terület, ahol a részecskekibocsátással szemben már stabilis magállapotokat találhatjuk. A határt (kissé önkényesen) a szaggatott vonallal adtuk meg, mely az $I \sim 6\hbar$ pályamomen-

* Természetesen más tartományba eső magokkal is több tanulmány foglalkozik (pl. [3], [4]), de ezek részaránya kicsi a szakterületen.



2. ábra. Az $A \sim 160$ mag lehetséges állapotai a folyadékcseppmodell alapján. S_n az $l=6\hbar$ neutron effektív szeparációs energiája

tumú neutron effektív szeparációs energiáját (S_n) jelöli. Ez az impulzusmomentum közelítőleg megfelel annak a legnagyobb értéknek, mellyel ebben a magtartományban egy kötött neutron rendelkezhet. Az ábra a lehetséges magállapotok tényleges eloszlásáról, elhelyezkedéséről természetesen semmit nem mond.

A magas perdületű magállapotokkal kapcsolatban felmerülő kérdéseket — bár ezek egymással összefüggenek, és így osztályozni őket csak bizonyos önkénnyel lehet — három fő csoportba oszthatjuk.

Az egyik csoportba azok a problémák tartoznak, melyek az yrast állapotok helyzetével, tulajdonságaival, szerkezetével foglalkoznak. Az ebben a kérdéskörben elért látványos eredmények (elsősorban a későbbiekben részletesen tárgyalt sávviasszahajlás jelensége) irányították a magfizikusok figyelmét a 70-es években fokozott mértékben a magas perdületű állapotok kutatására. Az igen magas spinű yrast állapotoknál a gerjesztési energia a nagy perdület keltésével, az egyes nukleonok perdületének beállításával előálló nagyfokú rendezettséggel is kapcsolatos lehet. Kérdezhetjük, hogy ilyenkor vajon hány részecske perdülete áll be egy irány-

ba, vannak-e még rotációs sávok, és milyen a magalak. A válaszokat e kérdésekre magról magra kell megadni, csak egyedi vizsgálatok adhatnak felvilágosítást arra, hogy az egyes magok magas perdületének forrását milyen mértékben kell a kollektív forgási, és milyen mértékben a nukleonok magon belüli rendezettségének tulajdonítani. Amennyiben az egyrészecske-tulajdonságok dominálnak, akkor az egymás melletti yrast állapotok tényleges elhelyezkedésétől függően magas perdületű csapdák, yrast izomerek alakulhatnak ki. Mindezek tisztázása az yrast spektroszkópia témaköréhez tartozik, melyre az eddigi kísérleti és elméleti erőfeszítések túlnyomó többsége is irányult.

A kutatások másik fő csoportját az yrast állapotok feletti nívók tanulmányozása jelenti. Az yrast vonalhoz közeli magnívók sűrűsége általában kicsi. A tartományba eső nívók közötti gamma-átmenetek spektrumai információt szolgáltatnak arra, hogy a mag szerkezet mi módon válaszol a forgó mozgás által keltett feszültségekre. Magasabb gerjesztési energiákon a nívósűrűség minden perdületnél várhatóan nagy lesz, így a legerjesztődés statisztikus és kollektív tulajdonságainak összejátékát szükséges felderíteni a mag kollektív és egyrészecske-tulajdonságaira való következtetéshez.

A legmagasabb spinű magállapotokról valószínűleg a nehézion-ütközésekben kibocsátott részecskék analízise hozhat ismereteket. E téren a nehézionokkal végzett magfizikai kutatások összefonódnak a magas perdületű magállapotok tanulmányozásával. Nem kétséges, hogy a jövőben e napjainkban még (a kísérleti és elméleti nehézségek miatt) kevés eredménnyel művelt terület fontos fejezete lesz a magas perdületű magok fizikáját összefoglaló ismereteinknek.

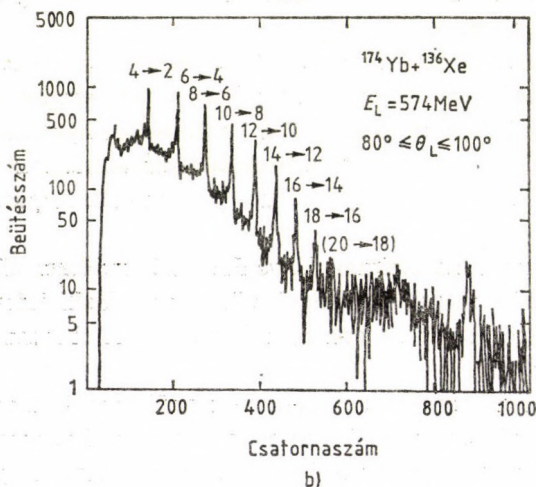
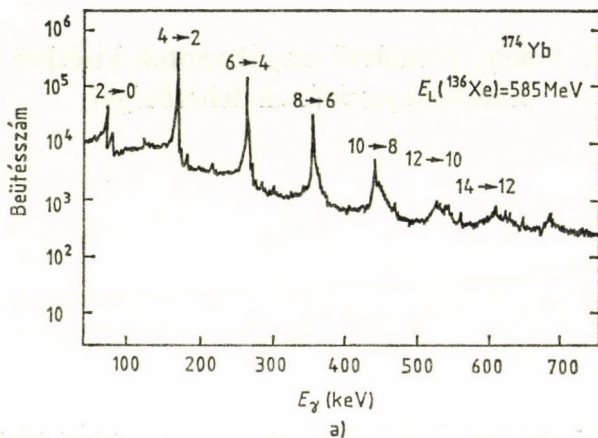
3. A nagy perdületű magállapotok kísérleti tanulmányozásának lehetőségei

A magas perdületű magállapotok gerjesztésére alig néhány eljárást ismerünk.

Történetileg a legelső módszert a radioaktív béta- és alfa-bomlásban keletkezett magasabb spinállapotok tanulmányozása jelentette. Ilyen folyamatokban $6-8\hbar$ perdületekig figyeltek meg magállapotokat, és az ezekben a kísérletekben szerzett tapasztalatok jelentették az első bizonyítékokat egyes magok forgási sávjainak létezésére.

A modern kutatásoknak lényegében két módszer áll rendelkezésre igazán magas perdületű állapotok előállítására. Ezek a Coulomb-gerjesztés és compound magok létrehozása nehézion-ütközésekben.

A Coulomb-gerjesztés elnevezés a magállapotok tisztán elektromágneses kölcsönhatással való gerjesztésére utal valamely magnak töltött részecskékkal való bombázásakor. Olyan folyamatokról van szó, melyekben a magok elektromágneses tulajdonságai játszószék a főszerepet, és a magok nem kerülnek egymáshoz olyan közel, hogy az erős kölcsönhatás is érdemben számítana. A legtöbb alapállapotú rotációs sáv első vizsgálatát Coulomb-gerjesztéssel végezték. E nívók gerjesztésének nagy hatáskeresztmetszete rávilágított a kollektív tulajdonságú magnívók közötti igen nagy átmeneti valószínűségekre. A Coulomb-gerjesztés szempontunkból való hatásosságát jelentősen megnövelte, hogy a kísérleti eljárások



3. ábra. Az ^{174}Yb -mag Coulomb-gerjesztése 585 MeV-os ^{136}Xe -ionokkal: a) vastag céltárgy; b) vékony céltárgy és járulékos koincidenciakövetelmények esetén [5]

fejlődésével egyre nehezebb ionokkal (erősebb elektromágneses kölcsönhatás) lehetett ilyen méréseket elvégezni.

A 3. ábra egy, a Coulomb-gerjesztés módszerével végrehajtott kísérletre mutat be tipikus példát [5]. Az ^{174}Yb céltárgymagot

585 MeV energiájú ^{136}Xe -nyalábbal bombázták és mérték az azonnal kilépő gamma-sugarak spektrumát. A koincidenciafeltétel nélkül felvett gamma-energieloszlásban (3.a ábra) az ^{174}Yb rotációs spektrumának néhány alsó átmenete a folytonos háttéren csúcsként jelentkezik. Feltűnő a magasabb perdületű állapotokhoz tartozó gammák csúcsainak kiszélesedése. E kiszélesedés oka a Doppler-effektus; mértékéből meghatározható a kérdéses nivåó élettartama. Amennyiben magasabb spinekhez tartozó átmeneteket is meg akartak figyelni, járulékos koincidenciafeltételekkel tisztítani kellett a spektrumot. A 3.b ábrán azt a gamma-spektrumot mutatjuk be, melynél a szerzők koincidenciában megkövetelték még egy $100\text{ keV} < E_\gamma < 800\text{ keV}$ energiájú gamma-kvantum, illetve a ^{136}Xe gerjesztő ion meghatározott szögben (itt $80^\circ < \vartheta < 100^\circ$) való egyidejű megfigyelését. Az ábra mutatja, hogy így még magasabb perdületekhez tartozó átmeneteket is fel lehetett bontani, és látható a gamma-vonalak kiszélesedésének csökkenése is.

Az irodalomban számos hasonló kísérlet leírása található. Ezekből összefoglalóan megállapíthatjuk, hogy a Coulomb-gerjesztés módszerével a lehetséges legnagyobb perdületeknek (lásd 1. ábra) mintegy a felével rendelkező, $\sim 30\hbar$ spinű magállapotokat tudtak vizsgálni. Annak magyarázata, hogy ezekben a reakciókban magasabb perdületek nem figyelhetők meg, abban keresendő, hogy itt az egyre nagyobb spinű nívók egyre magasabb rendű folyamatokban gerjednek és ezek valószínűsége rohamosan csökken. Ezért a módszer előnyei, elsősorban elméleti tisztasága ellenére is csak korlátozottan alkalmazható a magas magperdületek kutatásában.

A magas spinű magállapotok gerjesztésénél a legfontosabb szerepet más típusú nehézion-reakciók, főleg a fúziós folyamatok játszószák. A kitűnő mozzanat az, hogy bizonyos nehézion-ütközéseknél compound mag jön létre, melynek élettartama sokkal hosszabb, mint magának az ütközési folyamatnak az időtartama. Ilyenkor a nagy pályaimpulzus-momentum a belső szabadsági fokokra tevődhet át, és a nukleonrendszerből a bemenő csatorna

tulajdonságaitól többé-kevésbé függetlenül, magas perdületű compound mag jön létre. E rendszer azután, ha hasadással szemben stabilis, akkor részecskék (neutronok, protonok, alfa-részecskék stb.) egymás utáni párologtatásával alacsonyabb energiájú állapotokba megy át. Amikor további részecske energetikai okok miatt már nem hagyhatja el a magot, előáll a *párologási maradvány*, mely mind energiáját, mind pedig perdületét csak sorozatos elektromágneses átmenetek révén vesztheti el. A vázolt jelenségsor kiváltása a leggyakrabban és leghatásosabban alkalmazott módszer nagy perdületű magállapotok tanulmányozására.

Hangsúlyoznunk kell, hogy az előbbi mechanizmus nem az egyetlen lehetséges kimenetele nehézionok ütköztetésének. Gyakran a mélyen rugalmatlan folyamatok következnek be, melyek során a bombázott és bombázó nehézionok lényegében (néhány nukleon felvétele vagy leadása mellett) megőrzik azonosságukat, és a mozgási energia egy részét belső energiájukká alakítva hagyják el egymás erőterét. Ismét más mechanizmus a „fúziós-hasadási” folyamat. Ennél a nehézionok összeolvadását igen rövid idő múlva követi a rendszernek a bemenő magokhoz képest egészen más tömegszámú nehézionokra való hasadása. Mindezek a folyamatok természetesen nagy perdületű rendszereket hozhatnak létre. Jelenleg azonban e reakciókról nem tudunk annyit, hogy az itt elért eredmények a magas spinű magállapotokkal kapcsolatos ismereteinket érdemben gyarapíthatnák.

A nehézion-ütközési folyamatok egyik fontos jellemzője az, hogy a részt vevő magok hullámhossza kicsi az ütköző nukleon-rendszerek méreteihez képest. Így az a legnagyobb pályamomentum (l_{\max}^R), mely részt vesz a reakció hatáskeresztmetszetének kialakításában, a σ_R totális hatáskeresztmetszetből megbecsülhető. A parciális hullámok módszere szerint

$$\sigma_R = \pi \lambda^2 \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) T_l^R, \quad (1)$$

ahol λ a de Broglie-hullámhossz tömegközépponti rendszerben,

T_l^R pedig az l -edik parciális hullámhoz tartozó transzmissziós koefficiens (áthatolási együttható). Ha a céltárgymagot erősen abszorbeáló gömbnek tekinthetjük, a

$$T_l^R = \begin{cases} 1, & \text{ha } l \leq l_{\max}^R; \\ 0, & \text{ha } l > l_{\max}^R \end{cases} \quad (2)$$

éles levágás igaz. Ezt behelyettesítve (1)-be kapjuk:

$$\sigma_R = \pi \lambda^2 (l_{\max}^R + 1)^2. \quad (3)$$

Érdemes megjegyezni, hogy az erősen elnyelő mag modelljében az l -edik parciális hullámhoz tartozó hatáskeresztmetszet járuléka (1) alapján:

$$\sigma(l) = \pi \lambda^2 (2l + 1) T_l^R. \quad (4)$$

Ez a hatáskeresztmetszetnek a perdülettől való függésére l_{\max}^R -ig egy lineáris összefüggést ad, ahol a legnagyobb részarány a legnagyobb perdülethez tartozik.

A totális hatáskeresztmetszetet feloszthatjuk a compound mag σ_{CN} keltési, valamint a σ_d direkt folyamatokra vonatkozó hatáskeresztmetszetre. A σ_{CN} hatáskeresztmetszet maga is a párolgási maradványra, illetve a hasadásra vezető folyamatok $\sigma_{\text{pár}}$, illetve σ_{fi} keresztmetszeteiből tevődik össze:

$$\sigma_R = \sigma_{CN} + \sigma_d = \sigma_{\text{pár}} + \sigma_{fi} + \sigma_d. \quad (5)$$

Teljesen hasonlóan ahhoz, ahogyan (3) a totális hatáskeresztmetszet alapján becsli l_{\max}^R -et, meghatározhatjuk a compound mag és a párolgási maradvány kialakításában részt vevő legnagyobb parciális hullámokat is (l_{CN} , illetve $l_{\text{pár}}$). Ezekre:

$$l_{\text{pár}} \leq l_{CN} \leq l_{\max}^R. \quad (6)$$

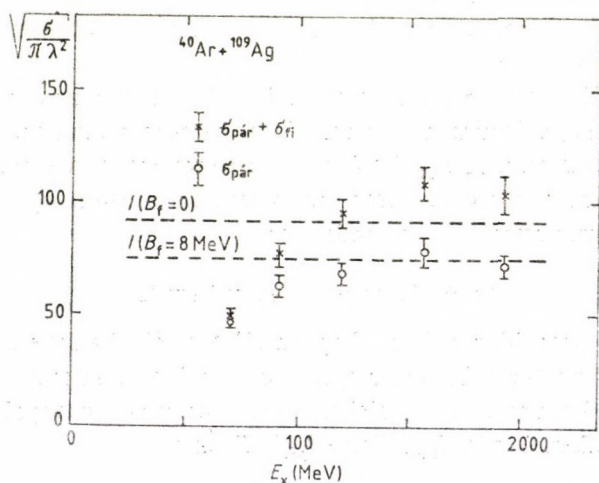
A nehézion-reakciók termékeinek kísérleti megfigyeléséből a párolgási maradványra és a hasadásra vezető hatáskeresztmetszettek az egyes esetekben meghatározhatók. Így az a legnagyobb pályamomentum, mely a compound mag kialakításában még

részt vesz:

$$(l_{\text{CN}} + 1)^2 \hbar^2 = \sigma_{\text{CN}} \hbar^2 \frac{\pi}{\lambda^2} = \left(\frac{2}{\pi}\right) \mu E_{\text{CM}} \sigma_{\text{CN}}. \quad (7)$$

Itt μ a redukált tömeget, E_{CM} pedig a bombázóenergiát jelenti tömegközépponti rendszerben. Az összefüggés természetesen csak közelít, az E_{Cb} Coulomb-gátnál lényegesen nagyobb E_{CM} bombázóenergiáknál ($E_{\text{CM}}/E_{\text{Cb}} > 2$) hibás eredményre vezet, és nyilván nem tud számot adni olyan perdületről sem, melynél a compound rendszer már nem alakulhat ki. Tájékoztató becslésekre azonban a képlet kiválóan alkalmazható.

A 4. ábra egy ilyen vizsgálat eredményét mutatja be az $^{40}\text{Ar} + ^{109}\text{Ag}$ esetre a gerjesztési energia függvényében [6]. Kitűnik, hogy ebben a kísérletsorozatban a párolgási maradványra



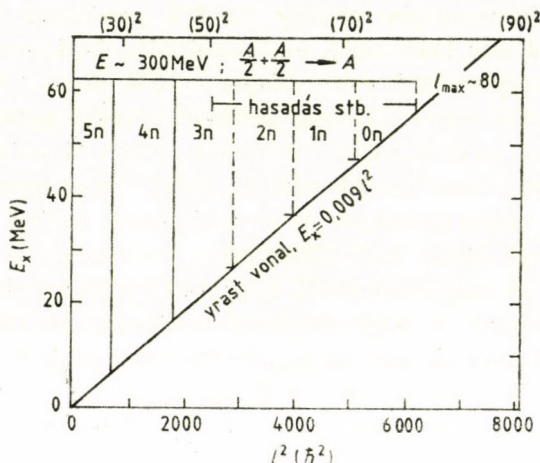
4. ábra. Az $^{40}\text{Ar} + ^{109}\text{Ag}$ nehézion-ütközéseknél a compound magban, illetve a párolgási maradványban kialakuló legnagyobb perdületek becslése a hatáskeresztmetszetekből [6]. A szaggatott vonalak a töltött folyadékcseppmodell alapján meghatározott 0, illetve 8 MeV hasadási küszöbökhez tartozó impulzusmomentumot jelzik. σ_{paar} a párolgási maradvány kialakulásának, σ_{fi} a hasadás bekövetkezésének hatáskeresztmetszete

vezető folyamatokban mintegy $70\text{--}80\hbar$ perdülettel rendelkező compound mag keletkezett, az összeolvadási hatáskeresztmetszetekből pedig az elért momentumra $\sim 100\hbar$ értékre becsülhető. A létrehozott compound mag perdülete közelítő egyezésben van azokkal az eredményekkel, amelyeket Cohen és munkatársai a pörgő csepp modelljével kaptak (1. ábra). Teljes egyezést az értelmezési bizonytalanságok és az alkalmazott modell közelítései miatt természetesen nem várhatunk.

Vizsgáljuk meg közelebbről, hogy mi történik a kialakult compound maggal! A nagy perdületű nukleonrendszernek nagy a gerjesztési energiája, mely az E_{CM} bombázóenergiától és a folyamat kötési energiákból számítható Q értékétől függ ($E_x = E_{\text{CM}} + Q$). A compound mag hasadással vagy részecskék (neutron, proton stb.), majd gammák kibocsátásával adja le energiáját és perdületét. A magas spinű állapotok tanulmányozásának kulcsát éppen e legerjesztődési folyamatok megfigyelése és megértése jelenti.

A compound magok bomlását a magreakciók statisztikus elméletével általában jól le lehet írni. Ez a gyakran használt modell feltételezi, hogy minden állapot keletkezésétől független valószínűséggel bomlik valamely nyitott reakciócsatornába. A bomlási valószínűségeket a kezdeti és a végállapotú nívósűrűségekkel, valamint a T_1 transzmissziós koefficiensekkel lehet kifejezni [7], [8], [9].

A részletek pontos követése helyett foglalkozunk egy kvalitatív képben a bomlási folyamatokkal. A viszonyokat egy hipotetikus, $A \sim 160$ tömegszámú compound magra vezető reakció esetén az 5. ábrán vázoltuk. A függőleges tengelyre a mag gerjesztési energiáját, a vízszintesre pedig a pályamomentum-kvantumszám négyzetét mértük fel. Az yrast vonalat a merev test tehetlenségi nyomatékával forgó mag $E \sim I^2$ közelítése alapján rajzoltuk be. A felső vízszintes vonal mentén a gerjesztési energia állandó, és (4) miatt ebben az ábrázolásban a populáció is mindig ugyanaz. A vonal a bevihető legnagyobb pályamomentumnál ér véget.



5. ábra. Compound mag és a párolgási maradvány lehetséges állapotai $A \sim 160$ compound magra vezető két $\sim A/2$ nehézion ~ 300 MeV-tal (laborrendszerben) történő ütközésénél

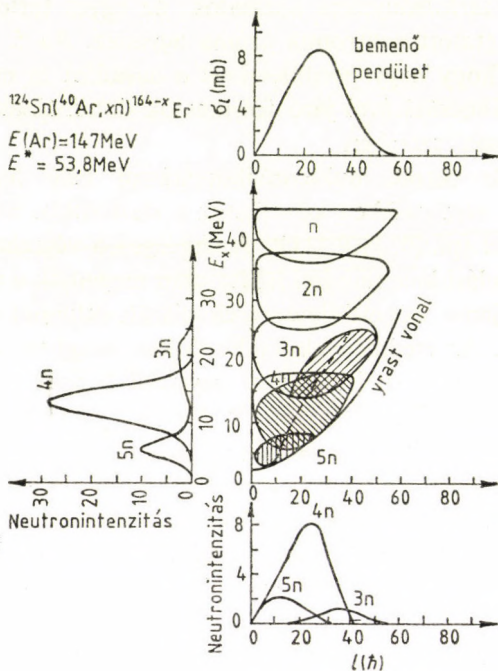
A magnak a részecskepárologtatásra közelítőleg az yrast állapot és a mindenkor gerjesztettség közötti energiakülönbség áll rendelkezésre az egyes perdületértékeknél. A továbbiak szempontjából fontos az a megállapítás, hogy a várhatóan legnagyobb valószínűséggel párologtatott 1—2 MeV mozgási energiájú neutron csak kis (neutrononként $\sim 1\hbar$) perdületet tud elvinni. Egy néhány MeV-es alfa-részecske eltávozása lényegesen nagyobb, akár $20\hbar$ perdületcsökkenéssel is járhatna. A töltött részecskék emittálásának valószínűségét azonban a Coulomb-gát erőteljesen lecsökkenti, az $A \gtrsim 100$ magtartományban már általában nem kell számolni vele.

A neutronok kötési energiája ~ 8 MeV, így 1—2 MeV-os mozgási energiájukat figyelembe véve egy-egy neutron emissziója mintegy 10 MeV gerjesztésienergia-csökkenéssel és gyakorlatilag elhanyagolható perdületcsökkenéssel jár. Ez azt jelenti, hogy a lehetséges magállapotok az 5. ábrán az impulzusmomentum szerint

közelítőleg tartományokra oszthatók: az egyes tartományokban az elpárologtatott neutronok száma ugyanaz. Az 5. ábrán utalunk arra, hogy nagy perdületeknél a hasadási és más összetett részecske kibocsátásával járó folyamatok dominálnak a neutron-párologtatással szemben.

Az előbb vázolt, nukleonkibocsátással való legerjesztődési folyamatok részleteikben követhetők a statisztikus reakciómodell módszereivel (pl. [9], [10], [11]). A ténylegesen végrehajtott számítások a bomlási lánc minden lépése után megadják a mag gerjesztési energiájának és perdületének eloszlását, valamint a neutronok spektrumát. Az eredmények kvalitatív összhangban vannak az 5. ábrával kapcsolatban ismertetett egyszerű képpel.

A 6. ábra az ^{124}Sn (^{40}Ar , xn) $^{164-x}\text{Er}$, $E_{\text{Ar}}=147$ MeV reakcióra végrehajtott számítások eredményeit mutatja [1]. A hatáskeresztmetszet—perdület eloszlást az ábra felső részén láthatjuk. A középső rész kontúrvonalai az egyes neutronok emissziója után populálódott magállapot-tartományokat jelölik ki. A harmadik neutron elpárologása után már van egy olyan tartomány (vonalkázott rész), mely a továbbiakban gamma-kvantumok kibocsátásával bomlik. A negyedik neutront követően az állapotok túlnyomó többsége már ilyen. A fizikai ok világos: a jelentős gerjesztési energia nagy része a mag nagy perdületével kapcsolatos, a belső gerjesztésre az energia kis hányada fordítódik. Az ábrán a vonalkázott területek határa megegyezik az utolsó neutron kötési energiájával; az elválasztó vonal alatt újabb neutron kibocsátása energetikai okok miatt már nem lehetséges. A 6. ábra alján és bal oldalán a neutronkibocsátás—perdület, illetve a neutronkibocsátás—gerjesztési energia korrelációk láthatók. Mindebből kitűnik, hogy a nagyobb perdületű párolgási maradványok a kevesebb neutron kibocsátása után kialakuló magok. Ugyanígy világos, hogy az az energia, mely a neutronemisszió után gamma-kvantumok kibocsátására fordítódik, szintén ezekben az esetekben a legnagyobb. Az ilyen típusú korrelációkat a legnagyobb spinű magállapotok kutatásában szinte mindenütt felhasználják.



6. ábra. A statisztikus modell előrejelzése a $^{124}\text{Sn}(^{40}\text{Ar}, xn)^{164-x}\text{Er}$ $E_{\text{Ar}} = 14.7 \text{ MeV}$ reakcióra [14]. A bevonalkázott tartományba eső magállapotok elektromágnesesen bomlanak tovább

Az yrast vonal felett hozzávetőleg egy neutron kötési energiáig van tehát a gamma-legerjesztődési tartomány. Itt már a mag teljes perdületét és energiáját a gamma-kaskádoknak kell elvinniük.

A gamma-legerjesztődési tartományban az átmenetek két alap-típusát különböztetjük meg. Az első kategóriába tartoznak az ún. statisztikus átmenetek. Ilyenek az yrast vonal felett még nagy gerjesztési energiával, és így nagy nívósűrűséggel rendelkező állapotok között végbemenő, elsősorban elektromos dipólus átmenetek. Ezek gyakorisága az egyes nívók közötti átlagos átmeneti valószínűségtől és a nívósűrűségektől függ, és kis perdületet tudnak

csak elvinni. Közeledve az yrast vonalhoz a nívósűrűségek egyre kisebbek, és így a statisztikus átmenetek valószínűsége is csökken. Itt már populálódhatnak olyan állapotok, melyekről való kvadrupólusátmenetek versenyezhetnek az elektromos dipólusátmenetekkel. Ekkor (az energia—perdület diagrammon) az yrast vonallal párhuzamosan elhelyezkedő, de annál magasabb gerjesztési energiájú állapotok között kaszkádok alakulhatnak ki (ún. yrast-szerű kaszkádok). Amennyiben a mag valamely perdületnél elérte az yrast állapotot, innen már csak kevés, általában másik yrast állapotba vivő elektromágneses átmenettel bomolhat. Így alakulnak ki az yrast kaszkádok.

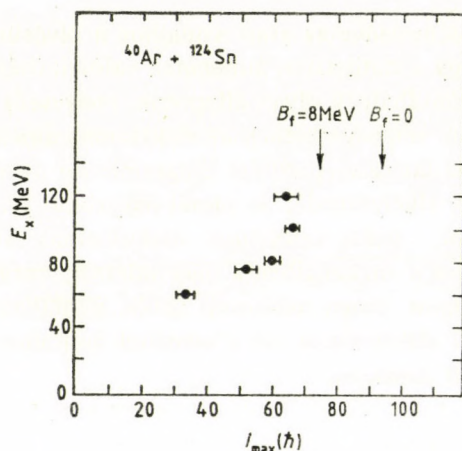
A párolgási maradványból kilépő gamma-kvantumok számából (M multiplicitásából) egyszerű eszközökkel lehet következtetni a részecskepárolgási folyamatok után kialakuló magok legnagyobb perdületére. Tegyük fel ugyanis, hogy a perdületeloszlásra igaz a (4) szerinti „háromszög”-összefüggés, vagyis az átlagos perdület $2/3$ -a a legnagyobb spinnek. Az első néhány (~ 4) átmenet statisztikus, és összességében kis perdületet visz el. Az impulzuszórási momentum zöme kvadrupólusátmenetekkel távozik a magból, ezért a

$$\frac{2}{3} I_{\max} \simeq (M-4)2 \quad (8)$$

összefüggésből más módszerektől függetlenül becsülhető a párolgási maradvány legnagyobb perdülete.

A 7. ábra egy ilyen vizsgálat eredményét mutatja be [12]. A gamma-multiplicitást a szerzők egy sokdetektoros koincidencia-rendszerrel határozták meg. A mérésben az átlagos multiplicitás ~ 25 -nek adódott, amiből $I_{\max} \sim 65\hbar$ következik. Ez az érték összhangban van korábbi becsléseinkkel, ami az előző megfontolások alapvető helyességére utal.

A gamma-átmenetek tanulmányozása a magas perdületű magállapotok vizsgálatának legelterjedtebb eszköze. Mind a spektrumok tulajdonságai, mind pedig a multiplicitások fontos információkat hordoznak. Sajnos az egyedileg felbontható nívók az ala-



7. ábra. Az $^{40}\text{Ar} + ^{124}\text{Sn}$ reakcióban keletkezett párolgási maradvány perdületének becslése a gamma-multiplicitások mérésével [12]

csonyabb perdületekhez tartoznak. Ennek az az oka, hogy egyre magasabb gerjesztési energiáknál egyre több lehetséges útja van annak, hogy a rendszer az alacsonyabb energiájú állapotba jusson. Így minél magasabb egy kiszemelt nívó perdülete, annál kisebb a valószínűsége, hogy a tényleges legerjesztődési folyamat során az populálódjon. A jelenlegi kísérleti módszerekkel $\sim 30\hbar$ -nál nagyobb perdülettel rendelkező felbontott nívót csak néhány különleges esetben lehetett vizsgálni.* Ezért a legmagasabb spinű állapotokról ma elsősorban a folytonos gamma-spektrumok tanulmányozásával szerezhetünk ismereteket.

* Az a legnagyobb perdület, melyet felbontott nívónál eddig megfigyelték, $60\hbar$ körül van [13].

4. Az yrast spektroszkópia: a sávkeresztezés jelensége

A magas perdületű magállapotok gerjesztésének előbbiekben vázolt folyamataiból következik, hogy a legegyszerűbben vizsgálható nívók az alacsony energiájú yrast állapotok. Láttuk ugyanis, hogy a compound mag, néhány neutron elpárolgásával a részecske-kibocsátási küszöb alá hűlve általában néhány statisztikus gamma-kvantum eltávozásával úgy kerül az yrast vonalra vagy annak közelébe, hogy eredeti perdületét lényegében megőrzi. Csak akkor válnak a legerjesztődés útjának valószínű lépéseivé az olyan elektromágneses átmenetek, melyeknél a sugárzás már érdemben csökkenti a mag perdületét. Az alacsony energiájú és spinű tartományban, a vizsgálatok tárgyát leggyakrabban képező erősen deformált (ritkaföldfém) magok esetében, az yrast nívókhoz az alapállapotra felépülő forgási sáv elemei tartoznak. Így ezek a legtöbb magreakcióban nagy valószínűséggel populálódnak.

4.1. Az yrast spektroszkópia alapjai

Az alapállapoti rotációs sávot páros-páros magoknál jó közelítésben az

$$E_I = \frac{\hbar^2}{2\Theta} I(I+1) \quad (9)$$

nívóenergia—perdület ($E_I - I$) összefüggés jellemzi, ahol I csak

páros értékeket vehet fel (lásd az előző tanulmányt). A Θ mennyiséget klasszikus analógia alapján a mag tehetetlenségi nyomatékának nevezzük. A nagy valószínűségű $I \rightarrow I-2$, sávon belüli kvadrupólus átmenetek a résztvevő nívók perdületével növekvő energiájú,

$$E_{\gamma}(I \rightarrow I-2) = E_I - E_{I-2} = \frac{\hbar^2}{2\Theta} (4I-2), \quad (10)$$

gamma-kvantumok kibocsátásával járnak. A gamma-kaskádban egymást követő átmenetek energiájának különbsége (δE_{γ}) azonban ebben a modellben már független a kezdeti és a végállapotok perdületétől:

$$\delta E_{\gamma} = E_{\gamma}(I+4 \rightarrow I+2) - E_{\gamma}(I+2 \rightarrow I) = \text{konst.} \quad (11)$$

Ez azt jelenti, hogy az alapállapotú rotációs sávbeli átmenetek ideális esetben egyenlő energiakülönbségű vonalakból álló spektrumot hoznak létre.

A kísérleti gamma-spektrumokban való tájékozódás első lépése az, hogy a yrast kaskád elemeit kell azonosítanunk, sorrendjüket megállapítanunk. Ezt a munkát a gamma-gamma koincidenciaspektrumok elemzésével lehet elvégezni. A fő gondolat eközben az, hogy valamelyik magasabb átmenettel (pl. $16^+ - 14^+$) való koincidencia megkövetelésekor a gamma-kaskád következő elemeinek intenzitása állandó kell hogy legyen. Ilyenkor ugyanis az „oldalról” (tehát nem yrast, hanem más nívóról) történő állapotpopulációt követő átmenet nyilván nincs koincidenzában egy korábbi yrast átmenettel. A kísérleti tapasztalatok szerint az yrast átmenetek ilyen sorrendbe rakása az előbbi gondolatoknak megfelelően lehetséges.*

* Érdemes ezen a ponton rámutatni arra, hogy az eddigiekben említett egyszerű koincidenencia módszerek $\sim 20\hbar$ -nál nagyobb perdületű állapotok megfigyelésére már az alacsony beütésszám/háttér arányok miatt alkalmatlanok. A modern kísérleti elrendezések, a mérési elvek változatlanul hagyása mellett többszörös koincidenciák (a magas perdületű állapotok bomlását sok gamma-

A másik alapvető feladat a detektált gamma-kvantumok multipolaritásának, multipóluskeveredésének, valamint a megfigyelt elektromágneses átmenetekkel kapcsolatos magállapotok perdületének, paritásának meghatározása. Az ilyen kérdésekre a gamma-kvantumok és a magreakciót kiváltó részecskenyaláb iránya közti szögeloszlásnak a vizsgálata adhat választ. Azt használjuk ki, hogy a kialakuló compound mag perdülete merőleges a bombázónyaláb irányára, és ez a beállítás lényegében nem változik meg az energialeadás részecske- és gamma-kibocsátási folyamatai során.

A gamma-sugárzás szögeloszlását dipólus- és kvadrupólusátmenetek esetén a $P_k(\cos \theta)$ ($k=0, 2, 4$) Legendre-polinomokból felépített

$$W(\theta) = \sum_k A_k P_k(\cos \theta) \quad (12)$$

függvény írja le. Az A_k szögeloszlási koefficienseket a kezdeti és végállapot spinje, az átmenet multipólus jellege és multipóluskeveredése, valamint a kezdeti állapotbeli perdület iránybeállításának eloszlása (az állapotok betöltöttsége) határozza meg. Ez utóbbi eloszlás megadása feltételezi a magnívót populáló folyamatok pontos ismeretét. Ennek hiányában (ez az általános) az alnívók betöltöttségének eloszlását Gauss-alakúnak tételezik fel.

A gamma-szögeloszlások értelmezése sokszor bizonytalan [15]. Így például kis kvadrupóluskeveredésű $\Delta I=1$ átmenetnél nem lehet megkülönböztetni az $I \rightarrow I+1$, illetve az $I \rightarrow I-1$ eseteket. Hasonlóan, nagy pozitív anizotrópia [$W(180^\circ) - W(90^\circ) \gg 0$] esetén alig van különbség az $I \rightarrow I \pm 2$ kvadrupólusátmenetek és az $I \rightarrow I$ kis kvadrupóluskeveredésű dipólusátmenetek között.

Az yrast spektroszkópia módszerei közé tartozik még a gamma-szögkorrelációk vizsgálata és az intenzitásviszonyoknak a bombázóenergia függvényében való meghatározása is. Mindkét eljárás

átmenet kísérleti megkövetelésével, jó energiafelbontású detektorrendszerek alkalmazásával sikerrel növelik meg a magas spinű állapotok közötti átmeneteket jelentő csúcsok viszonylagos nagyságát a gamma-spektrumokban.

rás elsősorban az egyes nívókhoz való helyes perdületérték hozzárendelésénél nyújt értékes járulékos információkat. — Itt jegyezzük meg, hogy az egyes állapotok spinjének meghatározásához gyakran kihasználják azt a tényt, hogy a megfigyelt gamma-kaskád által érintett magállapotok impulzusmomentuma általában növekszik a gerjesztési energiával.

Tételezzük most fel, hogy az előbb áttekintett módszerekkel egy mag egész sor yrast állapotához mind a gerjesztési energiákat, mind pedig a perdület- és paritásértékeket sikerrel hozzárendeltük! Megmutatjuk, hogy ezekből az adatokból az egyes magállapotokban a mag tehetetlenségi nyomatéka és a forgás szögsebessége meghatározható.

A klasszikus mechanikában a forgó mozgás szögsebességét az

$$\omega_{\text{rot}} = \frac{\partial E(J)}{\partial J} \quad (13)$$

kanonikus összefüggés adja meg. A kvantummechanikában a perdület $J = \hbar \sqrt{I(I+1)}$ várható értékével számolunk:

$$\hbar \omega_{\text{rot}} = \frac{dE}{d\sqrt{I(I+1)}} = 2\sqrt{I(I+1)} \frac{dE}{d[I(I+1)]} \quad (14)$$

A Θ tehetetlenségi nyomatékot a szögsebesség és a perdület definiálja:

$$\Theta \omega_{\text{rot}} = \hbar \sqrt{I(I+1)}. \quad (15)$$

A (14) és (15) összefüggésekből

$$\frac{2\Theta}{\hbar^2} = \left(\frac{dE}{d[I(I+1)]} \right)^{-1} \simeq \left(\frac{E_I - E_{I-2}}{4I-2} \right)^{-1} \quad (16)$$

adódik, ahol I a kezdeti állapot perdületkvantumszáma.

Hasonlóan könnyen képezhetjük a $\hbar \omega_{\text{rot}}$ mennyiséget. Ezt legyszerűbben a (13)-ból következő

$$\hbar \omega_{\text{rot}} \simeq \frac{1}{2} (E_I - E_{I-2}) = \frac{1}{2} E_I \quad (17)$$

összefüggés becsli a megfigyelt nívóenergiákból, illetve az átmenet energiájából. A (17) közelítés viszonylagos pontossága I -vel növekszik, és nagy I -re a forgási szögsebesség egyszerű meghatározását teszi lehetővé egy közvetlenül mért adatból, a megfigyelt elektromágneses átmenet energiájából.

Alacsonyabb perdületekre a $\hbar\omega_{\text{rot}}$ értékét inkább a (14)-ből következő

$$\hbar^2\omega_{\text{rot}}^2 = (I^2 - I + 1) \left(\frac{E_I - E_{I-2}}{2I - 1} \right)^2 \quad (18)$$

egyenlőségből határozzák meg, mely e mennyiséget az I és $(I-2)$ -höz tartozó $I(I+1)$ értékek

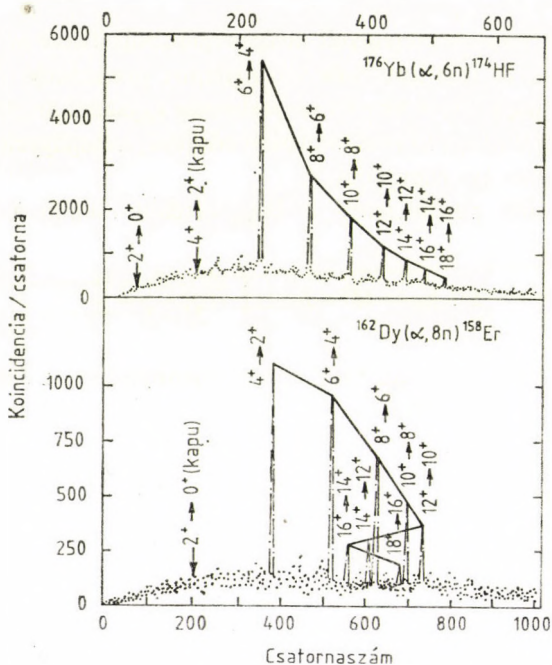
$$I_m(I_m + 1) = \frac{1}{2} [I(I+1) - (I-2)(I-1)] = I^2 - I + 1 \quad (19)$$

átlagára vonatkoztatja [16].

A (16) és (18) összefüggésekkel $2\Theta/2\hbar^2$, illetve $\hbar^2\omega_{\text{rot}}^2$ minden átmenetből külön-külön meghatározható. Természetesen a forgó ideális merev testet (magot) az jellemezné, hogy tehetetlenségi nyomatéka független lenne a szögsebességtől, nem változna állapotról állapotra.

4.2. Sávkeresztelés az yrast vonalon: a backbending

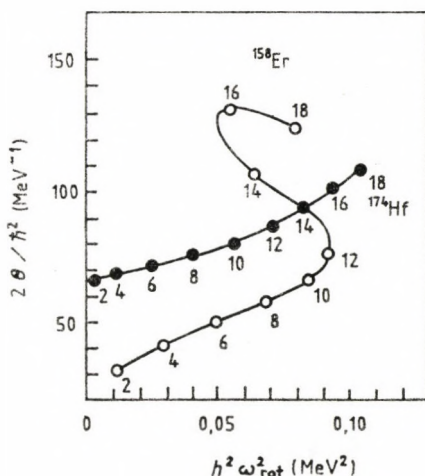
A 8. ábrán tipikus kísérleti eredményeket mutatunk be az $^{176}\text{Yb}(\alpha, 6n)^{174}\text{Hf}$ és a $^{162}\text{Dy}(\alpha, 8n)^{158}\text{Er}$, $E_\alpha \simeq 100$ MeV reakciók esetében [17]. A gamma-spektrum háttértől való tisztítása érdekében az itterbium esetében a legalsó $4^+ \rightarrow 2^+$ átmenet, a diszprózium esetében pedig a $2^+ \rightarrow 0^+$ (alapállapot) átmenet gamma-kvantumával való koincidenciát követelték meg a szerzők. A ^{174}Hf -re vonatkozó mérésnél az átmenetek gamma-kvantumainak különbségei szabályosnak adódtak, a várthoz hasonló viselkedést mutattak. A részletesebb elemzés az átmeneti energiáknak a (10) szerintinél lassúbb



8. ábra. Gamma-gamma koincidenciaspektrumok a ^{174}Hf és ^{158}Er esetében [15]

növekedését állapítja meg növekvő perdületekre (lásd 9. ábra). Az ^{158}Er esetében nem várt dolog történik. A gamma-energiák növekednek a $12\hbar$ perdületig, akkor azonban a $14\hbar$ és a $16\hbar$ állapotokról való bomláskor nemcsak hogy nem növekednek, hanem erőteljesen lecsökkennek az yrast kaskád alacsonyabb magperdületekhez tartozó elemeihez képest.

A 8. ábra spektrumainak kiértékelését láthatjuk a 9. ábrán. A ^{174}Hf esetében a tehetetlenségi nyomaték folytonosan növekszik a forgási szögsebesség függvényében, de ugrásszerű, hirtelen változás nem észlelhető a görbe menetében. Az ^{158}Er -mag is hasonlóan viselkedik $12\hbar$ perdületig, de aztán a 14^+ és 16^+ állapotokra a tehetetlenségi nyomaték erősen megnő, olyannyira, hogy a forgás



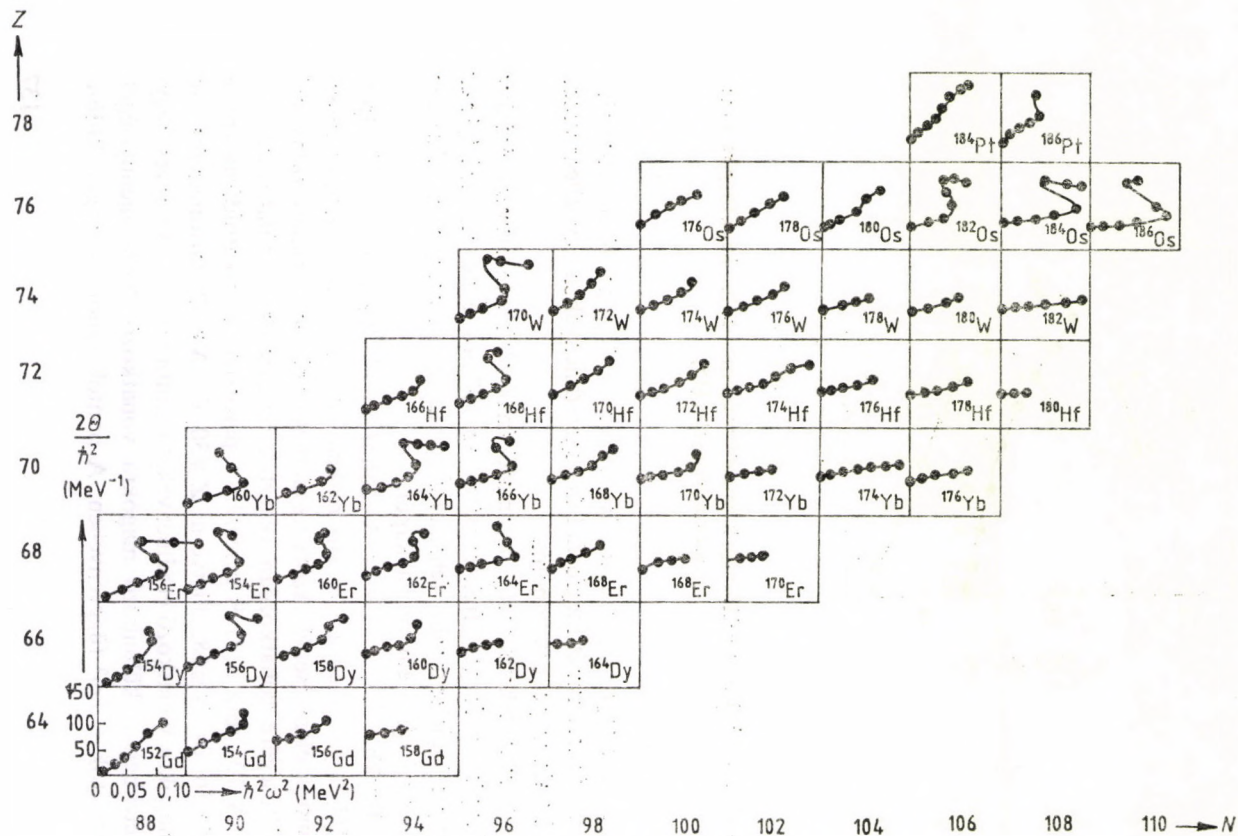
9. ábra. Az ^{158}Er - és ^{174}Hf -magok tehetetlenségi momentumának függése a mag szögsebességétől [15]

szögsebessége is jelentősen lecsökken. A $18\hbar$ perdületű állapotra a tendencia ismét megfordul és végeredményében egy jellegzetesen „S” alakú görbét kapunk.

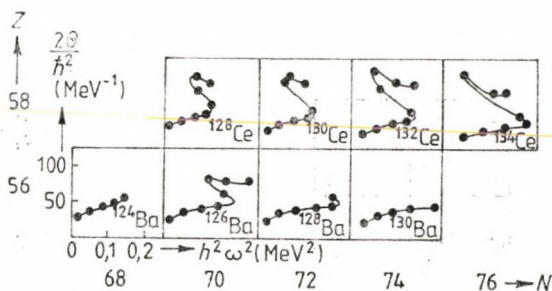
A mag tehetetlenségi nyomatékának előbb megismert érdekes függése a forgási frekvenciától az 1970-es évek magfizikájának egyik legjelentősebb felismerése volt. A jelenség a *backbending* (visszahajlás) elnevezést kapta.

Backbendinget először A. Johnson, H. Ryde és S.A.H. Hjort [16] figyelt meg az (α, xn) reakcióban kibocsátott gamma-kvantumok elemzésénél. Azóta az elérhető deformált magok túlnyomó többségére vonatkozóan végeztek rendszeres vizsgálatokat.

A 10. ábra a, b és c részén a páros-páros ritkaföldfémekre, a $Z \geq 56$ és $N \geq 68$, illetve a $Z \geq 30$ és $N \geq 32$ tartományba eső magokra vonatkozó eredményeket tekinthetjük át. Az egyes négyzetekben a különböző magokra vonatkozó $2\Theta/\hbar^2$ mennyiségek láthatók a $\hbar\omega^2$ függvényében. A pontok rendre a magok külön-



10/a ábra.

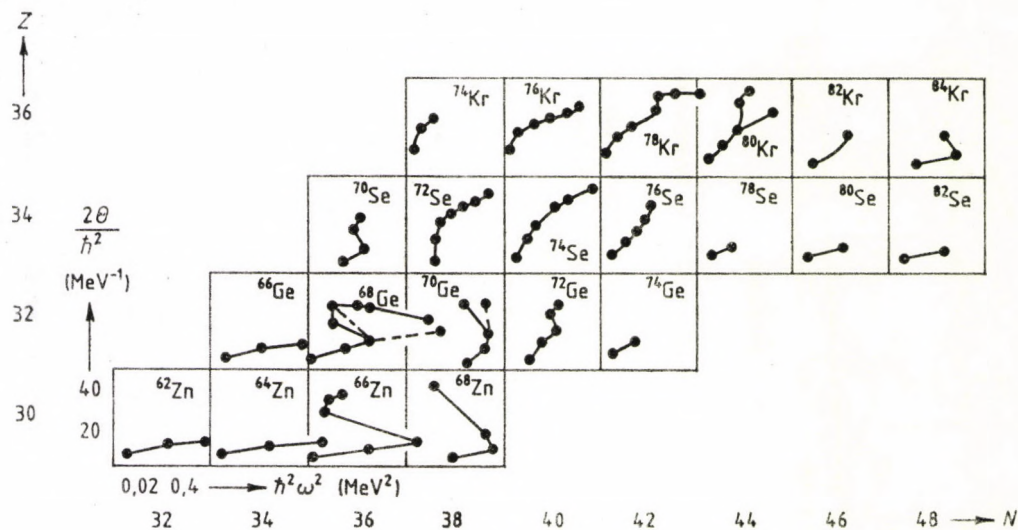


10/b ábra

bőző perdületértékeire vonatkoznak; a szomszédos pontokra $\Delta I=2$.

Az ábrákból látható, hogy a magok jelentős hányada vagy mutatja a backbending-jelenséget, vagy legalábbis a tehetetlenségi nyomaték meredek megnövekedésének jelei figyelhetők meg a szögsebesség növekedésével. Különösen igaz ez a neutronhiányos ritkaföldfémek izotópjai esetében. (Érdekes, hogy a 98 neutron-számhoz tartozó magok kivételnek tekinthetők: a Θ meredek megnövekedését egyik izotópnál sem láthatjuk.)

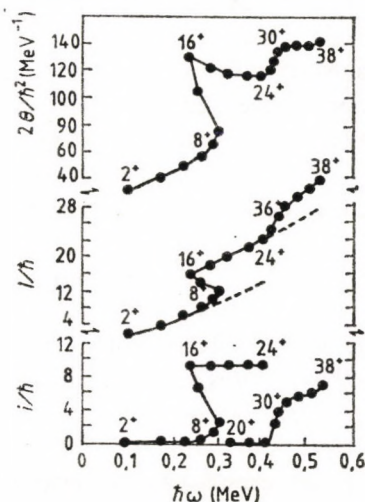
A backbending-jelenség lényegének megértésénél ismét azt kell felidéznünk, hogy a compound mag legerjesztődési mechanizmusa miatt a megfigyelt átmenetek mind az yrast állapotok között mennek végbe. Az yrast állapotok feletti nívókból történő diszkrét átmenetek tanulmányozása magas perdületekig csak néhány esetben sikerült, elsősorban azért, mert a nem yrast állapotok betöltődési valószínűsége — mint láttuk — alacsony. Ezért kézenfekvő a backbending jelenségének az a magyarázata, hogy itt tulajdonképpen nem ugyanannak a forgási sávnak az átmeneteit figyeljük meg. A tehetetlenségi nyomaték hirtelen változása azt a tényt tükrözi, hogy az yrast nívó attól a perdülettől felfelé, melynél az irregularitás jelentkezik, már nem az alapállapotú rotációs sávhoz tartozik: különböző magszerkezetre felépülő forgási sávok metszik egymást az yrast vonalon.



10. ábra. Az alacsony energiájú yrast állapotok backbending kiértékelése: a) ritkaföldfémekre; b) a $Z \cong 56$, $N \cong 68$; c) $Z \cong 30$, $N \cong 32$ tartományokhoz tartozó páros-páros magokra [15], [4]

Az előbbi gondolatok helyességét úgy igazolhatjuk, ha a lehetséges különböző rotációs sávok [pl. béta-sáv, gamma-sáv stb. (lásd a kötet előző tanulmányát)] elemeit esetről esetre ténylegesen azonosítjuk. Néhány esetben valóban rendelkezésünkre állnak azok az eredmények, melyek lehetővé teszik az egyes sávok tagjainak követését magas perdületekig.* A tapasztalat mindenütt igazolta azt a feltételezést, hogy backbendingnél az yrast állapotok különböző forgási sávokhoz tartoznak.

A 11. ábrán a 9. ábra kapcsán már tárgyalt ^{158}Er -magra vonatkozó más mérés adatait láthatjuk [14]. Ebben a kísérletben az yrast nívókat a $38\hbar$ perdületig sikerült egyedileg megfigyelni. A megfelelő nívók közötti átmenetekből meghatározható mennyiségek



11. ábra. Az ^{158}Er -mag momentuma, perdülete és a forgás irányába beállt nukleonspín értéke a szögsebesség függvényében [14]

* Azt, hogy valamely nívók egy sávhoz tartoznak, a nívók közötti átmeneti valószínűségek kísérleti értékeinek elemzésével lehet a legegyszerűbben megállapítani. E valószínűségek a sávon belüli átmenetek esetén sokkal nagyobbak, mint amikor a kezdeti és a végállapot különböző sávokhoz tartozik.

közül az ábra felső része a tehetetlenségi nyomatékot, a középső része a teljes impulzusmomentum kvantumszámát mutatja a mag forgási szögsebességének függvényében. Kitűnik, hogy a backbending jelensége mint a szögsebesség—perdület függvény irregularitása is jelentkezik: bizonyos kritikus értékeknél az impulzusmomentum jelentősen megnövekszik. Így a 14^+ yrast nívónál, mely a $\hbar\omega_{C1} \sim 0,25$ MeV körül van ($\omega_{C1} \sim 4 \cdot 10^{20} \text{ s}^{-1}$), láthatjuk a már korábban megismert első backbendinget. Az ábrát tovább elemezve azonban látszik, hogy a 24^+ állapotot követő nagyobb perdületű nívókra $\hbar\omega_{C2} \sim 0,42$ MeV ($\omega_{C2} \sim 6,4 \cdot 10^{20} \text{ s}^{-1}$) körül a tehetetlenségi nyomaték ismét erősen megnövekszik, bár a jelenség nem olyan markáns, mint az első irregularitásnál. Sőt, a 38^+ állapothoz tartozó adat egy harmadik nyomatékmegnövekedés, egy új sávkeresztezés kezdetét sejteti.

A 11. ábrán szaggatott vonal jelzi az alsó két forgási sáv extrapolációját magasabb frekvenciák felé. Várhatjuk, hogy a sávok yrast állapotok feletti (azonosítatlan) elemeire vonatkozó pontok a szaggatott vonal közelébe esnek. Így egymás alatt azonos szögsebességhez tartozó, különböző belső szerkezetű állapotok vannak. Az

$$i(\omega) = I_a(\omega) - I_{alap}(\omega) \quad (20)$$

perdületkülönbség, amely nyilván a belső magszerkezet perdületével van kapcsolatban, fontos szerepet játszik az yrast állapotok osztályozásában. [$I_{alap}(\omega)$ és $I_a(\omega)$ az alapállapot, illetve az első sávkeresztezésben részt vevő másik sáv elemeinek ω szögsebességhez tartozó teljes spinjét jelentik.] Az $i(\omega)$ értékeket az ^{158}Er -magra a 11. ábra alsó harmadában mutatjuk be.

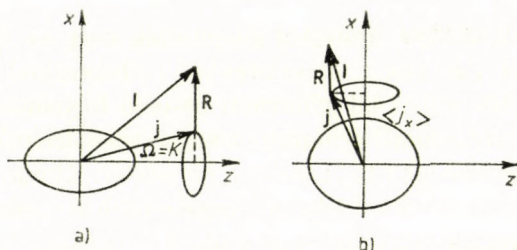
Az ^{158}Er -magnál látottakhoz hasonló, több mint egyszeri tehetetlenségi nyomaték megnövekedést, irregularitást mutató adatokat más magoknál is megfigyeltek (pl. ^{160}Yb [18], $^{157},^{159}\text{Er}$ [13] stb.). Kiderült az is, hogy a kritikus szögsebességek a deformált ritkaföldfémek tartományában közel esnek egymáshoz. Így az első kritikus frekvenciára $\hbar\omega_{C1} \sim 0,23 - 0,25$ MeV, a másodikra pe-

dig $\hbar\omega_{C2} \sim 0,42$ MeV értékeket állapítottak meg az egész mag-tartományra. Ezekben a vizsgálatokban nyilvánvalóvá vált, hogy forgó, $A \sim 160$ magoknál mindenütt hasonló folyamatok mennek végbe. E folyamatoknál nem maga a magas perdületérték, hanem a mag ω szögsebessége a legfontosabb paraméter. Kitűnt, hogy a kísérleti adatokat ω szerint lehet a legegyszerűbben rendezni. A kritikus frekvenciák megkeresése és értékük megmagyarázása jelenti a gyorsan forgó magok fizikájának első számú feladatát.

4.3. A tehetetlenségi nyomaték perdületfüggésének értelmezése

A deformált magok tartományában kis gerjesztéseknél minden esetben megfigyelték a tehetetlenségi momentumok növekedését növekvő perdülettel (lásd 10. a, b, c ábrák). E jelenség megértésére kézenfekvő gondolat, hogy azt a forgó mag centrifugális erők miatti alakváltozása okozza. A kísérleti megfigyelések azonban nem támasztják alá ezt a feltételezést. Néhány szerencsés esetben ugyanis közvetlenül meg lehet határozni a mag átlagos kiterjedését mind a deformált alapállapotban, mind pedig az arra ráépülő forgási sáv első nivója esetén. A főleg a műonatomok tanulmányozásának módszerével végrehajtott kísérletek olyan kis alakváltozásra utaltak, amely a tehetetlenségi nyomaték megfigyelt változásának csak mintegy tizedéért lehetett volna felelős. Ez az eredmény másrésről összhangban volt a magok rezgési állapotainak a tulajdonságaiból a magok deformálhatóságára levont következtetésekkel is.

A forgó magok sajátosságainak leírásánál az $I \sim 30\hbar$ perdületekig központi szerepet játszanak a Coriolis-erők. Ezek, teljesen hasonlóan a klasszikus mechanikában megismertekhez, a rendszer perdületével nem egy irányban álló spinekre olyan forgatónyomatékkal hatnak, amely igyekszik azokat a forgási impulzusmomentum irányába beállítani. Ennek az erőnek, mely a szögsebességgel nő,



12. ábra. A forgásból származó R perdület, a belső magszerkezet j és a mag teljes I spinjének kapcsolata: a) erős csatolás; b) rotációs beállítás esetén

a hatását az teszi a magszerkezetekre nézve fontossá, hogy a nukleonok közötti párkölcsonhatás ellen dolgozik, a nukleonpárok jelenlétével összefüggő tulajdonságokat változtatja meg. A jelenséget a Coriolis-erők miatti párgyengítő effektusnak, az angol nyelvű szakirodalomban Coriolis Antipairing-nek (CAP) nevezik.

A Coriolis-erők lényegében az egyes nukleonok sajátperdületének a mag teljes impulzusmomentumához való csatolódását okozzák. A csatolási tagot, I teljes perdület és j részecsquespin (lásd 12. ábra) esetén a forgási energiát megadó

$$H_{\text{rot}} = \frac{1}{2\Theta} (I - j)^2 \quad (21)$$

összefüggésből származó

$$H_c = -\frac{1}{\Theta} Ij \quad (22)$$

kereszttag jelenti. Ez ad számot mind a centrifugális, mind a Coriolis-erők hatásáról, és forgó mag esetén a nukleonok mozgásának kialakításában lényeges szerepet játszik.

A szakterület elméletét Faessler, Ploszajczak és Schmid összefoglaló tanulmányukban részletesen áttekintették [19]. Mi most részletek nélkül a fizikai háttér megvilágítására korlátozódunk.

A forgó mag gerjesztéseinek értelmezéséhez kézenfekvő magközelítés, hogy egy független nukleon mozgását vizsgáljuk meg

rotáló deformált magpotenciálban. Ilyenkor a részecske teljes Hamilton-operátora az $\omega = \frac{\hbar R_x}{\Theta}$ összefüggés figyelembevételével a következőképpen adható meg:

$$H_{\text{sp}}^{\omega} = H_{\text{sp}}^0 - \hbar \omega j_x, \quad (23)$$

ahol H_{sp}^0 az egyrészecske-operátor a nem forgó potenciálban, ω a forgás szögsebességét, j_x pedig nukleon a j perdületének az x forgástengelyre való vetületét jelenti (12. ábra). Az $\omega=0$ esetre a megfelelő állapotsorrendek megtalálása azonos a deformált potenciálgödörre végrehajtott Nilsson-féle számításokkal (pl. [20].).

Lényegyet felfedő eredményre vezet a válasz arra a kérdésre, hogy vajon hogyan változik meg az állapotsorrend, ha az előbbi potenciált ω szögsebességgel megforgatjuk. A 13. ábrán egy ilyen számítás eredményének egy részét mutatjuk be $A=165$ tömegszámú magra. Az ábrán, mely az ebben a magtartományban tipikus 0,25 körüli ellipticitásparaméterre*, tengelyszimmetrikus, szivar alakú magra vonatkozik, néhány neutronpálya viselkedése követhető a szögsebesség függvényében. A függőleges tengelyen az e^{ω} egyrészecske-energiát mértük fel

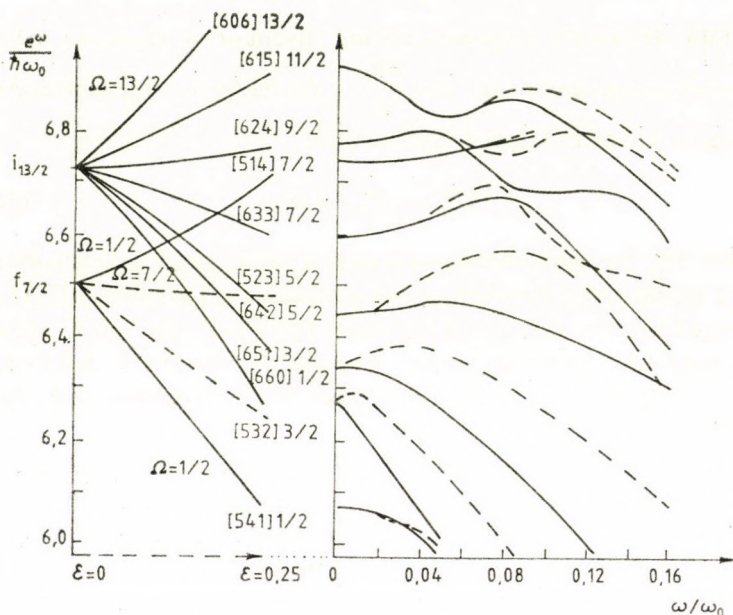
$$\hbar \omega_0 \simeq 41 \cdot A^{1/3} \quad (\text{MeV}) \quad (24)$$

egységekben, a vízszintes tengelyen az ω és az ω_0 frekvenciák aránya szerepel. A Nilsson-nívókat a szokásos módon az $[Nn_3A]$ aszimptotikus kvantumszámokkal és az Ω perdületvetülettel jelöltük (részletesebben lásd a kötet előző tanulmányát vagy [21]-et.)

* Az ε ellipticitás paraméter az a és b nagy- és kistengellyel definiálható:

$$\varepsilon = \frac{a-b}{R},$$

ahol R a mag közepes sugarát jelöli.

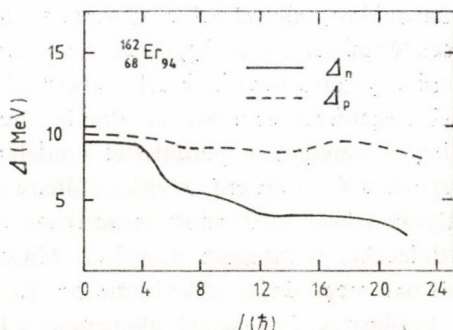


13. ábra Néhány neutronpálya energiájának változása forgó potenciálgödörben a szögsebesség függvényében az $A=165$ magra

A 13. ábrán látható eredmények az energiaszinteknek a szögsebesség függvényében való, sok esetben nagymértékű változását mutatják. Fontos rámutatni, hogy a nukleonok mozgásával kapcsolatos időtükrözési szimmetria megszűnik, azaz az energia függ Ω előjelétől is (Ω a nukleon perdületének a mag szimmetriatengelyére való vetületét jelenti): a statikus esetben meglévő degeneráció feloldódik. A forgás tengelye körüli 180° -os elforgatás $\exp(-i\pi j_x)$ operátora felcserélhető a Hamilton-operátorral, így annak ± 1 sajátértékei szerint a pályák oszthatók. Az ábrán folytonosan húzott görbék a sajátérték negatív, míg a szaggatott görbék annak pozitív előjeléhez tartoznak. A különböző meredekségű függvények közül különösen gyorsan csökkennek azok, melyeket nagy j és kis Ω értékek jellemeznek. A görbék $\partial e^\omega / \partial \omega$

meredeksége negatív, perdület jellegű mennyiség, és abszolút értékben az egyrészecske spin forgástengelyre vonatkoztatott $\langle j_x \rangle$ várhatóértékével egyenlő. A $\langle j_x \rangle$ perdületet a (20) összefüggés $i(\omega)$ mennyiségével azonosíthatjuk, hiszen az a mag belső szerkezetéből származó, a forgási irányba beállt impulzusmomentumnak felel meg. A 13. ábra egyrészecske-energiái a különböző $\langle j_x \rangle$ értékeknek megfelelően változnak a szögsebesség függvényében. A számítások mutatják azt a tendenciát, hogy nagyobb szögsebességeknél energetikailag előnyösebbek azok a pályák, melyeknél a potenciálgödör forgástengelyére való spinvetület nagyobb. Így a szögsebesség növelésével a nívók betöltési sorrendje megváltozik, a mag olyan átrendeződése várható, melynél az egyrészecske-perdület forgástengelyre való vetülete növekszik.

A párkölcsönhatásnak a forgó potenciálképben való figyelembevétele olyan Hamilton-operátorra vezet, mely az általánosított kvázirészecske-transzformáció segítségével diagonalizálható, és a párkölcsönhatás mértéke meghatározható a mag teljes perdületének függvényében. (Részleteket lásd [19] és hivatkozásai, [1] és [15].) A 14. ábrán egy ilyen, az ^{162}Er -magra vonatkozó számítás eredményét láthatjuk. A párenergia értéke növekvő perdületekre a protonpárok esetében kisebb mértékben, a neutronpárok eseté-



14. ábra. A protonok Δ_p és a neutronok Δ_n párenergiajának változása a teljes magperdület függvényében az ^{162}Er -magra [19]

ben nagyobb mértékben csökken. A mag tehetetlenségi nyomatéka viszont a kísérleti tapasztalattal egyezésben a perdülettel növekvőnek adódott. A számítások azt is kiadták, hogy a mag alakja a vizsgált spintartományban alig változott. Másrésről viszont olyan számításban, amikor a párenergiákat leíró paramétereket lerögzítették, a mag tehetetlenségi momentuma változatlan maradt a perdület függvényében [19].

A Coriolis-erők tehát gyengítik a nukleonpárok közötti kölcsönhatást, és igyekeznek az egyedi nukleonspíneket az egész mag perdületének irányába beállítani. Kis szögsebességekre a párok nem szakadnak fel, de a párenergiák csökkennek, és a bekövetkezett változások a mag tehetetlenségi nyomatékának csökkenését eredményezik.

Vajon mi történik a magban, ha a párok már tényleg felszakadnak? A kérdés lényege tulajdonképpen az, hogy a mag a szuperfolyékony állapotából mi módon közelít a normál állapotához. Az egyik lehetőség az, hogy a párok egy meghatározott szögsebességnél mind egyszerre szakadnának fel. Eszerint a magban egy olyan jellegű fázisátmenet következne be, melyet az I. típusú szupravezetők mutatnak a külső mágneses térnek kritikus értéken való áthaladásakor. Ezeknél a szupravezető fázis teljesen megszűnik. A másik elképzelés szerint a magok a II. típusú szupravezetők-höz lehetnek hasonlóak, melyeknél a Cooper-párok nem mind azonos mágneses térnél tűnnek el. Így lehetséges, hogy a nukleonpárok nem mind egyszerre hasadnak fel, hanem páronként más-más perdületnél. Legelőször az a pár tépődne fel, melyben a nukleonok egyedileg a legnagyobb perdülettel rendelkeznek, hiszen ezekre a legnagyobb a Coriolis-erő. A ritkaföldfémek tartományában az $i_{13/2}$ pályákon lévő nukleonok hasadnának fel először, és rendeznék perdületüket a magspin irányába. Magasabb szögsebességnél újabb pár megszűnése következne be. Ezt a mechanizmust rotációs beállásnak (rotational alignment=RAL) hívják.

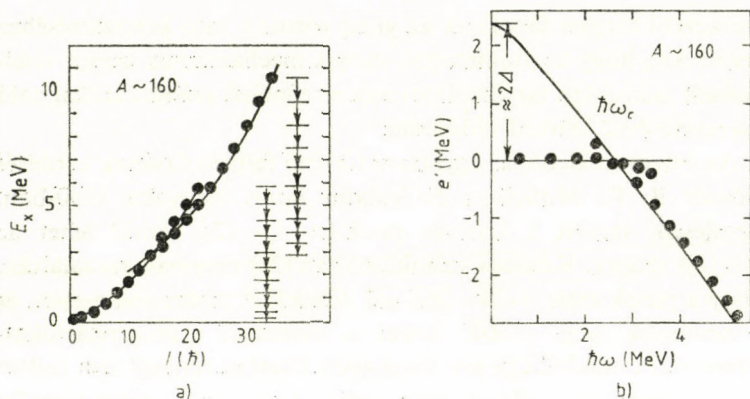
Az előbb vázolt két effektus mindegyike a tehetetlenségi nyomatéknak a perdülettel való megnövekedéséhez, a különböző belső

szerkezetű forgási sávoknak az yrast vonalon való keresztezéséhez vezet. Azt, hogy az atommagok melyik mechanizmus szerint viselkednek, a kísérleti tapasztalatoknak az elméleti számításokkal való összevetésével lehetett eldönteni.

Az összes nukleonpár egyszerre történő felhasadásának kérdését először B. R. Mottelson és Valatin János tárgyalta 1960-ban. Becsléseik szerint a kritikus perdület $I_c \sim 12\hbar$ körül lehet az $A \sim 180$ magra. Későbbi számításokban [21] azonban azt találták, hogy a párok csak $\sim 24\text{--}26\hbar$ -nál tűnnek el neutronok esetén, és a protonok még $\sim 40\hbar$ körül is mutatnak párkorrelációkat. Ezenkívül a modell egy sor megfigyelt kísérleti tényről sem tudott számot adni. Így például nem tudta értelmezni a tehetetlenségi nyomaték néhány magnál megfigyelt több, mint egyszeri meredek megnövekedését sem (lásd 11. ábra). Összefoglalva, jelenlegi ismereteink kizárják, hogy a backbending-jelenséget a szuperfolyékony fázisnak a magban való teljes összeomlása okozza.

Lényegesnek bizonyult viszont a backbending magyarázatánál a magas j -jú párok felhasadásának jelensége. A ritkaföldfémek tartományába tartozó mag egy $i_{13/2}$ neutronpárjának felszakadása és a forgási perdület irányába való beállása a kollektív perdület jelentős csökkenéséhez és a tehetetlenségi nyomaték megnövekedéséhez vezet. Az alapállapot szerkezetre felépülő forgási állapotok energiájánál kisebb energiájú lesz a két kvázirészecskes szerkezetre felépülő sáv. A pár felszakadásához szükséges energiát pedig az fedezi, hogy a beállt perdületű neutronok a forgó potenciálgödörben a szögsebességtől függően alacsonyabb energiájú egyrészecskepályákra kerülnek (13. ábra). Így az atommag a backbending-tartomány közelében egy II. típusú szupravezetőhöz hasonlóan viselkedik.

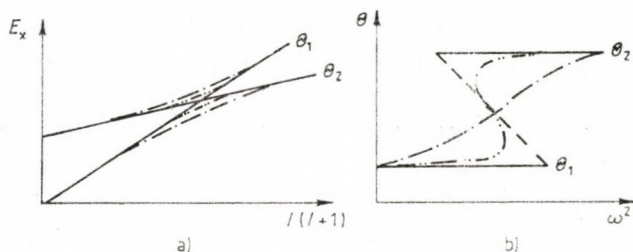
A lényegében helyesnek bizonyult rotációs beállási modell szerint a backbending jelenséget az okozza, hogy az yrast vonalon különböző számú beállított perdületű nukleont tartalmazó belső szerkezetre felépülő forgási sávok keresztezik egymást. A legalacsonyabb szögsebességhez tartozó hirtelen tehetetlenségi nyomaték



15. ábra. Sávkeresztelés egy $A \sim 160$ deformált páros-páros magnál: a) alapállapotra és a két rotációsán beállt kvázineutronos belső szerkezetre felépülő forgási sávok nívóenergia—perdület diagramja; b) a mag belső energiája a szögsebesség függvényében

növekedésnél az $50 \leq N \leq 82$ magokra a $h_{11/2}$ neutronpálya, a ritkaföldfémeknél (mint láttuk) az $i_{13/2}$ pálya nukleonpárjai hasadnak fel. Az előbbi esetben $i(\omega) = [11/2 + (11/2 - 1)]\hbar = 10\hbar$, a második esetben $12\hbar$ impulzusmomentumot a mag belső szerkezete, nevezetesen a két beállt részecske hordozna egy ilyen elméletileg tiszta esetben.

A sávkeresztelést a 15. ábrán szemléltetjük vázlatosan. A 15.a ábrán egy tipikus $A \sim 160$ páros-páros magra mutatjuk be a sávkeresztelésben részt vevő, az alapállapotra, illetve az $i_{13/2}$ neutronpár rotációs beállásával kialakuló szerkezetekre felépülő forgási sávok gerjesztési energia—magperdület diagramját. A két sáv $I \sim 14\hbar$ perdület körül metszi egymást. A jelenség okára utal a 15. b ábra, ahol az e' gerjesztési energia látható a szögsebesség függvényében. Álló rendszerben a párhuzamos spinű két kvázineutron konfigurációnak az energiája magasabb, mint a párba állt neutronhoz tartozó belső szerkezeté. Növelve a szögsebességet, a beállt konfiguráció egyre kisebb energiájú lesz, és $\hbar\omega_c$ szögsebes-



16. ábra. Különböző tehetetlenségi nyomatékokhoz tartozó forgási sávok keresztezése; a) energiaviszonyok; b) tehetetlenségi nyomatékok viszonya. A szaggatott vonalak a sávok közötti kölcsönhatás eltérő mértékénél előálló viszonyokat szemléltetik

ségnél nagyobb értékekre energetikailag kedvezőbbé válik. E szögsebességnél kereszteződnek a sávok, és a tehetetlenségi nyomaték jelentős megváltozását lehet megfigyelni.

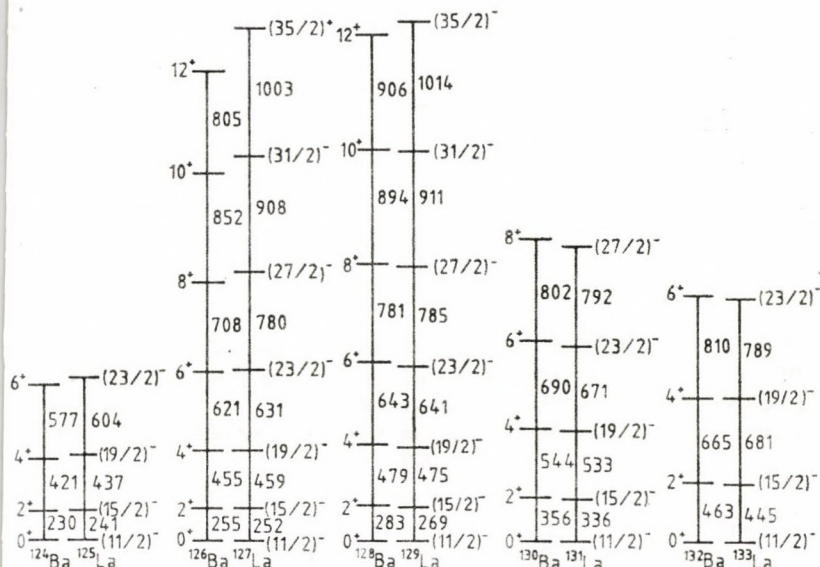
A sávkeresztesés jelenségének más vonatkozásaira hívja fel a figyelmet a 16. ábra. A sávok közötti kölcsönhatás miatt a ténylegesen kialakuló helyzet nem a kihúzott görbék közötti törésszerű váltásnak felel meg, hanem az ábrán szaggatott vonalakkal jelzett, többé-kevésbé folytonos átmenetnek. Az, hogy az egyes magokban az alapállapotú és két beállt kvázirészecske sáv között mekkora a kölcsönhatás, a mag tényleges belső szerkezetétől függ. Ez szolgál magyarázatul arra is, hogy bizonyos magoknál határozottan jelentkezik a tehetetlenségi nyomaték ugrása, másoknál pedig Θ folytonos változását lehetett megfigyelni (10. a, b, c ábrák). Érdeemes megjegyezni, hogy magas j spinhez tartozó nukleonpályák általában kevésbé keverednek, mert (a 13. ábrával kapcsolatban megbeszéltek miatt) az esetek többségében magasabb szögsebességeknél nincsenek közelben olyan állapotok, melyekkel keveredhetnének. Így a sávok elemei azonosíthatók maradnak magas perdületekig.

Az előzőeket szépen illusztrálja a már korábban is tárgyalt 11. ábra. Láttuk, hogy a $38\hbar$ -ig követett yrast állapotok tulajdonságai két különböző szögsebességnél is a tehetetlenségi nyomaték jelen-

tős növekedésére utaltak az ^{158}Er -magban. Ezt akkor fenomenologikusan a belső magszerkezet megváltozására utaló jelenségekként értékeltük. Most a struktúraváltozás jellegét is azonosíthatjuk: a 0,25 MeV körüli irregularitás két $i_{13/2}$ neutron Coriolis-erők miatti beállásának felel meg, míg $\sim 0,42$ MeV-nél két $h_{11/2}$ protonpár szakad fel [13]. A 11. ábra alsó részéből kitűnik, hogy a nukleonok rotációs beállítására jutó perdület rész kísérletileg becsült értéke $\sim 10\hbar$ az $i_{13/2}$ pár, és $\sim 5\text{--}6\hbar$ a $h_{11/2}$ pár esetén. Mindkét érték valamivel alacsonyabb, mint az egyszerű héjmodellből kapható perdület ($12\hbar$, illetve $10\hbar$), de ugyanakkor látszik, hogy a rotációs beállási modell a legfontosabb mozzanatokot helyesen veszi számításba.

4.4. Sávkeresztelés páratlan magoknál

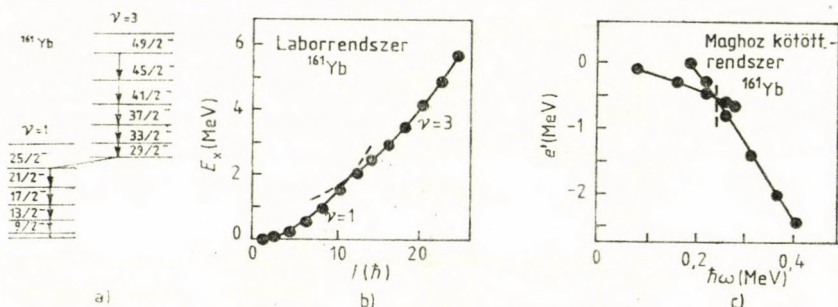
A forgó páratlan magokban nyilván ugyanazok a hatások lépnek fel, mint a páros-páros magokban. Így a tehetetlenségi (első-sorban Coriolis-) erők hatása ezeknél a magoknál is döntő fontosságú. Tekintettel arra, hogy az utolsó nukleon esetében nincsen párkölcsönhatás, mely evvel ellentétesen hatna, várhatjuk, hogy az alapállapot közelében a deformált magoknál a magalakhoz erősen csatolt nukleonspin nem túl nagy szögsebességeknél már beáll a forgási perdület irányába (12. ábra). Ez a jelenség az utolsó nukleon perdületbeállításával kialakult magszerkezetre épülő forgási sáv felléptével járhat együtt. Így például meggyőző hasonlóságot lehetett felfedezni Ba és La izotóppárok (124—125, 126—127, 128—129, 130—131, 132—133) alapállapotra, illetve a $(11/2)^-$ rotációsán beállt protonállapotra felépülő forgási sávok elemeinek energia- és spinkülönbségeire vonatkozólag egészen $\sim (27/2)\hbar$ perdületig (17. ábra). Hasonló jellegű eredmények, első sorban a deformált páratlan magokra vonatkozó gerjesztési nívórend, perdület- és paritásértékek, átmeneti valószínűségek kísérleti tanulmányozása és ezek elméleti analízise megerősítette azt az elképzelést, hogy az erős Coriolis-erők hatására a páratlan nukleon



17. ábra. A páratlan lantanizotópok $h_{11/2}$ rotációs beállt protonpályáira felépülő forgási sávjaiknak összehasonlítása a szomszédos báriumizotópok alapállapotú sávjaival. [15]. A lantanizotópok esetében az energiaeitolás olyan, hogy a $(11/2)^-$ nívó éppen egybeesik a báriumizotópok alapállapotaival

perdületének rotációs beállása általában már olyan perdületeknél bekövetkezik, ahol a mag többi részének szerkezete még nem változik lényegesen.

Növekvő forgási frekvenciával a párkorrelációk gyengülését várhatjuk. Eszerint a nukleonpárok felszakítására törekvő tehetetlenségi erőknél először a tehetetlenségi nyomaték növekedését, majd pedig annak ugrásszerű változását kellene létrehozniuk. A kísérleti eredmények kiértékelésekor most csupán azt kell járulékosan figyelembe vennünk, hogy ebben a szögsebesség-tartományban a páratlan nukleon spinje már a mag forgási perdületének irányában áll. Így (16) és (18) helyett a (12. b ábra jelölését



18. ábra. Példa páratlan deformált mag magas perdületű viselkedésére; az ^{161}Yb esete: a) az yrast nívók bomlási sémája; b) a gerjesztési energiák és a forgásból származó perdület kapcsolata; c) a forgó rendszerre áttanszformált gerjesztési energiák szögsebességfüggése. ν a kvázirészecskék számát jelenti [22]

használva) a

$$\frac{2\Theta}{\hbar^2} = \left[\frac{E_I - E_{I-2}}{4(I-j) - 2} \right]^{-1}, \quad (25)$$

illetve a

$$\hbar^2 \omega_{\text{rot}}^2 = [(I-j)^2 - (I-j) + 1] \left[\frac{E_I - E_{I-2}}{2(I-j) - 1} \right] \quad (26)$$

összefüggéseket kell kiértékelni.

A 18. ábrán a deformált tartományba eső páros-páratlan ^{161}Yb -re vonatkozó kísérleti eredményeket mutatjuk be. Az adatokból a szögsebességet (26) szerint határozták meg. Látszik, hogy a páros-páros magoknál megfigyelt irregularitás $\hbar\omega_{\text{c1}} \sim \sim 0,23$ MeV-nál a páratlan izotópnál is fellép.

Hasonló viselkedést figyeltek meg egy sor más páratlan deformált magnál is. A (25) és (26) szerint transzformált kísérleti eredmények arra utalnak, hogy a backbending vagy a tehetetlenségi nyomaték erős emelkedésének jelensége jellegzetes szögsebességeknél fellép. A magok egy részénél, így például az ^{159}Er -nél [13] két frekvenciánál is találtak irregularitást.

A páros-páros és páratlan magokra vonatkozó eredmények

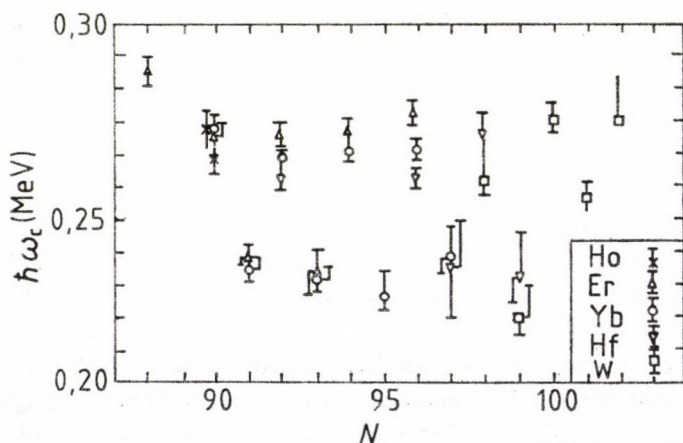
között a hasonlóságok ellenére is lényeges különbségek vannak. Az utolsó nukleon jelenléte ugyanis az esetek egy részénél érdemben megváltoztatja a lejátszódó folyamatokat. Számít az, hogy a páratlan nukleon, melynek perdülete már alacsony szögsebességeknél a forgási perdület irányába beáll, fajta szerint azonos-e a legelőször felszakadó és rotációsan beálló nukleonpár fajtájával. Amennyiben a három nukleon mindegyike egyaránt proton vagy neutron, akkor a párfelszakadás után az elfoglalandó egyrészecskepályák betöltésénél mindhárom nukleont figyelembe kell venni. Ebből az következne, hogy a páratlan proton vagy neutron blokkolhatja az energetikailag legkedvezőbb állapotoknak a felhasadó pár nukleonjaival való betöltését, ami így kisebb energianyereséggel járna. Tehát a blokkolási jelenség miatt a sávkeresztezést az ilyen páratlan magokra nagyobb frekvenciáknál várnánk, mint ahogy az a szomszédos páros-páros magoknál bekövetkezik. Másrészről, amennyiben a páratlan nukleon és a felhasadó pár fajtája különbözik, akkor elképzeléseink szerint a blokkolási effektus nem lép fel, és azt várjuk, hogy a páratlan mag forgási tulajdonságai hasonlóak lesznek megfelelő páros-páros szomszédjához.

A valóság azonban sokkal gazdagabb annál, minthogy az előbbi egyszerű elképzelések a jelenségek széles köréről számot adhatnának. A pályablokkolásra utaló tényeket ugyan több magnál megfigyeltek. Így például a 11. ábra kapcsán tárgyalt ^{158}Er -mag $\hbar\omega_{c2} \sim 0,42$ MeV második sávkeresztezéséhez hasonló viselkedést nem találtak a szomszédos ^{159}Tm -magnál, de megfigyelték azt a két másik erbiumizotópnál, az ^{157}Er - és ^{159}Er -nél. Ez a tapasztalat erős támasza annak a már említett feltételezésnek, hogy a szóban forgó sávkeresztezésnél a $h_{11/2}$ protonpár szakad fel. Azonban nem bizonyult helyesnek az a következtetés, hogy az $A \sim 160$ deformált magoknál a páratlan neutronszerű izotópokban az $i_{13/2}$ neutronpár felszakadása a páros-páros esetekben megfigyelténél nagyobb szögsebességnél következik be. Így például a 18. ábrán bemutatott ^{161}Yb esetében a kritikus szögsebesség alacsonyabb, mint a szomszédos ^{160}Yb - és ^{162}Yb -izotópoknál [22]. Hasonlóan

nem állja ki a tapasztalat próbáját az sem, hogy a másfajtajú páratlan nukleon nem befolyásolja a párok felhasadását [19].

A páratlan magok forgáskor való viselkedésének magyarázatát a maradék-kölcsönhatás páratlan nukleon jelenléte esetén fellépő összetevőinek vizsgálata adhatja meg. Ezek közül a legfontosabbak az utolsó nukleonnak a párkorrelációkra, a magalakokra és az egyrészecske-nívók betöltöttségére való hatása. Mivel a párkorreláció kollektív jelenség, egy pályának a blokkolása befolyással van a párenergiára, ami más pályák energiáira visszahat. Az utolsó nukleon megváltoztathatja a magalakot is, ami a potenciálvölgy módosulásán keresztül eltolja a nukleonpályákat. Végeredményben ez azt jelenti, hogy a kölcsönös függések miatt mindezeket a jelenségeket egyszerre kell vizsgálnunk. Nehéz előre látni, hogy melyik mozzanat fogja elsősorban meghatározni a különböző magok viselkedését.

A 19. ábra néhány, páros-páros és páratlan deformált magra megállapított, az első sávkereszteléshez tartozó kritikus szögsebességet hasonlítja össze [22]. A közeli értékek ismét arra utalnak,



19. ábra. Páros-páros és páratlan Ho-, Er-, Yb-, Hf- és W-izotópok első sávkeresztelésének kritikus frekvenciái [23]

hogy ezeknél a magoknál minden esetben ugyanannak a nukleon-párnak a felhasadásáról van szó. A páratlan neutronszámú izotópoknál a kritikus szögsebességek szisztematikusan kisebbnek adódtak, mint páros szomszédjaiknál. A páros, illetve páratlan magok viszont egymás között megegyező ω_{c1} -gyel rendelkeznek. Az eredmények lehetséges értelmezése az, hogy a páratlan neutron a párkölcsönhatást kismértékben csökkentette.

A magas perdületű páratlan magok problémaköre nagyon sokrétű. Az utolsó nukleon jelenléte, a lehetséges állapotkeveredések, a különböző, egymástól nehezen elválasztható és egymással kölcsönható forgási sávok kialakulása szinte minden magot a részletek értelmezése szempontjából egyedivé tesznek.

Összefoglalva mindazt, amit a páros-páros és páratlan magokról az előzőekben elmondtunk, megállapíthatjuk, hogy a forgó atommagok alacsony energiájú állapotairól számot adó jelenségek fizikai hátterét alapjaiban megértettük: a forgó nukleonrendszerben fellépő tehetetlenségi, elsősorban Coriolis-erők a magok belső szerkezetét az esetleg páratlanul lévő nukleon perdületének rendezése és főleg a párkölcsönhatással egymáshoz kötött nukleonok kapcsolódásának gyengítésével, majd magasabb szögsebességeknél egyenként való felhasításával és rotációs beállításával változtatják meg. A szuperfolyékony fázis ily módon való megváltozása ad elsősorban számot az yrast vonal mentén a tehetetlenségi nyomtaték megfigyelt növekedéséről.

5. Az atommagok alakjának függése a perdülettől

A backbending jelenséget olyan perdülettartományban figyeltek meg, ahol a mag legfontosabb tulajdonságait a párkorrelációk és az ezzel kapcsolatos szuperfolyékony viselkedés alakították. Magasabb szögsebességeknél a párkölcsönhatások jelentősége csökken és a magalakban beálló drámai változások kerülnek előtérbe.

5.1. A mag alakjának meghatározása az yrast vonal mentén

Az atommagokról általában feltételezzük, hogy alakjuk közelíthető egy ellipszoiddal. Ezt legegyszerűbben tengelyeinek megadásával lehet meghatározni (lásd a kötet előző tanulmányát):

$$\begin{aligned}R_1 &= R \left[1 + \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \beta \cos \left(\gamma + \frac{2\pi}{3} \right) \right], \\R_2 &= R \left[1 + \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \beta \cos \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) \right], \\R_3 &= R \left[1 + \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \beta \cos \gamma \right],\end{aligned}\tag{27}$$

ahol γ és β a deformációt leíró paraméterek. Válasszuk a mag forgó mozgásának tengelyét (a korábbiakban ezt x -szel jelöltük) az 1. tengellyel azonosnak! Ekkor γ értéke amellett, hogy (β -val együtt) a magalakot megadja, még annak a rotáció tengelyéhez való helyzetét is meghatározza. Így $\gamma=0$ és $\gamma=\pi (=180^\circ)$ szivar alakú (prolate), illetve zsemlye alakú (oblate), szimmetria-tengelyére merőleges tengely körül pörgő magot jelent. Ha $\gamma = -2\pi/3 (= -120^\circ)$, vagy $\gamma = \pi/3 (= 60^\circ)$, akkor a prolate, illetve oblate mag a szimmetriatengelye körül forog. Ha $\gamma \neq n\pi/3$, forgástengely nélküli, aszimmetrikus magalakhoz jutunk.

Az egyensúlyi, tehát legkisebb energiájú (yrast) állapot alakjának meghatározása különböző magperdületek esetén a mag kollektív- és héjefektusainak egyidejű figyelembevételét igényli. Ez nyújt lehetőséget azokhoz a vizsgálatokhoz, melyek a magon belüli csatolási sémákra felvilágosítást adhatnak olyankor, amikor növekvő szögsebesség mellett sok nukleon perdülete áll be fokozatosan a forgás irányába.

A magas spinű magok alakjának meghatározására egyik lehetséges, a tényleges kutatások többségében alkalmazott módszer a Strutinsky-féle eljárás [19]. Érdemes megjegyezni, hogy az ettől eltérő kiindulású, de céljukban hasonló számítások a különbségek ellenére is gyakorlatilag azonos eredményekre vezettek. A következőkben fő vonásaiban ismertetjük a Strutinsky-módszer magas perdületű magállapotok alakjának tanulmányozására való alkalmazását, majd az eredményeket és azok következményeit tekintjük át.

A modell, amely a makroszkopikus és mikroszkopikus vonatkozások egyesítésére törekszik, először a β , γ paraméterekkel megadott, ω szögsebességgel forgó potenciálgödörben megkeresi az egyrézszecke-állapotokat. A H_{sp}^ω Hamilton-operátor (23) kifejezésében H_{sp}^0 legcélszerűbb megadása vitatható. Általában a Nilsson-féle, ritkábban a Woods—Saxon-alakot szokták választani. H_{sp}^ω diagonalizálásával χ_i^ω hullámfüggvények és az e_i^ω egyrézszecke-energiák a forgó potenciálban kiszámíthatók.

Ezekkel a teljes egyrészecske-energia:

$$E_{sp}(\beta, \gamma; \omega) = \sum_i e_i^\omega + \hbar\omega \sum_i \langle \chi_i^\omega | j_x | \chi_i^\omega \rangle, \quad (28)$$

ahol az összegzés a betöltött állapotokra vonatkozik. A mag I perdületének az x forgástengelyre való vetülete az egyes nukleonok spinvetületének összegeként értelmezhető, ami (28) felhasználásával a (13)-mal analóg összefüggésre vezet:

$$\omega = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_{sp}}{\partial I}. \quad (29)$$

A tapasztalat szerint az így végrehajtott számítások azonban nem adnak helyes eredményt a magenergiák, a magalakok és a perdületek meghatározásakor.

Strutinsky 1967-ben eredetileg hasadó magok tanulmányozására olyan módszert javasolt, mely a héjeffektusok hatását az alapvetően helyes töltött cseppmodell eredményeinek korrekciójával veszi figyelembe. Az eljárás lényege az, hogy az egyrészecske-modellből adódó energiaeloszlásokat nagyobb tartományban (pl. egy héjban) kisimítják, és a simítatlan, illetve a simított esetben kapott magenergiák (E_{sp} és \tilde{E}_{sp}) különbségét adják hozzá a folyadékcsepp-számításokból kapott energiaértékhez (E_{LD}). A módszer sikeresnek bizonyult a hasadási folyamatok leírására, és egyszerűen általánosítható a forgó magok esetére is.

A héjmodell-számításokból eredményként adódó

$$g_1(e^\omega) = \sum_i \delta(e^\omega - e_i^\omega) \quad (30)$$

nívósűrűség-függvény mellett célszerű bevezetni a

$$g_2(e^\omega) = \sum_i \langle \chi_i^\omega | j_x | \chi_i^\omega \rangle \delta(e^\omega - e_i^\omega) \quad (31)$$

perdülettel súlyozott sűrűségfüggvényt is. Az átlagolást g_1 és g_2

simításával végezhetjük el:

$$\begin{aligned}\tilde{g}_1(e^\omega) &= \sum_i S(e^\omega - e_i^\omega), \\ \tilde{g}_2(e^\omega) &= \sum_i \langle \chi_i^\omega | j_x | \chi_i^\omega \rangle S(e^\omega - e_i^\omega),\end{aligned}\quad (32)$$

ahol S a simítási eljárást jelzi. Példaképpen idézünk egy gyakran használt simítófüggvényt:

$$\tilde{g}(e^\omega) = \frac{1}{\xi \sqrt{\pi}} \sum_i F_{\text{corr}} \left(\frac{e^\omega - e_i^\omega}{\xi} \right) \exp \left[- \left(\frac{e^\omega - e_i^\omega}{\xi} \right)^2 \right], \quad (33)$$

ahol a ξ simítóparaméter az átlagolási tartomány szélességét adja meg, míg F_{corr} egy célszerűen kiválasztott, általában alacsony fokszámú polinom.

Az A részecskeszám és az I magperdület között fennálló

$$A = \int_{-\infty}^{E_F} \tilde{g}_1 de^\omega \quad (34)$$

és

$$I = \int_{-\infty}^{E_F} \tilde{g}_2 de^\omega \quad (35)$$

összefüggésekből az E_F Fermi-energia értékét és az átlagolt rendszer $\tilde{\omega}$ szögsebességét meg lehet határozni. Ezekkel az \tilde{E}_{sp} átlagos energia

$$\tilde{E}_{\text{sp}} = \int_{-\infty}^{E_F} \tilde{g}_1 e^\omega de^\omega + \hbar \tilde{\omega} I. \quad (36)$$

A mag energiájának β és γ deformációs paraméterektől és az I perdülettől függő része:

$$E(\beta, \gamma, I) = E_{\text{sp}}(\beta, \gamma; \omega) - \tilde{E}_{\text{sp}}(\beta, \gamma; \tilde{\omega}) + E_{\text{LD}}(\beta, \gamma; \omega), \quad (37)$$

ahol E_{LD} a töltött folyadékcsepp Coulomb- és felületi energiájának, valamint a forgási energiának az összege:

$$E_{\text{LD}}(\beta, \gamma; \omega) = E_{\text{LD}}(\beta, \gamma; \omega = 0) + \frac{\hbar^2}{2\Theta_m} I^2. \quad (38)$$

Az eljárás akkor konzisztens, ha (37)-ben ω és $\tilde{\omega}$ értéke nem tér el lényegesen. Megmutatható, hogy ω és $\tilde{\omega}$ egyenlő, ha a mag tehetetlenségi nyomatéka a merev test Θ_m nyomatékával megegyezik. Ez utóbbi viszont akkor igaz, ha az átlagos potenciálok nem tartalmaznak sebességfüggő tagot. A számítások végrehajthatók a párkorrelációk figyelembevételével is, azonban ezek hatása 30–40 \hbar perdületeknél már elhanyagolható.

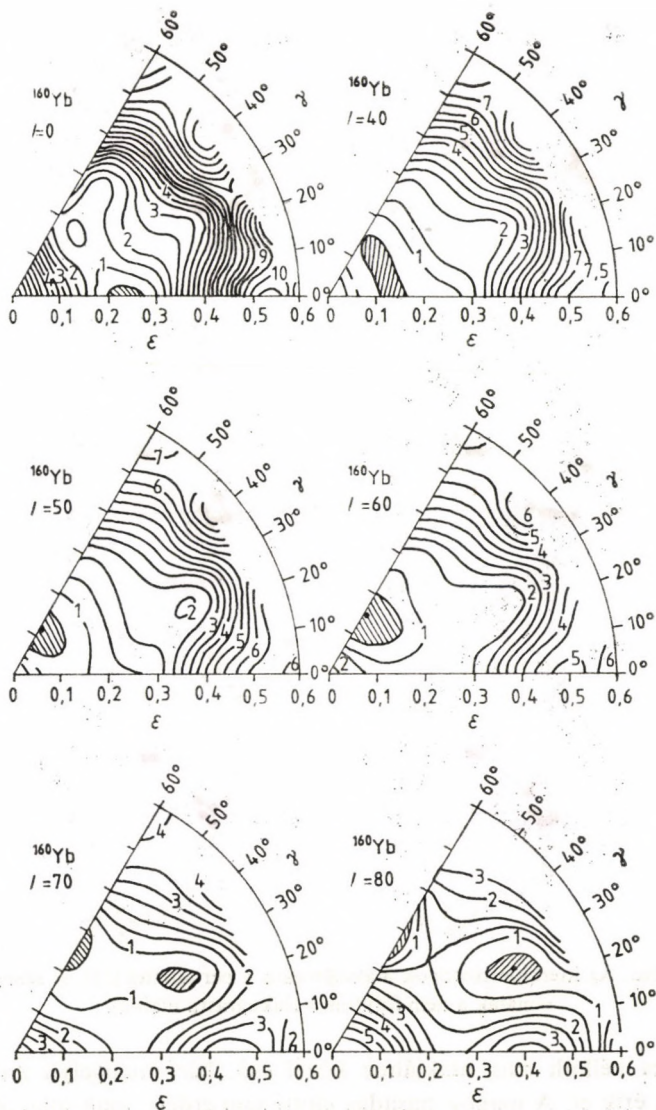
5.2. A mag alakja magas perdületű yrast állapotokban

Tipikus számítási eredményeket mutatunk be a 20. ábrán az ^{160}Yb -magra vonatkozólag.* Az alapállapotban a mag a héjszerkezet miatt szivar alakú (prolate). A szögsebességet növelve a deformáció háromtengelyűvé válik, a minimális energiájú magalak elválnak a $\gamma=0$ vonaltól. Még nagyobb perdületeknél a magalak zsemlye alakú (oblate) lesz a most már meghatározóan nagy centrifugális hatások miatt. Az ^{160}Yb -mag egyensúlyi alakja ebből kis perdületnövekedés hatására hirtelen háromtengelyűvé válik (ún. szuperdeformált állapot), majd $I \sim 80\hbar$ körül elhasad.

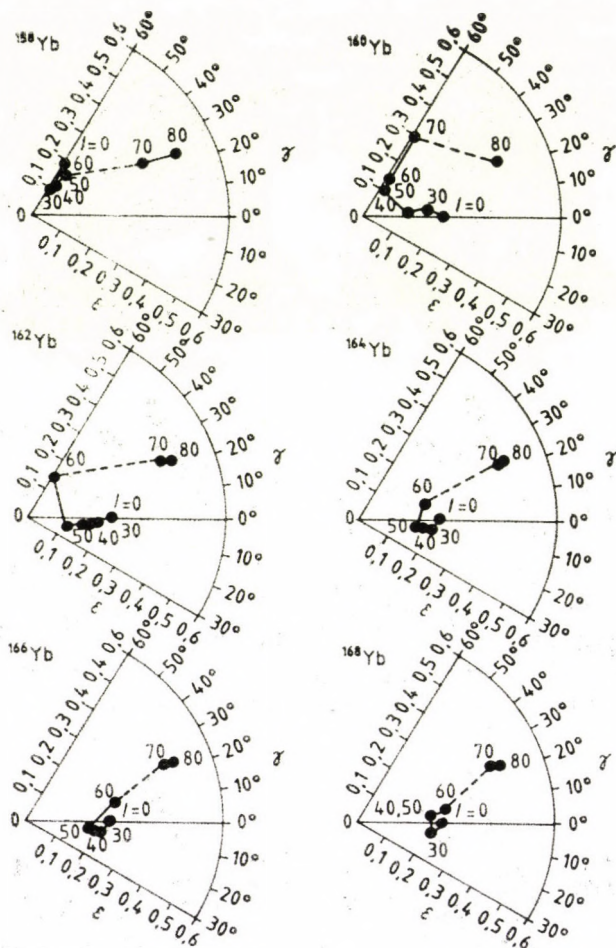
A 21. ábra az itterbiumizotópokra a legkisebb energiákhoz tartozó magalakokat mutatja a perdület függvényében. Érdekes, hogy kis perdületeknél a deformáció minden izotóp esetén (kismértékben) csökken. (Ennek az az oka, hogy a forgási perdület-beállítás korlátozást jelent az érintett nukleonok mozgására.) A könnyebb izotópok zsemlye alakúak ($\gamma=60^\circ$) lesznek, mielőtt a nagy perdületeknél, az ábrán szaggatott vonallal jelzett alakugrás bekövetkezne. Nehezebb izotópok egyetlen perdületnél sem válnak diszkosz alakúvá, a szuperdeformált állapot elérése előtt a ger-

* A 20. és a 21. ábrákon β helyett az ε ellipticitásparaméter szerepel, melynek értéke β szerinti első közelítésben [20]:

$$\varepsilon = \frac{\Delta R}{R} \simeq 0,95\beta.$$



20. ábra. Az ^{160}Yb -mag potenciális energiájának 0,5 MeV különbségű szintvonalai különböző perdületeknél [28]. A besötétített tartomány felel meg a legkisebb energiának



21. ábra. Az itterbiumizotópok alakváltozása a perdistülettel [28]. A szaggatott vonalak a nem folytonos alakugráásra utalnak

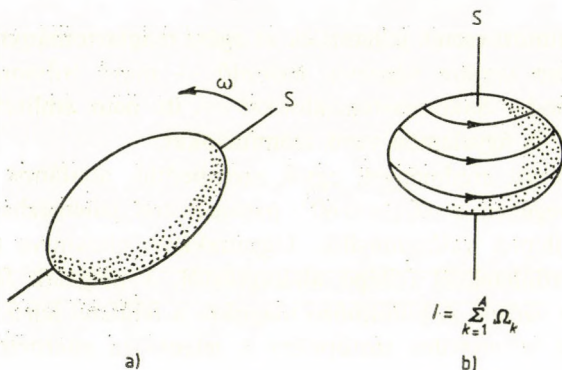
jesztés nélküli mag alakjához közel eső, háromtengelyű formák sorát érik el. A magok hasadás előtti superdeformált állapotát a tengelyek arányának nagy értéke jellemzi; a legnagyobb tengely akár kétszerese is lehet a legkisebbnek.

A bemutatott esetek jellemzőek az egész magtartományra, melynek minden tagjára végeztek hasonló — mind Nilsson-, mind pedig Woods—Saxon-potenciálokkal —, itt nem említett egyéb részleteket is figyelembe vevő számításokat.

A számítási eredmények egyik szembeötlő, általános vonása, hogy lényegében a $0^\circ \cong \gamma \cong 60^\circ$ paraméterrel jellemezhető magalakok felléptét valószínűsítik. Ugyanakkor, eltekintve a legnagyobb perdületeknél fellépő alakugrástól, a magalak folytonos változását várjuk. A különböző magokra a felületet leíró paraméterek még szomszédos izotópokra is jelentősen eltérhetnek egymástól (21. ábra).

Felmerül a kérdés, hogy vajon hogyan tudhatjuk meg kísérletileg, hogy az atommagnak egy-egy állapotában ténylegesen milyen alakja van. Ez egyenértékű annak a megkérdezésével, hogy a mag tulajdonságairól hírt hozó gamma-sugárzásból következtethetünk-e az alakra.

Tudjuk, hogy egy deformált mag csak a szimmetriatengelyére merőleges tengely körül végezhet kollektív forgást (lásd a kötet előző tanulmányát). Láttuk, hogy a $\gamma=0$ értékhez tartozó magalakok ilyenek. Gyakorlatilag az összes deformált, az alacsony gerjesztések tartományában rotációs sávokkal bíró mag alakját jellemző γ zérus körülinek adódott. Másrésztől a $\gamma=\pi/3(=60^\circ)$ tengelyszimmetrikus mag nem végezhet kollektív forgást a szimmetriatengelye körül. Mégis sok mag magas perdületű állapotában, az elméleti becslések szerint, $\gamma=60^\circ$ -kal jellemzett zsemlye alakot vesz fel (lásd pl. a 21. ábrán bemutatott három könnyebb itterbiumizotópot). Ez úgy lehetséges, hogy ezekben az állapotokban a teljes magspin az egyes nukleonok perdületének közös tengely menti beállásából adódik össze (22. ábra). A magszerkezet minőségileg különbözik az alacsonyabb perdületekhez tartozó, erősen kollektív felépítéstől. Egy ilyen nemkollektív magállapot perdületét csak a nukleonrendszer belső átalakításával adhatja fel. Így az yrast vonal menti nívóenergiák jelentős fluktuációkat mutathatnak, az elektromágneses átmeneti valószínűségek pedig az egyré-



22. ábra. Forgó deformált mag (a) és nagy, beállt nukleonperdületet hordozó mag (b). S a szimmetriatengelyt jelöli

szecske-átmenetekre jellemző kis értékeket vehetik fel. A kollektív állapotok élettartamához képest hosszú felezési idejű állapotok, nagy perdületű yrast izomerek alakulhatnak ki.

A $\gamma=0$ és a $\gamma=60^\circ$ közé eső paraméterrel jellemzett magállapotok hordozzák mind az egyrészecske-, mind pedig a kollektív mozgások jellemvonásait. A különböző esetek a beállt nukleonperdületek és a kollektív forgás más-más arányú részvételét jelentik a teljes perdület kialakításában. $\gamma=0^\circ$ közelében a forgási sávok, $\gamma=60^\circ$ közelében kis tehetetlenségi nyomaték és kevésbé kollektív átmenetek jellemzik a magot.

Az előző elméleti megfontolások értelmét az adja meg, hogy a tapasztalattal közvetlenül összehasonlítható eredményekre vezetnek. Ugyanis kísérletileg az egyes magalakokhoz megkülönböztethető gamma-spektrumok tartoznak. Az átmenet az egyes spektrumtípusok között a perdület növekedésével olyan mértékben folytonos, amennyire a γ paraméter változása is az. Az eredményekből a magalakokra levont következtetések meggyőzőek lehetnek.

6. Az igen nagy perdületű állapotok vizsgálata

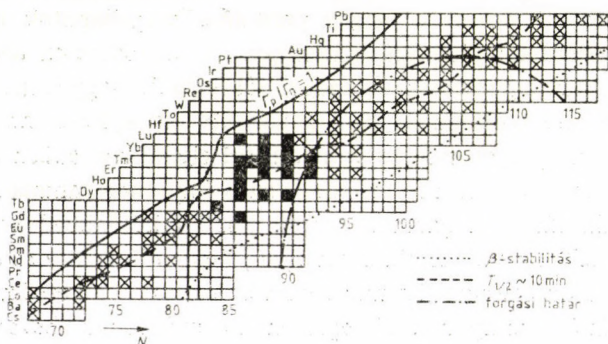
Az előzőek szerint a magas perdületű magállapotok között nagyon eltérő tulajdonságúak lehetnek. A szélsőségesen nemkollektív, tisztán egyrézszecke-állapotokból felépülő nagy spinű mag-szerkezet kialakulásának legmeggyőzőbb bizonyítéka az yrast izomerek megfigyelhetősége volna. Ettől eltekintve, ebben a tartományban a mérési információt jelentő folytonos gamma-spektrumokból, illetve a gamma-sugarak közötti különböző korrelációkból kell következtetnünk a magot jellemző kollektív és egyrézszecke-paraméterekre. Ez mind kísérletileg, mind az eredmények elemzésének szempontjából egészen új módszerek bevezetését tette szükségessé. A témakör az yrast spektroszkópiának az egyedileg felbontott nivók eseténél lényegesen nehezebb, de már eddig is sok új eredményt adó, módszereiben gyorsan fejlődő területe.

6.1. Kutatás magas perdületű izomer állapotok után

Miután az elmélet felvetette az yrast csapdák kialakulásának lehetőségét, megindult a kísérleti munka a magas perdületű izomer állapotok megfigyelésére.

A témakörben az első szisztematikus kutatóprogramot J. Pedersen és munkatársai hajtották végre a darmstadti nehéziongyorsítónál [23]. A kísérletben a 4,7 és 5,2 MeV/nukleon energiájú

^{40}Ar , ^{50}Ti , és ^{65}Cu pulzált nyalábokkal bombáztak bárium ($Z=56$) és polónium ($Z=84$) közé eső elemekből készített céltárgyakat. A céltárgyfóliából kilöködött párolgási maradványokat a céltárgy mögött elhelyezett ólomlemezken fogták el. Az esetleg kialakult izomer állapotok időben később gerjesztődnek le; a késleltetett gammák a nyaláb pulzusai közötti időben jól mérhetők. Az izomer nívó magas spinje miatt a késő gammákat sokelemű gamma-kaskád követi. A kísérleti elrendezésben 16 db NaI(Tl) koincidenciába kapcsolt detektor figyelte az eseményeket: egy késleltetett sokszoros koincidencia nagy valószínűséggel magas perdületű izomertől származhatott.



23. ábra. Magas perdületű izomer sziget a $82 \leq N \leq 88$ magtartományban. [23]. A keresztek az ^{40}Ar -, ^{50}Ti - és ^{65}Cu -nyalábokkal bombázott különböző céltárgyak esetén létrejövő compound magokat jelzik. A feketével jelzett compound magok esetében találtak nagy multiplicitású, ~ 10 percnél hosszabb felezési idejű izomer állapotot. T_1 a nukleonbomlás szélességét jelenti

A 23. ábra a darmstadti kutatócsoport által kapott eredményeket foglalja össze. A keresztek azokat a magokat jelölik, melyeknek megfelelő compound rendszereket az ^{40}Ar -, ^{50}Ti - és ^{65}Cu -nyalábokkal való bombázáskor gerjesztettek. A megfelelő párolgási maradványok 3–5 neutronnal kevesebbel rendelkeztek. A befektetett négyzetek azoknak a magoknak felelnek meg, amelyeknél ténylegesen megfigyeltek magas perdületű izomer állapotokat.

Ezen, és más, már jó energiafelbontású félvezető detektorokat is felhasználó kísérletekből kialakult a mérési tapasztalatokat összefoglaló kép. E szerint az $56 \leq Z \leq 84$ magtartományban több magas spinű izomer állapotot lehetett megfigyelni. Az izomerek a $82 \leq N \leq 86$ és a $Z \leq 68$ magoknál szigeteket alkotnak. Az izomer nívók gerjesztési energiája 3 és 12,2 MeV között van, és perdületük becsült értéke általában nem több, mint $I \sim 30\hbar$. A $30\hbar$ -nál nagyobb spinű izomerekre a kísérleti kereső munka általában sikertelen volt, $40\hbar$ feletti perdülettel rendelkező izomert pedig egyet sem találtak a mérések által vizsgált $10 \text{ ns} \lesssim T_{1/2} \lesssim 500 \text{ ns}$ tartományban. A ténylegesen megtalált izomer állapotok szerkezetét kis számú (2–8) héjmodellrészcskének gömbi vagy kevésbé deformált potenciálgödörben való perdületrendeződésével meg lehetett magyarázni [19].

Mindezen eredmények egyáltalán nem jelentik azt, hogy igen nagy perdületű yrast izomerek nem léteznek. Az a megfigyelt tendencia, hogy az izomer állapotok élettartama általában csökken növekvő perdülettel, arra utalhat, hogy az yrast csapdákat esetleg a még rövidebb felezési idejű nívók között kell keresnünk. Így például a kísérletileg vizsgált időtartománynak akár csak a 10^{-9} s köré való lecsökkentése lényeges felfedezésekhez vezethet. További fontos lehetőséget jelent, hogy a perturbált szögkorrelációk vagy szögeloszlások módszerével elvileg egyszerűen (gyakorlatilag biztosan nehéz kísérletben) meghatározható az izomerállapot kvadrupólusmomentuma és így közvetlen ismeretet kaphatunk a mag tényleges alakjáról. [Ilyen mérést először Häusser és munkatársai végeztek a ^{147}Ga magas perdületű ($49/2^+$) $T_{1/2} = 510 \text{ ns}$ izomerjére [25]. Az eredmények jelentős deformációjú, $\beta = -0,2$, oblate magalakra utaltak.]

Lehetséges azonban, hogy egyáltalán nem fogunk $30\hbar$ -nál lényegesen nagyobb perdületű izomereket találni. Ennek oka az lehet, hogy az yrast vonal a magasabb spinek esetén igen meredekké válik, az egyrészcské-jelleg miatti nívófluktuációk a szomszédos yrast állapotokra az általános tendencia által megadott változások-

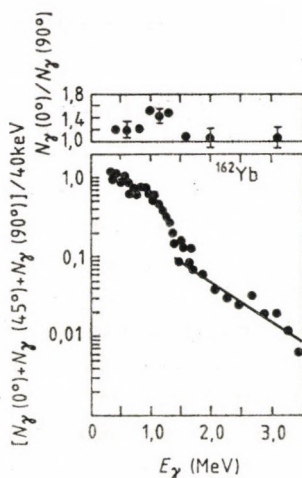
nál kisebbek lesznek, és nem alakul ki csapda. Nem szabad azonban elfelejtenünk, ezen izomerek fel nem lépte egyszerűen csak annak a következménye is lehet, hogy a nagy spinű, erősen zsemlye alakú magok nem annyira stabilisak, mint ahogy azt a jelenlegi számítások becsülik.

6.2. A folytonos gamma-spektrumok elemzése

A folytonos gamma-spektrumok elemzése a legnagyobb spinű magállapotokkal kapcsolatos ismeretek gyakorlatilag egyetlen forrása. Az idetartozó kísérleti módszerek fejlesztése, a mindig magas technikát igénylő kísérleti munka és az eredmények értelmezésére irányuló erőfeszítések a terület kutatásának mai élvonalát jelentik. Most azt tűzzük ki célul, hogy vázlatosan ismertessük a problémakör tanulmányozásának fő vonásait, az eddig elért eredmények jellegét, és néhány, elsősorban kvalitatív megjegyzéssel hozzákapcsoljuk ezeket a korábban megismert gondolatokhoz.

A folytonos gamma-spektrumok mérése és megbízható kiértékelése általában nem könnyű feladat. Mindenképpen biztosítani kell, hogy csak olyan események kerüljenek feljegyzésre, melyek a magasan gerjesztett maghoz vezető nehézion-reakció egy kiválasztott csatornájára vonatkoznak. Ez a legegyszerűbben a végmag jellegzetes, jól felbontható gamma-átmenetével való koncidencia megkövetelésével érhető el. A kísérleti körülmények lényeges javítása nélkül azonban az így kapott spektrumok a nagy háttér miatt a legtöbbször még kiértékelhetetlenek. A további szűrés leggyakoribb eszköze az, hogy csak olyan eseményekkel foglalkoznak, melynél előírt számú gamma-kvantumot egyidejűleg ténylegesen detektálnak (multiplicitásszűrők). (Itt természetesen azt használják ki, hogy egy magas perdületű állapot elektromágneses legerjesztődése során sokelemű gamma-kaskádot bocsát ki.)

A 24. ábrán az $^{40}\text{Ar} + ^{126}\text{Te} \rightarrow ^{162}\text{Yb} + 4n$ reakcióra 181 MeV



24. ábra. A $^{136}\text{Te} (^{40}\text{Ar}, 4n)$ $E_{Ar}=183$ MeV reakcióban gerjesztett ^{162}Yb párolgási maradvány Na(Tl) detektorokkal felvett folytonos spektruma a detektorok válaszfüggvényeire való korrigálás után (ütközésenként) $[N_\gamma(0^\circ) + N_\gamma(45^\circ) + N_\gamma(90^\circ)]$. A nagy energiájú (kövérebb) pontoknál 5 csatornára átlagoltak. Az ábra felső részén az $N_\gamma(0^\circ)/N_\gamma(90^\circ)$ arány látható [25]. A kihúzott vonal a (39) szerint illesztett egyenes

energián kapott mérési eredményeket mutatjuk be [25]. Az ^{162}Yb végmag kiválasztását egy Ge(Li) detektornak a mag egy ismert átmenetére való ráállítása biztosította. Az ábrán látható spektrum három különböző, a bombázónyaláb irányához képest 0° , 45° és 90° -os szögben elhelyezett 7,5 cm átmérőjű és 7,5 cm magas, hengeres NaI(Tl) detektorral a Ge(Li)-vel koincidenciában felvett kísérleti adatokból a detektorok válaszfüggvényeinek figyelembevételével adódott. Az ábra felső részén az $N_\gamma(0^\circ)/N_\gamma(90^\circ)$ intenzitásarány energiafüggése látható.

A 24. ábrán példaként bemutatott eredmény jellemző más, hasonló mérésekre is. Eszerint a kapott gamma-spektrumokban két tartomány különböztethető meg:

1. A ~ 1 – $1,5$ MeV feletti rész szögeloszlása közel izotrop,

és energiával való változása jól közelíthető az

$$N_{\gamma} \sim E_{\gamma}^n \exp \left(-\frac{E_{\gamma}}{T} \right) \quad (39)$$

függvénnyel. Itt $n \sim 1$; a T effektív maghőmérséklet a különböző magokra 1 és 1,5 MeV közötti értékűnek adódott. A spektrumoknak ez a tartománya az yrast feletti nívók közötti statisztikus átmenetekből származónak tekinthető. A szög-eloszlás izotrópiája megérthető annak a feltételezésével, hogy a spektrumoknak ez a része túlnyomó többségben statisztikus elektromos dipólusátmenetektől származik.

2. A $\sim 1,5$ MeV alatt a spektrumok jellegzetes kidudorodást, ún. yrast növekményt mutatnak. Nyilvánvaló, hogy itt a gamma-sugarak egy részének a tulajdonságai mások, mint a statisztikus tartományban. A spektrumok természetes dekomponálását jelenti az, ha a nagy energiájú részen illesztett (39) alakú járulékról feltételezzük, hogy $\sim 1,5$ MeV-nál kisebb energiákra is folytatódik, és az ehhez képesti növekményt más folyamatokból származónak tekintjük. Az eljárás helyességét megerősíti az a tény, hogy a növekmények szög-eloszlása anizotropnak adódott, és az anizotrópia jellege az E2 komponens domináns voltára utal. Az yrast vonalon főleg kvadрупólusátmeneteket várunk. Így kézenfekvő az az értelmezés, hogy a növekmény elsősorban az yrast állapotok egymás közötti átmeneteivel bekövetkező legerjesztődésből vagy olyan forgási sávok gamma-quantumaiból származik, melyek az energia—perdület diagramon közel párhuzamosak az yrast vonallal. — Növelve a bombázórészecskék energiáját, vagyis a rendszerbe bevitt legnagyobb perdületet, az yrast növekmény felső határa ugyanannál a magnál a nagyobb energiák felé tolódik.

A kísérleti spektrumok kiértékelése általában a tehetetlenségi nyomaték meghatározását is célul tűzi ki. Ahhoz azonban,

hogy az elemzési eljárást bemutathassuk, az eddig használt paraméterek jelentését pontosítanunk kell.

A tehetetlenségi nyomatékot a (16) összefüggés segítségével definiáltuk. Ez magas perdületekre a

$$\frac{2\Theta}{\hbar^2} = \left(\frac{dE}{d[I(I+1)]} \right)^{-1} \simeq 2I \left(\frac{dE}{dI} \right)^{-1} \quad (40)$$

alakot veszi fel. A (15) egyenlőség a nagy I -re igaz

$$\Theta = \frac{I}{\omega} \hbar \quad (41)$$

formában megadja a tehetetlenségi nyomatékot. Ez a Θ lényegében a perdület és a szögsebesség arányával kapcsolatos.

Célszerű bevezetni a Θ^D mennyiséget az alábbi összefüggés szerint:

$$\frac{\Theta^D}{\hbar^2} = \left(\frac{d^2 E}{dI^2} \right)^{-1} = \frac{1}{\hbar} \frac{dI}{d\omega}, \quad (42)$$

ahol a második egyenlőség egyszerűen következik (40) és (41)-ből. Θ^D értéke megadja, hogy a perdület mi módon változik a szögsebesség megváltozásának függvényében, és tulajdonképpen a tehetetlenségi nyomatékkal analóg dinamikai momentumnak tekinthető. Θ és Θ^D azonos, ha

$$\frac{I}{\omega} = \frac{dI}{d\omega}. \quad (43)$$

Ez akkor igaz, ha a mag Hamilton-operátorában nem szerepel perdülettől függő tag. Ha viszont például a Coriolis-erő nem hanyagolható el, akkor ennek járuléka már Θ és Θ^D különbségéhez vezet.

Elvileg Θ és Θ^D bármilyen állapotokra bevezethető. Ha a mag belső konfigurációja nem változik, mint ahogy ezt egy forgási sávnál feltételezzük, $\Theta_{\text{sáv}}$ és $\Theta_{\text{sáv}}^D$ értékét a sávhoz rendelhetjük. Általában a párolgási maradvány bomlása során több rotációs

sávot is elér, melyek belső szerkezete eltér. Így a magperdület változása a szögsebességváltozással nem állandó. Átlagos változásokat számolva, (41) és (42) segítségével effektív Θ_{eff} és Θ_{eff}^D értékeket definiálhatunk. Θ_{eff} és Θ_{eff}^D fogalmilag kissé eltérnek az eredetileg bevezetett mennyiségektől, de mind elméletileg, mind kísérletileg alkalmasnak bizonyultak a viszonyok jellemzésére. Elsődlegesnek a Θ_{eff}^D mennyiség tekinthető, hiszen integrálja éppen Θ_{eff} -t adja meg. Ezenkívül Θ_{eff}^D minden ω frekvenciára definiálva van, és mint látni fogjuk, a kísérleti eredményekből kis $\Delta\omega$ frekvenciasávra is egyszerűen meghatározható.

A kollektív és egyrészecske-tulajdonságok jelenlétének mértékét jól jellemzi az, hogy a teljes perdületnek mekkora része adódik a kollektív mozgásból és mekkora az egyes nukleonok perdületének rendeződéséből. A mag teljes perdületének, valamint a kollektív és az egyrészecske-spinek forgási frekvenciával történő megváltozása között a

$$\Delta I = \Delta I_{\text{sáv}} + \Delta i, \quad (44)$$

(20)-hoz hasonló összefüggés írható fel. Ezt Θ^D (42) definíciós egyenletébe írva:

$$\begin{aligned} \frac{d\Theta_{\text{eff}}^D}{\hbar^2} &= \frac{1}{\hbar} \frac{dI}{d\omega} = \frac{1}{\hbar} \frac{d(I_{\text{sáv}} + i)}{d\omega} = \\ &= \frac{1}{\hbar} \left(\frac{dI_{\text{sáv}}}{d\omega} + \frac{di}{d\omega} \right) = \frac{\Theta_{\text{sáv}}^D}{\hbar^2} + \frac{\Theta_n^D}{\hbar^2} \end{aligned} \quad (45)$$

adódik, ahol Θ_n^D -vel a nukleonspinek beállásából származó dinamikus nyomatékot jelöltük. Az egyrészecske- és kollektív perdületváltozások aránya az előbbi, mérésekből meghatározható mennyiségekből következik:

$$\frac{\Delta i}{\Delta I} \approx \frac{\left(\frac{di}{d\omega} \right)}{\left(\frac{dI}{d\omega} \right)} = \frac{\Theta_n^D}{\Theta_{\text{sáv}}^D + \Theta_n^D} = \frac{\Theta_{\text{eff}}^D - \Theta_{\text{sáv}}^D}{\Theta_{\text{eff}}^D}. \quad (46)$$

Θ_{eff}^D momentum értékének a folytonos gamma-spektrumokból történő meghatározása azt a (kísérletek által alátámasztott) feltevélezt tartalmazza, hogy az yrast növekmény elsősorban az yrast vonallal párhuzamos kvadrupólusátmenetekből áll. Ekkor adott ΔE_J energiatartományba eső, egyetlen bomló magra vonatkoztatott gamma-kvantumok ΔN száma éppen fele a nukleonrendszer spinkvantumszám-csökkenésének, mivel minden egyes átmenet $2\hbar$ -val csökkenti a perdületet, így

$$2 \frac{dN}{dE_\gamma} = \frac{dI}{dE_\gamma}. \quad (47)$$

Figyelembe véve még, hogy (17) szerint $E_\gamma \cong 2\hbar\omega$, (45) alkalmazásával a

$$\frac{dN}{dE_\gamma} = \frac{1}{4\hbar} \frac{dI}{d\omega} = \frac{\Theta_{\text{eff}}^D(\omega)}{4\hbar^2} \quad (48)$$

összefüggést kapjuk.

A mért, egyetlen magra vonatkoztatott yrast növekményből akkor lehet Θ_{eff}^D nyomatékot meghatározni, ha tudjuk, hogy a megfigyelt mintában a magok hányad része bocsátott ki bomlása közben az $(E_\gamma; E_\gamma + \Delta E_\gamma)$ tartományba eső gamma-kvantumot. $P(E_\gamma)$ -val jelölve ezt a függvényt, valamint $S(E_\gamma)$ -val az egy magra vonatkoztatott yrast növekményt:

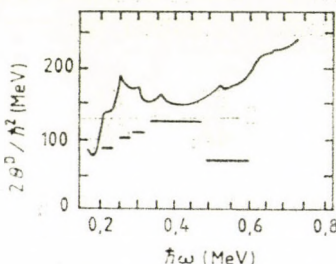
$$\frac{S(E_\gamma)}{P(E_\gamma)} = \frac{dN}{dE_\gamma} = \frac{\Theta_{\text{eff}}^D(\omega)}{4\hbar^2}. \quad (49)$$

A $P(E_\gamma)$ eloszlás meghatározására a következő módszert dolgozták ki. Két hasonló, de egymáshoz képest ΔI értékkel eltolt perdületeloszlásra (például kismértékben eltérő bombázóenergiákon) felveszik a gamma-sugarak energiaeloszlását. A különbségspektrum éppen azokból az átmenetekből adódik, melyek a ΔI perdületkülönbség miatt az egyik eloszlásban már megvannak, de

a másikon még nem jönnek létre. Így

$$\frac{(S_1(E_\gamma) - S_2(E_\gamma))}{\Delta I} \sim \frac{\Delta P(E_\gamma)}{\Delta E_\gamma}, \quad (50)$$

vagyis a különbségeloszlások mérése után a $P(E_\gamma)$ függvény E_γ szerinti integrálással meghatározható.



25. ábra. Θ_{eff}^D függése a szögsebességtől az $^{40}\text{Ar} + ^{130}\text{Te}$ reakcióban kapott párolgási maradványra. A vízszintes vonalak $\Theta_{\text{sáv}}^D$ becslést mutatják [29]

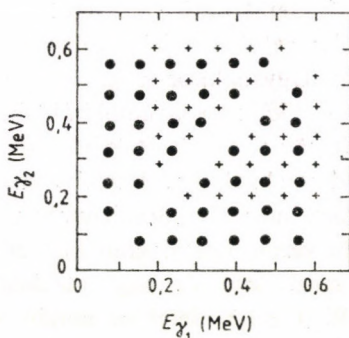
A 25. ábrán példaként az $^{40}\text{Ar} + ^{130}\text{Te}$ rendszeren végrehajtott méréseknél a folytonos gamma-spektrum elemzésével kapott eredményt mutatjuk be. A kiértékelt eloszlás hasonló volt a 24. ábrán látotthoz. A Θ_{eff}^D momentum alacsony szögsebességeknél növekszik a frekvenciával. Ennek a más, hasonlóan vizsgált deformált magnál is jelentkező tendenciának az oka a nukleonpárok korrekciójának gyengülésével kapcsolatos. A $\hbar\omega \sim 0,3$ MeV környékén látható irregularitás a nukleonspín rotációs beállításából következik, amely miatt több egymás utáni elektromágneses átmenet energiája közel azonos. A nagyobb szögsebességeknél a Θ_{eff}^D nyomaték a rotációsán beállt nukleonok Θ_n^D és a különböző szerkezetű forgási sávok $\Theta_{\text{sáv}}^D$ nyomatékértékeinek (45) szerinti összegeként kapható meg.

A Θ_n^D és a $\Theta_{\text{sáv}}^D$ mennyiségek meghatározása a kísérleti módszerek további minőségi fejlesztését tette szükségessé. Az érdemi felismerés avval kapcsolatos, hogy a magas perdületű magok által

kibocsátott gamma-kaszkádok elemei energia-, idő- és térbeli eloszlás szerint is erősen korreláltak. A korreláció tükrözi a kollektív és egyrészeske-tulajdonságok együttes jelenlétét a vizsgált nukleonrendszerben.

Az egymással időbeli koincidenzában lévő (egymást követő) gamma-kvantumok energiája közötti korreláció jellege egyszerűen megérthető ideális forgási sávokhoz tartozó gamma-kaszkádnál. Ilyenkor ugyanis (10) szerint az egymás utáni átmenetek közötti energiakülönbségek egyenlő közűek. Ezért állandó értékű tehetetlenségi nyomaték esetén az $E_{\gamma_1} - E_{\gamma_2}$ korrelációs síkon az $E_{\gamma_1} = E_{\gamma_2}$ egyenessel párhuzamos intenzitásvonulatokat várhatunk, a szimmetriatengely körül pedig völgyet. A 26. ábra vázlatosan mutatja a korrelációs pontokat merev forgó mag felbontott gamma-átmeneteire.

A (10) összefüggésből látszik, hogy az $E_{\gamma_1} - E_{\gamma_2}$ síkon a szimmetriatengely körűi völgy szélessége (V) éppen kétszerese a többi párhuzamos völgyének. Az intenzitásvonulatok tényleges távolsága a mag tehetetlenségi nyomatékától függ.



26. ábra. Rotációs mag gamma-átmeneteinek korrelációja [30]. A $14\hbar$ perdület-nél a tehetetlenségi nyomaték hirtelen változását tételezzük fel. A pontok az alapállapotí sávhoz, a keresztek a $16-24\hbar$ perdületű, $11\hbar$ beállt spinű nukleon-pár-szerkezetre felépülő forgási sáv nívói közötti átmenetekhez tartoznak.

A tehetetlenségi nyomaték sávon belűi változásától eltekintettűnk

(8) és (40) figyelembevételével:

$$E_{\gamma} = \frac{\hbar^2}{2\Theta} (4I - 2) \simeq 2 \left(\frac{dE}{dI} \right). \quad (51)$$

A perdületcsökkenéskor minden átmenet 2-vel viszi lefelé I értékét. Tehát az egymás utáni átmenetek energiakülönbsége a folytonosnak tekintett $E(I)$ függvény I szerinti deriváltjának kétszerese. Így a völgy V szélessége (51) felhasználásával:

$$V \simeq 2\delta E_{\gamma} = 2 \left(2 \frac{dE_{\gamma}}{dI} \right) = 8 \left(\frac{d^2 E}{dI^2} \right). \quad (52)$$

Ebből (42)-vel:

$$V \simeq 8 \frac{d\omega}{dI} = 8 \frac{\hbar^2}{\Theta_{\text{sáv}}^D}. \quad (53)$$

Az $E_{\gamma_1} - E_{\gamma_2}$ energiakorrelációk mérésével a szimmetriatengely körüli völgy V szélességének elemzése útján $\Theta_{\text{sáv}}^D$ értéke kísérletileg meghatározható anélkül, hogy az átmeneteket egyedileg fel kellene bontanunk.

A korrelációs kísérletek mérés technikai oldalról nagy kihívást jelentenek a tudományterület művelői számára. Az alacsony hatáskeresztmetszetű folyamatokat a jelenséghez képest óriási háttérből kell kiválogatni. Ugyanakkor megbízható eredményeket csak sok adatból, jó statisztikájú spektrumokból lehet kapni.

A feladatot a térszög nagy részét lefedő, jó energiafelbontású, sokdetektoros rendszerekkel, ún. kristálygömbökkel lehet megközelíteni. A Daresbury Laboratóriumban (Nagy-Britannia) 1983-ban üzembe helyezett kristálygömbben 50, nagy fotocsúshatásfokú [nagy rendszámú és nagy sűrűségű ($\rho \simeq 7,1 \text{ g/cm}^3$)] bizmut-germanát $\text{Bi}_4(\text{GeO}_4)_3$ detektor majdnem a teljes 4π térszöget lefedi [26]. Hat további germániumdetektor a gömbön kívül helyezkedik el, és a gömb detektorai közötti részekben keresztül figyeli meg a nehézion-reakciót követően kilépő gamma-kvantumokat. Ez utóbb említett germániumdetektorokat — a megfigyelési irányhoz közeli rész kivételével — nagy NaI(Tl) árnyé-

kolások veszik körül, melyek a germániumban Compton-szóródott, és így az NaI(Tl) detektorban is jelet keltő események kiszűrésére szolgálnak (anticompton elrendezések). Az ilyen kísérleti rendszerrel* az egyes nehézion-ütközések utójátékát jelentő elektromágneses történet nyomon követhető. Eseményről eseményre meghatározhatók a teljes elektromágneses energia, a gamma-multiplicitások, a tér- és időbeli korrelációk. Remény van arra is, hogy akár $45\text{--}50\hbar$ perdületű nívókat egyedileg figyelhessünk meg [13].

Az egyelőre még kis számú, eddig elvégzett $E_{\gamma_1} - E_{\gamma_2}$ korrelációs kísérletek az alacsony energiájú tartományban megfigyelhető, a 26. ábrával kapcsolatban megbeszélt, a forgási sávokra jellemző szimmetriatengely körüli völgy kialakulását mutatják, mely $\sim 1\text{ MeV}$ -ig követhető. Több helyen láthatók hidak a szimmetriatengely mentén. Magasabb gamma-energiákra úgy tűnik, hogy a völgy megszűnik [27].

Az energiakorrelációs mérések eredményeiből az (53) összefüggés alapján megbecsülhető a $\Theta_{\text{sáv}}^D$ nyomaték értéke. A 25. ábrán Θ_{eff}^D mellett az így kiértékelt $\Theta_{\text{sáv}}^D$ mennyiséget is bemutatjuk a szögsebesség függvényében. Az eredmények érdekes, más esetekben is tapasztalt tulajdonsága, hogy $\hbar\omega \sim 0,5\text{ MeV}$ felett az effektív nyomaték növekedésével egyidejűleg a $\Theta_{\text{sáv}}^D$ nyomaték csökkenni látszik. Ez azt a korábban megbeszélt lehetőséget teszi valószínűvé, hogy nagyobb szögsebességeknél az egyrészecske-mozgások a perdület nagyobb hányadáért felelősek, mint az alacsonyabb frekvenciákon.

A kísérleti eredményekben a szimmetriatengely körüli viselkedés szembeötlő vonása a már említett hidak fellelése. Ilyen jellegű viselkedést a rotációs sávok keresztezésénél várhatunk. Valóban, az $E_{\gamma} \cong 0,55\text{ MeV}$, vagyis $\hbar\omega \cong E_{\gamma}/2 \cong 0,27\text{ MeV}$ [27] a reakcióban

* A példaként leírthoz lényegében hasonló rendszer működik az Oak Ridge-i Nemzeti Laboratóriumban, a heidelbergi Max Planck Intézetben és építés alatt van a kaliforniai Berkeley-ben.

nagy valószínűséggel keletkezett két párolgási maradvány, az ^{158}Er és az ^{160}Er első, jól ismert backbendingjének felel meg (lásd a 19. ábrát). Ugyanakkor várjuk, hogy a kritikus szögsebesség az adott magnál több sávkeresztezésre egyaránt jellemző lesz. Mindenütt ugyanis, ahol a tehetetlenségi nyomaték megváltozásáért egy meghatározott nukleonpár felhasadása és rotációs beállása a felelős, a kritikus forgási frekvenciák közel ugyanazok lesznek, még akkor is, ha a mag egyéb szerkezete a különböző állapotokban eltérő. Így megérthető, hogy az $E_{\gamma_1} - E_{\gamma_2}$ korrelációs hisztogramokon néhány erős, valószínűleg sok sávkeresztezéshez tartozó híd látható, köztük olyanok is, amelyeknek megfelelő kritikus frekvenciákat a felbontott nívók tanulmányozásánál az alacsony betöltöttségek miatt meg sem figyelték.

7. A kutatások nyitott kérdései

A magas perdületű magállapotok vizsgálatából nyert eredmények egy része ma már a magfizika klasszikus fejezetét jelenti. Így az alacsony frekvenciájú yrast állapotok és az yrast vonalhoz közel eső állapotok viselkedése, a sávkeresztezések jelensége és annak sikeres magyarázata az egyes nukleonpárok kritikus szögsebességeknél bekövetkező felszakadásával és rotációs beállásával, szervesen illeszkednek az atommagokról gyűjtött ismereteink rendszerébe. Alapvető vonásaikban érteni véljük azokat a fizikai folyamatokat, melyek a magas perdületű magállapotokkal kapcsolatosak, az elméleti módszerek is rendelkezésre állnak, melyekkel majdnem minden mérhető paraméter megbecsülhető. Az előrelépést éppen ezeknek az elméleti jóslatoknak a jövőbeni kísérleti eredményekkel való összehasonlításától várhatjuk.

A legfontosabb nyitott kérdés továbbra is a magas perdületű rendszerek kollektív és egyrészecske-tulajdonságainak felderítése, egymással való versenyzésének követése a magok és a forgási szögsebességek széles tartományában. Ennek érdekében szükség van a sávkeresztezési szisztematikák kiterjesztésére részben az eddig kevesebbet vizsgált páratlan magok, részben pedig más $A \sim 160$ -nál lényegesen magasabb és alacsonyabb tömegszám-tartományok felé. A még magasabb spinű, egyedileg megfigyelt nívók vizsgálata, a folytonos gamma-spektrumok elemzése éppen e központi problémakör területén vezethet döntően új felismerésekre.

Az yrast izomerek kutatási területén a jövőben sok eredmény várható. A kísérleti tapasztalatok rendszerezése egyes magok és magtartományok magas perdületű állapotainak egyrészecske-vonatkozásait világíthatja meg. Ha sikerül igazán nagy spinű ($>40 - 50\hbar$) izomert megfigyelni, ez közvetlen bizonyítéka volna az első-sorban egyrészecske-perdületek összerendeződéséből előálló nukleonrendszerek kialakulásának.

A magalak perdülettől való függése az elméleti megfontolások egyik fontos következménye. Már eddig is sokat tudunk arról, hogy ilyen változások valóban léteznek. Nem biztos azonban, hogy elméleteink helyesen írják le a magalakot az igen nagy perdületek tartományában, és azt sem tudjuk, hogy valóban kialakul-e szuperdeformált magalak [31], [32].

A nukleonok közötti párkölcsönhatásokról éppen a magas perdületű magállapotok tanulmányozása során bizonyították be, hogy erősen függenek a nukleonrendszer konfigurációjától. Figyelemre méltó tény, hogy egy fontos magparaméter, a szögsebesség a számításba jövő magok széles tartományában változtatható, és a magok válaszfolyamatai elemezhetők. Különös jelentőségű annak a pontosítása, hogy a páratlan tömegszámú magoknál a páratlan nukleon milyen szerepet játszik a párok felhasadásában és a nukleonok rotációs beállításában. Ezeknek a kérdéseknek a tanulmányozása vadonatúj perspektívákat nyit meg a párkorrelációk magspektroszkópiai módszerekkel történő tanulmányozásában.

A kutatások most induló új fejezete a párolgási maradványok teljes elektromágneses legerjesztődésének vizsgálata. A nem yrast átmenetek részleteiről, a legerjesztődés statisztikus folyamatáról, a nagy perdületű, különböző belső szerkezetű forgási sávok tulajdonságairól, sávkeresztezéseiről jelenleg még alig vannak ismereteink. Hasonlóan szinte semmit sem tudunk a magas perdületű, részecskebomlással szemben nem stabilis nukleonrendszerek belső szerkezetéről sem.

A magas spinű magok tanulmányozásának rövid történetét az

alkalmazott kísérleti módszerek gyors tökéletesedése jellemezte. A nyitott kérdések többségére csak a kísérleti feltételek további, sok területen minőségi javulásával várhatunk választ. A kiváló nyalábparaméterű nehézion-gyorsítók mellett megépülő, sok, jó felbontású, anticompton-árnyékolással is ellátott detektorokat felhasználó kristálygömbök és a csatlakozó nagy teljesítményű adatfelvevő-adatkezelő számítógépi rendszerek jelentik azt a mai élvonalat, melytől a magspektroszkópia területén az eredmények újabb generációja várható.

8. Irodalomjegyzék

1. M. J. A. DE VOIGT—J. DUDEK—Z. SZYMANSKY: *Rev. Mod. Phys.* **55** (1983) 949.
2. S. COHEN—F. PLASIL—W. J. SWIATECKI: *Ann. Phys.* **82** (1974) 557.
3. H. G. PRICE—C. J. LISTER—B. J. VORLEY—W. GELLETLY—J. W. OLNES: *Phys. Rev. Lett.* **51** (1983) 1842.
4. J. H. HAMILTON: "Shape Coexistence and a New Region of Strong Deformation in Nuclei Far from Stability." In *Heavy Ion Collisions. Lecture Notes in Physics. Vol. 168.* Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 1982, p. 287.
5. F. S. STEPHENS: "Experimental Status of High Spin States." In *Proceedings of International Symposium on Highly Excited States in Nuclei, Jülich, 1975. Vol. 2. Invited papers.* p. 11.
6. H. C. BRITT—B. H. ERKKILÄ—R. H. STOCKER—H. H. GUTBROD—F. PLASIL—R. L. FERGUSON—M. BLANN: *Phys. Rev.* **C13** (1976) 1486.
7. M. BLATT—V. F. WEISSKOPF: "Theoretical Nuclear Physics." Wiley, New York, 1952.
8. T. ERICSON: *Adv. Phys.* **157** (1967) 823.
9. J. R. GROVER: *Phys. Rev.* **157** (1967) 823.
10. J. R. GROVER—J. GILET: *Phys. Rev.* **157** (1967) 802.
11. D. L. HILLIS—D. J. GARETT—O. CHRISTENSEN—B. FERNANDEZ—G. B. HAGEMANN—B. HERSKIND—B. B. BACK—F. FOLKMANN: *Nucl. Phys.* **A325** (1979) 216.
12. B. B. BACK—A. J. FERGUSON—F. FOLKMANN—D. J. GARETT—G. B. HAGEMANN—B. HERSKIND—D. L. HILLIS: *Verh. DPG (VI)* **12** (1977) 944.

13. P. J. TWIN—B. M. NYAKÓ—A. H. NELSON—J. SIMPSON—M. A. BENTLEY—H. W. CRANMER—GORDON—P. D. FORSYTH—D. HOWE—A. R. MOKHTAR—J. D. MORRISON—J. F. SHARPEY-SCHAFFER—G. SLETTEN: *Phys. Rev. Lett.* **57** (1986) 811.
14. J. BURDE—E. L. DINES—S. SLIH—R. M. DIAMOND—J. E. DRAPER—K. H. KINDENBERGER—C. SCHÜCK—F. S. STEPHENS: *Phys. Rev. Lett.* **48** (1982) 532.
15. R. M. LIEDER—H. RYDE: "Phenomena in Fast Rotating Heavy Nuclei." In *Advances in Nuclear Physics*. Vol. 10. Plenum Press, New York—London, 1978, p. 1.
16. A. JOHNSON—H. RYDE—S. A. HJORT: *Nucl. Phys.* **A179** (1972) 753.
17. H. BEUSCHER—R. M. LIEDER—C. MAYER-BÖRCKE: *Phys. Lett.* **408** (1972) 449.
18. F. A. BECK—E. BOCEK—T. BYRSKI—C. GEBRINGER—J. C. MERDINGER—Y. SCHUTZ—J. STICZEN—J. P. VIVIEN: *Phys. Rev. Lett.* **42** (1979) 493.
19. A. FAESSLER—M. PLOSZAJCZAK—K. W. SCHMID: "Description of High Spin States." In *Progress in Particle and Nuclear Physics*. Vol 5. Pergamon, Oxford 1980., p. 79.
20. P. MARMIER—E. SHELDON: "Physics of Nuclei and Particles". Academic Press, New York—London, 1969.
21. S. FRAUENDORF: *Nucl. Phys.* **A263** (1976) 150.
22. J. D. GARRETT—G. B. HAGEMANN—B. HERSKIND: *Nucl. Phys.* **A400** (1983) 113c.
23. J. PEDERSEN—B. B. BACK—F. M. BERNTHAL—S. BJORNHOLM—J. BORGREEN—O. CHRISTENSEN—F. FOLKMANN—B. HERSKIND—T. L. KHOO—M. NEIMAN—F. PÜHLHOFER—G. SLETTEN: *Phys. Rev. Lett.* **39** (1977) 990.
24. O. HÄUSSER —H. E. MAHNKE—J. F. SHARPEY-SCHAFFER—M. L. SWANSON—P. TORAS—D. WARD—H. R. ANDREWS—T. K. ALEXANDER: *Phys. Rev. Lett.* **44** (1980) 132.
25. R. S. SIMON—M. V. BANASCHIK—R. M. DIAMOND—J. O. NEWTON—F. S. STEPHENS: *Nucl. Phys.* **A290** (1977) 253.
26. J. P. TWIN—P. J. NOLAN—R. ARYAEEINJAD—D. J. G. LOVE—A. H. NELSON—A. KIRWAN: *Nucl. Phys.* **A409** (1983) 343c.
27. M. A. DELEPLANQUE—F. S. STEPHENS—O. ANDERSEN—R. M. DIAMOND—C. ELLEGAARD—D. B. FOSSAN—D. L. HILLIS—H. KLUGE—M. NEIMAN—C. P. ROULET—S. SHIH: *Phys. Rev. Lett.* **45** (1980) 172.

28. G. ANDERSSON—S. E. LARSSON—G. LENDER—P. MÖLLER—G. S. NILSSON—I. RAGNARSSON—S. ABERG—R. BENGTSSON—J. DUDEK—B. NERLO-POMORSKA—K. POMORSKI—Z. SZYMANSKI: Nucl. Phys. **A268** (1976) 205.
29. J. S. STEPHENS: Nucl. Phys. **A396** (1983) 315c.
30. R. M. DIAMOND—F. S. STEPHENS: "Nuclei at High Angular Momentum". In Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. Vol. 30., Annual Reviews Inc., Palo Alto., CA., 1980, p. 85.
31. B. M. NYAKÓ—J. R. CRESSWELL—P. D. FORSYTH—D. HOWE—P. J. NOLAN—M. A. RILEY—J. F. SHARPEY-SCHAFER—J. SIMPSON—N. J. WARD—P. J. TWIN: Phys. Rev. Lett. **52** (1984) 507.
32. NYAKÓ B.: Fizikai Szemle **XXXVII** (1987) 184.

Az atommagok óriásrezonanciái

Sükösd Csaba

Tartalomjegyzék

1.	Bevezetés	191
2.	Az óriásrezonanciák elméleti leírása	194
2.1.	Az óriásrezonanciák csoportosítása	194
2.2.	Multipólusoperátorok és összszabályok	197
2.3.	Az óriásrezonanciák „klasszikus” modelljei	203
2.3.1.	Makroszkopikus modell (Az izoskalár monopólusgerjesztés példáján)	203
2.3.2.	Mikroszkopikus modell	206
2.3.2.1.	Egyrészcseke harmonikus oszcillátor	206
2.3.2.2.	Egyrészcseke-mozgás és kollektív rezgés csatolódása (Rezgő potenciálmodell)	210
2.3.3.	Óriásrezonanciák deformált magokban	214
2.3.4.	Óriásrezonanciák finomszerkezete	218
2.4.	Újabb modellek az óriásrezonanciák leírására	220
3.	Az óriásrezonanciák kísérleti megfigyelése	228
3.1.	Az óriásrezonanciák gerjeszthetősége szórás kísérletekkel ..	229
3.1.1.	Rugalmatlan elektronszórás	229
3.1.2.	Rugalmatlan hadronszórás	232
3.2.	Zavaró magreakciók és a kvadrupólus-óriásrezonancia ...	235
3.3.	Az atommagok monopólus-óriásrezonanciái	240
3.3.1.	Az elektronszórási és a korai hadronszórási kísérletek ...	241
3.3.2.	Kis szögű hadronszórás	242
3.3.3.	A gerjesztési függvény módszere	244
3.3.4.	Alakfaktor és átmeneti sűrűség	249
3.4.	Az izoskalár kvadrupólus-óriásrezonancia bomlása	252
3.4.1.	Bomlási csatornák	253

3.4.2.	Kísérleti körülmények, zavaró magreakciók	254
3.4.3.	Szöghkorrelációs függvények és elágazási arányok	260
3.4.3.1.	Szöghkorrelációs függvények	261
3.4.3.2.	Elágazási arányok	269
3.4.4.	A kvadrupólus-óriásrezonancia bomlása könnyű magoknál	270
3.4.5.	Az sd-héj atommagjai	273
4.	Összefoglalás	276
5.	Irodalomjegyzék	277

191	2
192	4
193	13
194	22
195	23
196	23
197	23
198	23
199	23
200	23
201	23
202	23
203	23
204	23
205	23
206	23
207	23
208	23
209	23
210	23
211	23
212	23
213	23
214	23
215	23
216	23
217	23
218	23
219	23
220	23
221	23
222	23
223	23
224	23
225	23
226	23
227	23
228	23
229	23
230	23
231	23
232	23
233	23
234	23
235	23
236	23
237	23
238	23
239	23
240	23
241	23
242	23
243	23
244	23
245	23
246	23
247	23
248	23
249	23
250	23
251	23
252	23
253	23
254	23
255	23
256	23
257	23
258	23
259	23
260	23
261	23
262	23
263	23
264	23
265	23
266	23
267	23
268	23
269	23
270	23
271	23
272	23
273	23
274	23
275	23
276	23
277	23
278	23
279	23
280	23
281	23
282	23
283	23
284	23
285	23
286	23
287	23
288	23
289	23
290	23
291	23
292	23
293	23
294	23
295	23
296	23
297	23
298	23
299	23
300	23
301	23
302	23
303	23
304	23
305	23
306	23
307	23
308	23
309	23
310	23
311	23
312	23
313	23
314	23
315	23
316	23
317	23
318	23
319	23
320	23
321	23
322	23
323	23
324	23
325	23
326	23
327	23
328	23
329	23
330	23
331	23
332	23
333	23
334	23
335	23
336	23
337	23
338	23
339	23
340	23
341	23
342	23
343	23
344	23
345	23
346	23
347	23
348	23
349	23
350	23
351	23
352	23
353	23
354	23
355	23
356	23
357	23
358	23
359	23
360	23
361	23
362	23
363	23
364	23
365	23
366	23
367	23
368	23
369	23
370	23
371	23
372	23
373	23
374	23
375	23
376	23
377	23
378	23
379	23
380	23
381	23
382	23
383	23
384	23
385	23
386	23
387	23
388	23
389	23
390	23
391	23
392	23
393	23
394	23
395	23
396	23
397	23
398	23
399	23
400	23

1. Bevezetés

A nagy energiájú, erős kollektív gerjesztések — az óriásrezonanciák — az atommagok jelentős hányadában megtalálhatóak, s így a magok általános tulajdonságai közé tartoznak. Felfedezésük a modern magfizika hajnalán kezdődött, de tulajdonságaiknak feltárása és értelmezésük ma is a kísérleti és az elméleti magfizika fontos feladatai közé tartozik.

Az óriásrezonanciák közül elsőnek az izovektor dipólus-óriásrezonanciát fedezték föl majdnem 40 évvel ezelőtt. A hetvenes évek elejéig ez volt az egyetlen ismert ilyen típusú gerjesztés, s így a korábbi közleményekben az izovektor dipólus-óriásrezonanciára megkülönböztető jelző nélkül („az óriásrezonancia”) hivatkoznak.

Az „új” óriásrezonanciák sorát a hetvenes évek elején az izoskalár kvadrupólus-óriásrezonancia nyitotta meg, amelyet először csak nehéz magokban sikerült azonosítani. A kísérleti technika fejlődése és nagyobb energiájú gerjesztő részecskék használata lehetővé tette azt, hogy könnyű magokban is megfigyelhessük ezt a kollektív állapotot. A könnyű izoskalár hadronok (α -részecske és deuteron) rugalmatlan szórása olyan megbízható kísérleti módszernek bizonyult, amely az „új” óriásrezonanciát szelektív módon gerjeszti. A hadronszórás alkalmazása új lendületet adott az óriásrezonanciák kutatásának. A kísérletek azóta is két fő irányban folynak: egyrészt megindult a kutatás új, a dipólus- és a kvadrupólus-óriásrezonanciától különböző óriásrezonanciák után; más-

részt pedig újfajta kísérleti módszerekkel a már ismert óriásrezonanciák újabb tulajdonságaira kívántak fényt deríteni.

Az óriásrezonanciák irodalma ma már annyira szerteágazó és napról napra bővülő, hogy meg sem kísérelhetjük a kérdés minden vonatkozását áttekinteni. Ezért azt a stratégiát követjük, hogy az óriásrezonanciák legegyszerűbb makroszkopikus és mikroszkopikus — azaz már klasszikusnak számító — modelljeinek bemutatása után az újabb eredményeket két kiragadott példa kapcsán ismer-tetjük. Ennek során ízelítőt adunk mindkét kutatási irányból: egyrészt bemutatjuk az izoskalár monopólus-óriásrezonancia fel-fedezésével és tulajdonságaival kapcsolatos problémákat; másrészt pedig azokat a következtetéseket, amelyeket a már „ismert” izo-skalár kvadrupólus-óriásrezonanciára újabban végrehajtott koin-cidenciakísérletekből nyerhetünk.

Mindkét példánk fontos magfizikai kérdésekhez kapcsolódik. Az óriásrezonanciák sorában a monopólus-óriásrezonanciának különös jelentősége van. Míg a magasabb multipolaritású óriás-rezonanciák egy többé-kevésbé konstans anyagsűrűségű mag alak-oszcillációiként értelmezhetők, addig a monopólus-óriásrezonan-cia — az atommag gömbszimmetrikus, „lélegző” vibrációja — a jelenleg ismert egyetlen olyan gerjesztési mód, amelynél a maganyag lokális sűrűsége is megváltozik. Így a monopólus-óriásrezonancia vizsgálatából olyan alapvető mennyiségre tudunk következtetni, amelyre vonatkozóan eddig csak nagyon közvetett információink voltak: a maganyag összenyomhatóságára, kompresszibilitására. Ez adja a monopólus-óriásrezonancia kutatásának különös fon-tosságát.

Az óriásrezonancia-kutatás egy másik főiránya a rezonanciák bomlási tulajdonságainak vizsgálata. Ehhez kapcsolódik második példánk; az izoskalár kvadrupólus-óriásrezonancia bomlásának szisztematikája könnyű magokban. Mivel az óriásrezonanciák általában nagy energiájú kollektív gerjesztések, így részecskék ki-bocsátásával történő elbomlásuk energetikailag lehetséges. Mik-roszkopikus elméleti modellek az óriásrezonanciákat egyszerű

szerkezetű gerjesztésekként (egyrészecske-lyuk gerjesztések koherens szuperpozíciójaként) értelmezik. Ezért az elmélet azt várja, hogy az óriásrezonanciák — s így az általunk példaként vizsgált kvadrupólus-óriásrezonancia is — egyetlen nukleon kibocsátásával bomlik el. Látni fogjuk, hogy könnyű magoknál a kísérletek — ezzel a várakozással szemben — domináns α -bomlást találtak. Ez felveti a kérdést, hogy vajon a gerjesztés mikroszkopikus leírása megfelelő-e? Hasonlóan érdekes probléma az, hogy vajon az óriásrezonanciák részecskeemisszióval történő bomlása gyors, direkt folyamat-e, vagy pedig csak az energia termalizálódása után, statisztikus módon következik-e be? Ebből következethetnénk ugyanis arra, hogy milyen folyamatok alakítják ki az óriásrezonanciák megfigyelt — az esetek többségében igen nagy (3—6 MeV) — szélességét.

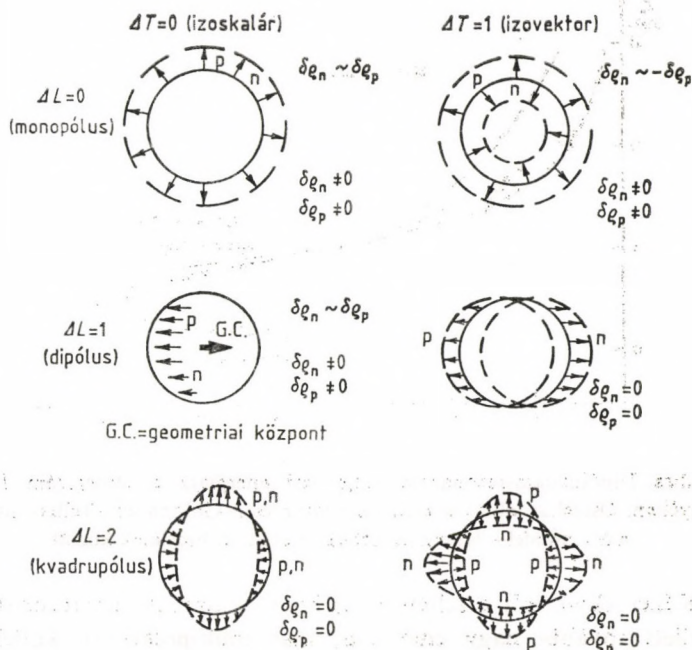
Példáink ismertetése előtt összefoglaljuk az óriásrezonanciák kísérleti kutatásának sajátosságait is. Legrészletesebben — de így is csak vázlatosan — a nagy energiájú izoskalár részecskék rugalmatlan szórásával, és az abból nyerhető információkkal foglalkozunk majd. Ez a fejezet inkább csak a „szótár” szerepét játssza, amennyiben azokat az alapösszefüggéseket ismerteti, amelyekre példáink kapcsán mindig hivatkozunk.

2. Az óriásrezonanciák elméleti leírása

2.1. Az óriásrezonanciák csoportosítása

1947-ben észleltek először erős, nagy gerjesztési energiájú széles rezonanciákat fotonukleáris reakciókban [1]. Ezek értelmezésére több makroszkopikus modell is született [2, 3]. A legjobbnak a tiszta dipólus-oszcilláció modellje bizonyult [4], amely szerint ezek a gerjesztések úgy jönnek létre, hogy az atommagot alkotó protonok, illetve neutronok egymással ellentett fázisban oszcillálnak (1. ábra, $\Delta L=1$, $\Delta T=1$ eset). Ebben a modellben az atommagot egy proton- és egy neutronfolyadék alkotja, amelyek egymáson át tudnak hatolni. Az oszcilláció során a protonfolyadék részben elmozdul a neutronfolyadékhoz képest, s így az atommagban lokálisan felborul a neutron-proton arány. Az oszcilláció potenciális energiája a kötési energia félempirikus formulájában szereplő szimmetriatag megnövekedéséből származik. Goldhaber és Teller modelljében [4] az egymáson áthatoló proton-, illetve neutronfolyadék megőrzi sűrűségét és eredeti gömb alakját, s így az oszcilláció során az atommag alakja és a nukleonok sűrűségeloszlása változik. Steinwedel és Jensen modelljében [5] az atommag mint egész megőrzi eredeti gömb alakját és nukleonsűrűség-eloszlását, a proton-, illetve a neutronfolyadék azonban az adott gömbön belül ellentett fázisú sűrűségoszcillációkat végez.

A rezonancia megfigyelt, mintegy 6–7 MeV szélességét más nukleáris szabadsági fokokhoz való csatolódás következményeképpen értelmezték. A csatolódás során a kollektív dipólusrezgés



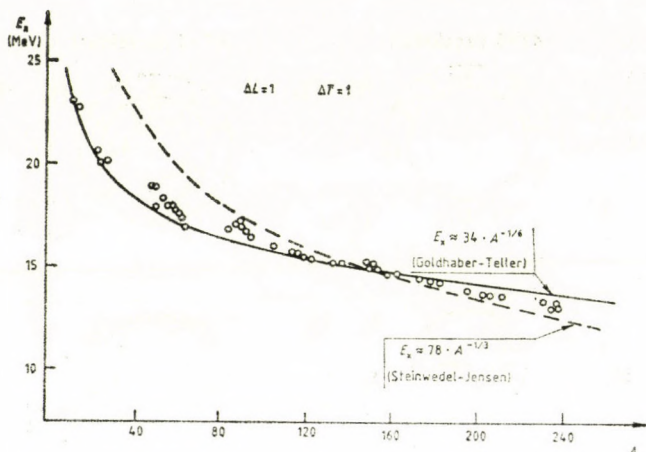
1. ábra. Óriásrezonanciák osztályozása makroszkopikus modelljük alapján. ΔL az átadott impulzusmomentumot jelenti \hbar egységekben, ΔT pedig a gerjesztés során bekövetkező izospinváltozást

energiája átadódik más típusú nukleáris gerjesztéseknek. Ez a vizsgált oszcilláció szempontjából energiadiSSIPációt jelent, ami a rezonanciagörbe kiszélesedéséhez vezet.

A Goldhaber—Teller-modell reprodukálni tudta a különböző atommagokban talált dipólus-óriásrezonanciák gerjesztési energiájának mért tömegszámfüggését is (2. ábra):

$$E_x = 34 \cdot A^{-1/6} \text{ MeV.} \quad (1)$$

Az egyszerű modell sikerei arra utaltak, hogy a modell a jelenleg lényeges vonását ragadja meg, azaz a dipólus-óriásrezonancia az atommagokat alkotó nukleonok korrelált, kollektív mozgása.



2. ábra. Dipólus-óriásrezonancia gerjesztési energiája a tömegszám függvényében. Összehasonlítás a kísérleti adatok és a Goldhaber—Teller-, illetve a Steinwedel—Jensen-modellek által adott becslések között

Kézenfekvő volt a feltételezés, hogy a dipólus-óriásrezonancia mellett további nagy energiájú, más multipolaritású kollektív gerjesztésekre is mód nyílik. Az 1. ábra a gerjesztéskor a magnak átadott impulzusmomentum (ΔL) és izospinváltozás (ΔT) szerint csoportosítja a lehetőségeket. Az impulzusmomentum-változás a magalak deformációjával van szoros kapcsolatban [6], míg az izospinváltozás a protonok és neutronok egyező ($\Delta T=0$), illetve ellentett fázisú ($\Delta T=1$) kollektív mozgását jellemzi. Az előbbieket az izoskalár, az utóbbiak az izovektor multipólus-óriásrezonanciák. A teljesség kedvéért megemlítjük, hogy ezeken kívül szokás még a nukleonfolyadék spinje szerint további $\Delta S=0$, illetve $\Delta S=1$ eseteket is megkülönböztetni aszerint, hogy a felfelé, illetve lefelé álló spinű nukleonok egyező, illetve ellentett fázisú mozgást végeznek-e. Ebben a dolgozatban főként páros-páros magok izoskalár monopólus- ($\Delta L=0$) és kvadrupólus- ($\Delta L=2$) óriásrezonanciájával foglalkozunk, a többi gerjesztési módust csak érintőlegesen említjük.

A számítástechnika mai állása mellett az elméleti magfizika nagyarányú fejlődésével az óriásrezonanciák sajátosságait ma már mikroszkopikus modellekkel is értelmezni tudjuk. Követni tudjuk gerjesztődésüket és le tudjuk írni szerkezetüket. A gyakorlatban azonban a kísérletek értelmezésére nagyon sokszor az egyszerűbben kezelhető és jóval kevesebb számítási munkát igénylő kollektív modellek is megfelelőek.

2.2. Multipólusoperátorok és összegszabályok

A klasszikus elektrodinamika szerint az elektromos multipólusgerjesztéseket egy $F=r^L Y_L^M$ alakú multipólustér hozza létre az atommag alapállapotából. (Itt $Y_L^M(\vartheta, \varphi)$ gömbfüggvényt jelöl.) A továbbiakban, ha külön nem hangsúlyozzuk az ellenkezőjét, az egyszerűség kedvéért $S=0$ és $T=0$ alapállapotú magokkal foglalkozunk. A létrehozott gerjesztést a T izospinnel, az L multipolaritással és a π paritással jellemezzük. Elektromos átmeneteknél $\pi=(-1)^L$. A megfelelő multipólusoperátorok egyrészeckeoperátorok összegeként állnak elő:

$$Q_{TLM} = \begin{cases} \sum_i r_i^L Y_L^M(\Omega_i), & \text{ha } T=0 \text{ (izoskalár);} \\ \sum_i \tau_{3i} r_i^L Y_L^M(\Omega_i), & \text{ha } T=1 \text{ (izovektor).} \end{cases} \quad (2)$$

Az összegezés az összes nukleonra vonatkozik. $\tau_{3i}=-1$ protonokra, és $\tau_{3i}=+1$ neutronokra.

Ezzel a definícióval az izoskalár monopólusoperátor nem jellemezhető, mert $L=0$ esetén (2) az egységoperátort adná, s ez nem vezetne gerjesztéshez. A monopólusgerjesztés operátorait megkapjuk, ha figyelembe vesszük, hogy a (2) kifejezések tulajdonképpen az elektromos átmeneteket létrehozó

$$\begin{aligned} & \frac{(2L+1)!!}{q^L(L+1)} \frac{\partial}{\partial r} (r j_L(qr)) Y_L^M \simeq \\ & \simeq r^L Y_L^M \left(1 - \frac{L+3}{2(L+1)(2L+3)} q^2 r^2 + \dots \right) \end{aligned} \quad (3)$$

kifejezés sorfejtés utáni első tagjai [6]. Monopólusgerjesztés esetén a sorfejtés első tagja a fentiek szerint nem ad átmenetet. A második tag r^2 -tel arányos, így a monopólusgerjesztés operátorai az első el nem tűnő rendben:

$$Q_{T00} = \begin{cases} \sum_i r_i^2, & \text{ha } T = 0 \text{ (izoskalár);} \\ \sum_i \tau_{3i} r_i^2, & \text{ha } T = 1 \text{ (izovektor).} \end{cases} \quad (4)$$

A (2)-ben, illetve (4)-ben bevezetett operátorok hatása protonokra és neutronokra abszolút értékben egyenlő.

Az elektromágneses Coulomb-gerjesztés csak a protonokra hat, így nem jellemezhető sem a $T=0$ -hoz, sem a $T=-1$ -hez tartozó operátorokkal. Jelöljük ezt az operátort Q_{pLM} -mel, és jegyezzük meg, hogy itt p nem változó, hanem csak egy jelölő index. Nyilván

$$Q_{pLM} = \frac{1}{2} (Q_{0LM} - Q_{1LM}) \equiv \frac{1}{2} \sum_i (1 - \tau_{3i}) r_i^2 Y_L^M(\Omega_i). \quad (5)$$

Ez a kifejezés a csak protonokra ható elektromágneses Coulomb-gerjesztés multipólusoperátorát állítja elő, hiszen hatása a neutronokra eltűnik. A (2)-ben és (4)-ben definiált operátorok ezzel szemben jó közelítéssel alkalmazhatók izoskalár hadronok rugalmatlan szórásakor a szóródó részecskék és az atommagot alkotó nukleonok közötti kölcsönhatás leírására [7].

Tekintsünk egy páros-páros magot alapállapotban: $|0, 00\rangle$. Egy $\langle f, LM|$ végállapothoz a $Q_{\lambda LM}$ operátorral történő gerjesztés redukált átmeneti valószínűsége:

$$B(\lambda, L, 0 \rightarrow f) = \sum |\langle f, LM | Q_{\lambda LM} | 0, 00 \rangle|^2. \quad (6)$$

Itt λ kétféle lehet: $\lambda=T$ esetén a korábbi izoskalár, illetve izovektor operátorokról van szó, $\lambda=p$ esetén pedig Q_{pLM} -re gondoljunk. Ezért (6) $\lambda=p$ esetén a jól ismert elektromágneses $B(EL)$ értékeket adja:

$$B(EL, 0 \rightarrow f) = e^2 B(p, L, 0 \rightarrow f). \quad (7)$$

A $|0,00\rangle$ alapállapotból a $Q_{\lambda LM}$ operátor általában olyan állapotot hoz létre, amely a mag Hamilton-operátorának nem sajátállapota. Ha $\langle f, LM|$ a mag egy sajátállapota, akkor $\langle f, LM|Q|0,00\rangle$ éppen az operátor által az alapállapotból létrehozott állapotnak az $\langle f, LM|$ állapotra eső „vetületét” adja. Az összes $\langle f, LM|$ állapot ortonormált, teljes rendszert alkot. Ezért, ha a $Q_{\lambda LM}|0,00\rangle$ állapot normálható, azaz

$$\langle 0, 00| Q_{\lambda LM}^+ Q_{\lambda LM} |0, 00\rangle = S_{\lambda LM} < \infty, \quad (8)$$

akkor

$$\sum_f B(\lambda, 0 \rightarrow f) = \sum_f |\langle f, LM| Q_{\lambda LM} |0, 00\rangle|^2 = \sum_M S_{\lambda LM} < \infty, \quad (9)$$

hiszen kihasználva az $\langle f, LM|$ állapotok teljességi relációját:

$$\begin{aligned} & \sum_M \langle 0, 00| Q_{\lambda LM}^+ Q_{\lambda LM} |0, 00\rangle = \\ & = \sum_{f, M} \langle 0, 00| Q_{\lambda LM}^+ |f, LM\rangle \langle f, LM| Q_{\lambda LM} |0, 00\rangle = \\ & = \sum_{f, M} |\langle f, LM| Q |0, 00\rangle|^2. \end{aligned} \quad (10)$$

A (9) képlet azt a tényt fejezi ki, hogy adott operátorral az alapállapotból az összes lehetséges gerjesztett állapotba történő átmenet összegezett valószínűsége véges, konstans érték. Speciális esetben, ha a $Q_{\lambda LM}|0,00\rangle$ állapot éppen megegyezik az egyik $|f, LM\rangle$ állapottal, akkor az összegben egyetlen tag ad járulékot. Ilyenkor azt mondjuk, hogy az adott $|f, LM\rangle$ állapot 100%-ban kimeríti az összegszabályt. Mint látni fogjuk, az ilyen ideális állapotot megközelítő gerjesztéseket azonosíthatjuk az óriásrezonanciákkal. A másik szélső lehetőség az, hogy a gerjesztés nagyon sok $|f, LM\rangle$ állapotra fragmentálódik, s ekkor egy-egy kiszemelt végállapotba történő gerjesztés erőssége az összegszabály által megszabott korlátnak csak igen kis százaléka lesz.

A gyakorlatban a (9) által meghatározott összegszabálynál sokkal fontosabb az energiasúlyozott összegszabály (angolul: Energy

Weighted Sum Rule, vagy EWSR):

$$S(\lambda, L) \equiv \sum_f (E_f - E_0) B(\lambda, L, 0 \rightarrow f). \quad (11)$$

Jelentősége abban áll, hogy nagyon általános feltételek mellett $S(\lambda, L)$ értéke Q izoskalár egyrészecske-operátorokra modell-függetlenül kiszámítható. A számítás gondolatmenetét csak vázoljuk, a részletekre vonatkozóan az irodalomra utalunk [6, 8].

Legyen H a rendszer Hamilton-operátora, és legyen $H|0\rangle = E_0|0\rangle$, és $H|f\rangle = E_f|f\rangle$, ahol $|0\rangle$ és az összes lehetséges $|f\rangle$ teljes ortonormált rendszert alkot. Legyen Q valós (hermitikus) operátor. Ekkor

$$\begin{aligned} (E_f - E_0) |\langle f|Q|0\rangle|^2 &= \\ &= \frac{1}{2} (\langle 0|[Q, H]|f\rangle \langle f|Q|0\rangle + \langle f|[H, Q]|0\rangle \langle 0|Q|f\rangle), \end{aligned} \quad (12)$$

s ezzel az energiasúlyozott összegszabály:

$$S(Q) = \sum_f (E_f - E_0) |\langle f|Q|0\rangle|^2 = \frac{1}{2} \langle 0|[[Q, H], Q]|0\rangle. \quad (13)$$

A kifejezésben csak az alapállapot szerepel, továbbá a rendszer Hamilton-operátorának és a gerjesztő Q operátornak egy kettős kommutátora. Az izoskalár ($T=0$) (2) és (4) multipólusoperátorok esetén a kommutátorok kiszámítása nagyon leegyszerűsödik, mivel Q_{0LM} csak a térkoordinátáktól függ. Ha a Hamilton-operátorban lévő potenciál nem tartalmaz explicit sebességfüggő (nem lokális) tagokat, akkor a kommutátorokba csak az ismert kinetikus energia ad járulékot, s így az összegszabály

$$S(Q) = \langle 0| \sum_i \frac{\hbar^2}{2m_i} [\nabla_i, Q(r_i)]^2 |0\rangle \quad (14)$$

alakba írható. Ebből (2), illetve (4) alapján az izoskalár energiasúlyozott összegszabály értéke a kommutátor kiértékelésével kiszámítható:

$$S(T=0, L \geq 2) = \frac{\hbar^2}{8\pi m} L(2L+1)^2 A \langle r^{2L-2} \rangle, \quad (15)$$

illetve

$$S(T=0, L=0) = \frac{2\hbar^2}{m} A \langle r^2 \rangle \quad (16)$$

adódik, ahol

$$\langle r^{2L-2} \rangle \equiv \langle 0 | r^{2L-2} | 0 \rangle \quad (17)$$

az alapállapotú anyageloszlás $(2L-2)$ -edik momentuma. Különösen jelentős, hogy a fenti feltételek mellett $S(Q)$ csak az alapállapotú momentumoktól függ, hiszen ezek a különböző szórás-kísérletek eredményeképpen igen jól ismertek. Ezért is neveztük $S(\lambda, L)$ -et modellfüggetlennek, hiszen meghatározásához sem a gerjesztett állapot ismeretére, sem a Hamilton-operátorban szereplő potenciális energia pontos ismeretére nincs szükség.

Izovektor gerjesztésekre a fenti gondolatmenet ugyanúgy végigvihető, azzal a további feltételezéssel, hogy a mag Hamilton-operátora a τ_3 operátorral felcserélhető, azaz H nem tartalmaz töltésszűrő tagokat.

Elektromágneses átmenetekre hasonló összesszabályok érvényesek:

$$S(EL) = \sum_f (E_f - E_0) B(EL, 0 \rightarrow f) = \frac{\hbar^2}{8\pi m} L(2L+1)^2 Z e^2 \langle r_p^{2L-2} \rangle. \quad (18)$$

Itt most $\langle r_p^{2L-2} \rangle$ a protonok alapállapotú eloszlásának $(2L-2)$ -edik momentuma. Az elektromágneses multipólusoperátor (5) előállításából következően $S(EL)$ tartalmaz izovektor és izoskalár erősséget is, sőt a kettős kommutátor nemlinearitása miatt vegyes, „interferenciatagokat” is. Ezért egy kiválasztott, egyedi gerjesztés szempontjából nem túl jól használható. A (18) összesszabály izoskalár és izovektor részekre történő szétbontásához az összes résztvevő $|f\rangle$ végállapot izospinjét ismerni kellene. Könnyű, $N=Z$ magoknál alapállapotban $T=T_z=0$, s így az adott multipólusoperátorral létrehozható állapotok izospinje ismert. Ebből következően a (18) összesszabály két egyenlő nagyságú részből tevő-

dik össze:

$$S(\text{EL})_{\Delta T=0} = S(\text{EL})_{\Delta T=1} = \frac{1}{2} S(\text{EL}). \quad (19)$$

Azokra a (nehezebb) magokra, ahol $N \neq Z$, s így $T \neq 0$ ilyen következtetések általában nem vonhatók le. Nathant és Nilssont követve [9] be lehet vezetni egy „kollektív, izoskalár” elektromágneses összegszabályt abból kiindulva, hogy extrém kollektív izoskalár gerjesztéseknél a protonok és a neutronok azonos fázisban együtt mozognak, és így minden részecske külön-külön Ze/A töltést hordoz. Ezért (7) analógiájára

$$B(\text{EL})_{\Delta T=0} \cong \left(\frac{Ze}{A} \right)^2 B(T=0, L). \quad (20)$$

A (18) összefüggés segítségével azt kapjuk, hogy

$$S(\text{EL})_{\Delta T=0} = \frac{Z}{A} S(\text{EL}). \quad (21)$$

A modell jellegéből adódóan a töltés- és tömegeloszlást azonosnak tekintjük, és nem lép fel interferencia az izovektor és izoskalár gerjesztések között. Így adódik, hogy

$$S(\text{EL})_{\Delta T=1} = S(\text{EL}) - S(\text{EL})_{\Delta T=0} = \frac{N}{A} S(\text{EL}). \quad (22)$$

Az összegszabályok ismerete lehetővé teszi, hogy az atommagok egy-egy kísérletileg megfigyelt, adott multipolaritású gerjesztésének erősségét összehasonlítsuk a megfelelő összegszabály adta felső korláttal. Magspektroszkópiai mérésekből a páros-páros magok alacsonyán fekvő állapotai, s azok spinje és paritása is jól ismert. Ha speciálisan az alacsonyán fekvő 2^+ és 0^+ gerjesztésekre végezzük el az összehasonlítást, kiderül, hogy ezek csupán a megfelelő összegszabályok néhány százalékát hordozzák [9]. A (2), illetve (4) operátorokkal az alapállapotból gerjeszthető állapotok túlnyomó többségét máshol kell keresnünk. Óriásrezonanciának az

atommagok kísérletileg talált olyan gerjesztéseit fogjuk tekinteni, amelyeknél az adott multipolaritáshoz tartozó összegszabály jelentős része egy viszonylag szűk gerjesztési energia környezetébe koncentrálódik.

2.3. Az óriásrezonanciák „klasszikus” modelljei

2.3.1. Makroszkopikus modell

(Az izoskalár monopólusgerjesztés példáján)

Ebben a szakaszban az izoskalár monopólusoszcilláció skálamodelljének példáján bemutatjuk a makroszkopikus modellek megközelítési módját.

Izoskalár gerjesztésről lévén szó, nem különböztetjük meg a protonokat és a neutronokat, s így az atommagot A számú nukleont tartalmazó, maganyagból álló cseppnek tekintjük. Először egy ilyen csepp teljesen klasszikus gömbszimmetrikus (E0) oszcillációját vizsgáljuk, s a kvantummechanikára csak a végén, a szokásos oszcillátorkvantálási eljárással térünk át.

Gömbszimmetrikus esetről lévén szó, minden kinematikai és dinamikai mennyiség csak a sugár abszolút értékétől függ. Legyen a csepp egyensúlyi sűrűségeloszlása $\varrho_0(r)$. A monopólusoszcilláció skálamodelljének alapfeltevése, hogy a deformáció során a mag sűrűségeloszlásának alakja nem változik (egyenletes kompresszió), a lineáris méretek változását pedig egy $e^{\beta(t)}$ időtől függő skálafüggvénnyel vesszük figyelembe:

$$\varrho(r, t) = e^{3\beta(t)} \varrho_0(re^{\beta(t)}). \quad (23)$$

Az $e^{3\beta}$ szorzótényező a kompresszió során a térfogatcsökkenésből származó sűrűségnövekedést veszi figyelembe az anyagmegmaradás alapján:

$$4\pi \int_0^\infty \varrho(r, t) r^2 dr = 4\pi \int_0^\infty \varrho_0(r) r^2 dr = A. \quad (24)$$

A rezgés során a nukleonfolyadék kielégíti a kontinuitási egyenletet:

$$\frac{\partial \varrho(r, t)}{\partial t} + \operatorname{div}(\varrho(r, t) \mathbf{v}(r, t)) = 0. \quad (25)$$

Figyelembe véve a gömbszimmetriát, és $\varrho(r, t)$ (23)-beli alakját, azt kapjuk, hogy

$$\begin{aligned} v_r(r, t) &= -r\dot{\beta}(t), \\ v_\varphi &= v_\theta = 0. \end{aligned} \quad (26)$$

Ezt a (25) összefüggésbe helyettesítve

$$\frac{\partial \varrho(r, t)}{\partial t} = \dot{\beta} \operatorname{div}(\mathbf{r}\varrho(r, t)) = \dot{\beta} \left(3\varrho + r \frac{\partial \varrho}{\partial r} \right) \quad (27)$$

adódik. Mivel $\dot{\beta}$ csak az időtől függ, a sűrűségváltozás térfüggő részét a zárójelben lévő kifejezés tartalmazza. Ez szabja meg az oszcilláció során a mag sűrűségváltozásának alakját, miközben a csepp alapállapotból deformált állapotba megy át. Ezért ezt a gerjesztés makroszkopikus átmeneti sűrűségének (sűrűségperturbáció, angolul: transition density) nevezzük. Az oszcilláció kinetikus energiája:

$$T = 4\pi \int_0^\infty \frac{1}{2} m \varrho v^2 r^2 dr = \frac{1}{2} m \dot{\beta}^2 \cdot 4\pi \int_0^\infty \varrho(r, t) r^4 dr. \quad (28)$$

Vezessük be az adott sűrűségeloszlásra vonatkozó négyzetes közezsugár fogalmát:

$$R_{\text{rms}}^2(t) \equiv \langle r^2 \rangle_\varrho = \frac{1}{A} 4\pi \int_0^\infty \varrho(r, t) r^4 dr. \quad (29)$$

Ezzel

$$T = \frac{1}{2} m A \dot{\beta}^2 R_{\text{rms}}^2(t) = \frac{1}{2} A m \dot{R}_{\text{rms}}^2. \quad (30)$$

A második egyenlőséget (29) idő szerinti differenciálása után (27)-be történő behelyettesítéssel és parciális integrálással igazolhatjuk. A monopóluskompressziót leíró dinamikai változó tehát a

négyszetes középsugár R_{rms} , illetve annak az egyensúlyi helyzettől való eltérése. A potenciális energiát is ennek függvényében írjuk le. (A továbbiakban az rms indexet az egyszerűbb írásmód kedvéért elhagyjuk.) Egyensúlyi állapotban a mag deformációs potenciális energiájának első deriváltjai eltűnnek. Az energiaskála nullpontjának megfelelő megválasztásával a deformáció potenciális energiája harmonikus közelítésben:

$$V(R) = \frac{1}{2} AK \frac{(R - R_0)^2}{R_0^2}. \quad (31)$$

Itt

$$K = R_0^2 \left. \frac{\partial^2 (E/A)}{\partial R^2} \right|_{R=R_0} \quad (32)$$

a nukleonfolyadék kompresszibilitása. Bevezetve az $\alpha = R(t) - R_0$ mennyiséget, az oszcilláció teljes energiája

$$E = \frac{1}{2} A m \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} \frac{AK}{R_0^2} \alpha^2 \quad (33)$$

alakú. A rezgés frekvenciája tehát

$$\Omega = \sqrt{\frac{K}{m R_0^2}} = \frac{1}{R_0} \sqrt{\frac{K}{m}}. \quad (34)$$

A megszokott módon kvantálva a (33) energiakifejezésben szereplő mennyiségeket, a monopóluskompressziós rezgés gerjesztési energiájára

$$E_x = \hbar \Omega = \frac{\hbar}{R_0} \sqrt{\frac{K}{m}} = \frac{\hbar}{r_0} \sqrt{\frac{K}{m}} A^{-1/3} \quad (35)$$

adódik.

A fentiek alapján a monopólus-óriásrezonancia vizsgálata a maganyag kompresszibilitására ad felvilágosítást. Ez olyan mennyiség, amelyre vonatkozóan eddig csak közvetett információink voltak, többnyire az atommagok felületi diffúziójának, illetve a magsugár szisztematikájának finomabb eltéréseiből levezethetően [10, 11, 12, 13, 14, 15].

A magasabb multipolaritású oszcillációknál a makroszkopikus modell szerint elsősorban a mag alakja változik. A maghoz rögzített koordináta-rendszerben a magfelület a megfelelő multipolaritású gömbfüggvény szerint oszcillál, s ilyenkor a maganyag kompressziójától eltekintünk. A rezgést egy összenyomhatatlan folyadékcsepp alakoszcillációjának alapján írjuk le [6]. Ma már vannak kísérleti eredmények magasabb multipolaritású kompressziós rezgésekre is, amikor az alak és a sűrűség együttesen változik [16].

A fent vázolthoz hasonló makroszkopikus, illetve félklasszikus modellek használatának jogosságát sokan vitatják, a gyakorlatban azonban a belőlük levont következtetések meglepően jól leírják a kísérleti eredmények általános tulajdonságait. A magyarázat valószínűleg az óriásrezonanciák erősen kollektív természetében rejlik, amikor az egyes nukleonok mozgása a koherens gerjesztés miatt már nem tekinthető egyértelműen „függetlennek”, s így az összecsatolódás miatt a független részecske szabadsági fokok száma nagymértékben lecsökken. Ilyenkor a néhány kollektív változó a jelenség közös, általános tulajdonságait jól meg tudja ragadni. Az általános tulajdonságok egyedi megjelenésének értelmezéséhez azonban feltétlenül a mikroszkopikus modellekhez kell folyamodnunk.

2.3.2. Mikroszkopikus modell

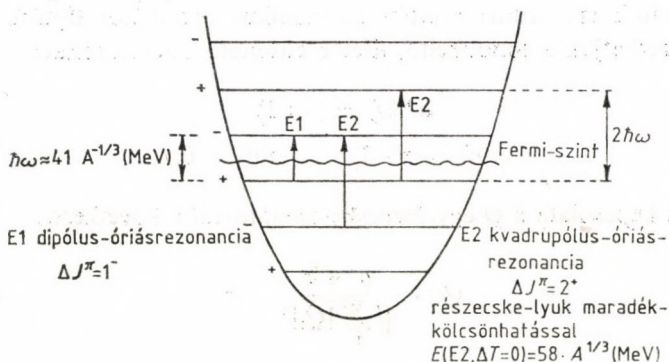
2.3.2.1. Egyrészecske harmonikus oszcillátor

Az előzőekből az óriásrezonanciák leírására két, egymásnak látszólag ellentmondó kép tűnik ki. Használhatjuk egyrészt a makroszkopikus, hidrodinamikai képet, amely a mag sűrűségeloszlásának ingadozásaként írja le a rezonanciákat, de lehetséges egy mikroszkopikus megközelítés is, amely a nukleonok kölcsönhatásából kiindulva a Hamilton-operátor adott multipolaritású sajátállapotainak korrelált gerjesztődésével magyarázza a megfigyelt

erősségkoncentrációt. A két kép egyesítéséből született meg az egyesített modell [17, 18], amelyben önkonzisztens módon az átlagos egyrészecske-potenciál vibrációja és a vibráló potenciál-terben mozgó részecskék kölcsönösen meghatározzák egymás mozgását.

A következőkben vázolt, Bohrtól és Mottelsontól [6] származó gondolatmenet ugyan nem a nukleon-nukleon kölcsönhatásból kiinduló „ab initio” mikroszkopikus leírás, mégis a kollektív mozgás és az egyrészecske szabadsági fokok közötti kapcsolat legfontosabb vonásait jól adja vissza.

Az egyszerűség kedvéért tekintsük az oszcillátor-héjmodellt, amelyben az egyes héjak egymástól $\hbar\omega_0 \sim 41 \cdot A^{-1/3}$ távolságban vannak (3. ábra). Zárt héjú magoknál csak főhéjak között vannak részecskeátmenetek. Nem lezárt héjaknál lehetséges a héjon belüli gerjesztés is, amit $0\hbar\omega_0$ -val jelölünk. A $|0\rangle$ alapállapotból a (2) szerinti multipólusoperátorok első rendben részecske-lyuk gerjesztéseket hoznak létre. Figyelembe véve az oszcillátor-héjállapotok között bekövetkező átmenetek kiválasztási szabályait, az adódik, hogy L impulzusmomentumú gerjesztéshez csak olyan át-



3. ábra. Óriásrezonanciák gerjesztésének mikroszkopikus, harmonikus oszcillátor modellje

menetek adhatnak járulékot, amelyekre teljesül a

$$\Delta N \leq L, \quad \text{és} \quad (-1)^{\Delta N} = (-1)^L, \quad \text{ha } L \geq 1, \\ \Delta N = 0, 2, \quad \text{ha } L = 0 \quad (36)$$

feltétel. Itt ΔN az átugrott héjak száma.

Legyen $|f\rangle$ az ortonormált részecske-lyuk állapotok adott ΔN -hez tartozó teljes rendszere. Ekkor az a normált sajátfüggvény, amelyet egy Q operátor az alapállapotból kelt, a következőképpen írható:

$$|1\rangle = \frac{Q|0\rangle}{\sqrt{\sum_f |Q_f|^2}}, \quad (37)$$

ahol $Q_f = \langle f|Q|0\rangle$. A harmonikus oszcillátor energiahéjai elfajultak, így adott ΔN esetén mindegyik $|g\rangle$ állapot ugyanolyan energiájú gerjesztésnek felel meg. Ezért ezek bármilyen lineáris kombinációja is a rendszer Hamilton-operátorának sajátállapota. Erre a sajátállapotra ismét alkalmazva a Q operátort, újabb ΔN héjú gerjesztéseket kapunk, amelyek energiában ugyanannyival fekszenek magasabban az $|1\rangle$ állapot felett, mint az $|1\rangle$ állapot a $|0\rangle$ állapot felett. Más szóval, a Q operátor által keltett állapotok spektruma szintén harmonikus oszcillátor típusú, így bevezethetjük a fononkeltő, illetve eltüntető operátorokat:

$$a^+|n\rangle = |n+1\rangle, \\ a|n\rangle = |n-1\rangle, \quad a|0\rangle = 0. \quad (38)$$

Ezek kapcsolata a Q egyrészecske-operátorral a következő:

$$Q = \frac{a^+ + a}{\sqrt{\sum_f |Q_f|^2}} = \alpha. \quad (39)$$

A harmonikus oszcillátor általános tárgyalásánál használt formalizmus alapján felismerjük, hogy α az oszcilláció általános

koordinátája, s így azonnal felírhatjuk a kollektív rezgés Hamilton-operátorát:

$$H = \frac{1}{2} C \alpha^2 + \frac{1}{2} D \dot{\alpha}^2. \quad (40)$$

Izskalár monopólus- és kvadrupólusgerjesztéseknél (35) szerint csak $\Delta N=0$ vagy $\Delta N=2$ lehetséges. A $\Delta N=0$ átmeneteket az alacsony energiájú kollektív állapotokhoz rendeljük, amelyek azonban a kísérletek szerint az összszabálynak csak egy kis hányadát merítik ki. Az összszabály jelentős részét tehát a $\Delta N=2$ átmenetek tartalmazzák. A $\Delta N=0$ átmenetekből származó erősségeket elhanyagolva feltételezzük, hogy a magasabb energiájú állapotok teljes egészében kimerítik az összszabályt, azaz (13)-ban az összeg csak egyetlen tagból áll, amelyben $E_f - E_0 = 2\hbar\omega_0$. Így

$$S(Q) = 2\hbar\omega_0 \langle 1 | Q | 0 \rangle^2 = 2\hbar\omega_0 \sum_f |Q_f|^2, \quad (41)$$

ezért

$$\sum_f |Q_f|^2 = \frac{S(Q)}{2\hbar\omega_0}. \quad (42)$$

A (40) Hamilton-operátorral leírt rezgés sajátfrekvenciája:

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{C}{D}}. \quad (43)$$

A (39) kifejezésben a keltő és eltüntető operátorok előtt álló együttható kifejezhető a harmonikus oszcillátor általános kvantummechanikája szerint a (40)-ben szereplő C és D állandókkal, és a sajátfrekvenciával:

$$\sqrt{\sum_f |Q_f|^2} = \frac{\hbar\Omega_0}{2C} = \frac{\hbar}{2D\omega_0} = \frac{\hbar^2}{4CD}. \quad (44)$$

Így (42), (43) és (44) alapján

$$C = 2 \frac{(\hbar\omega_0)^2}{S(Q)}, \quad D = \frac{\hbar^2}{2S(Q)}, \quad \Omega_0 = 2\omega_0. \quad (45)$$

Ezzel megmutattuk, hogy a harmonikus oszcillátor modellben több részecske-lyuk gerjesztés szuperpozíciója hogyan vezet újabb kollektív oszcillációs jelenséghez. Megemlítjük még, hogy Brink [19] dipólusoszcilláció esetére explicit módon is kimutatta, hogy sok elfajult részecske-lyuk gerjesztés koherens szuperpozíciója hogyan hoz létre kollektív rezgési módust.

2.3.2.2. Egyrészecske-mozgás és kollektív rezgés csatolódása (Rezgó potenciálmodell)

Kvadrupólus-óriásrezonancia esetén a fenti egyszerű modell $2\hbar\omega_0 = 82 \cdot A^{-1/3}$ MeV gerjesztési energiát szolgáltat. A kísérletileg megfigyelt energia ennél jóval kisebb, mintegy $61 \cdot A^{-1/3}$ MeV. Ezt többféle modellel is értelmezhetjük. Az egyik lehetőség az, hogy mikroszkopikusan figyelembe vesszük a részecske-lyuk maradék-kölcsönhatást. Ennek a tárgyalásnak egy jó összefoglalását adja Csernai és Lovas [20, 21]

Bohrt és Mottelsont követve mi a továbbiakban az egyrészecske-mozgás és a kollektív mozgás összecsatolódásának hatását vizsgáljuk az izoskalár kvadrupólus-óriásrezonancia esetére. A (40) egyenlet alapján létrejött harmonikus rezgés a részecskesűrűség eloszlásában változást okoz, amelyet hengerszimmetria esetén a maghoz rögzített koordináta-rendszerben általában a

$$\varrho(\mathbf{r}) = \varrho_0(\mathbf{r}) + \alpha f(r) Y_L^0(\Omega) \equiv \varrho_0 + \alpha \delta \varrho \quad (46)$$

összefüggéssel írhatunk le. Feltételezzük, hogy $|\alpha \delta \varrho| \ll |\varrho_0|$ mindenütt. A sűrűségváltozás alakját az átmenet során $\delta \varrho$ írja le, s így a gerjesztés átmeneti sűrűségének (transition density) nevezzük. A részecskék hozzájárulnak a létrehozott egyensúlyi — harmonikusnak feltételezett — átlagpotenciálhoz, így a részecskeeloszlás változásával a potenciál is változni fog. Ez visszahat az egyes részecskék potenciális energiáira, illetve hullámfüggvényeire, s ezeken keresztül a sűrűségeloszlásra. A kölcsönhatás eredményeképpen olyan ál-

lapot jön létre, amelynek energiája és egyéb jellemzői különböznek a perturbálatlan oszcillátorállapotokból fentebb levezetett kollektív rezgés jellemzőitől. Ezt követjük nyomon — egyszerűsítő feltételezések mellett — az alábbiakban. Feltesszük, hogy a nukleonok kölcsönhatásának legjelentősebb járulékát rövid hatótávolságú és sűrűségfüggetlen erők adják, így a potenciál csak a lokális nukleonsűrűségtől függ. Ennek a függvénynek is csak az első tagját tartjuk meg, azaz a sűrűséget és a potenciált egymással egyenesen arányosnak vesszük. A (46) összefüggés alapján az átlagpotenciál deformációja:

$$V(\mathbf{r}) = V_0(\mathbf{r}) + \frac{V_0(\mathbf{r})}{\rho_0(\mathbf{r})} \alpha f(r) Y_L^0(\Omega) = V_0 + \delta V. \quad (47)$$

A második tag csatolást hoz létre az α -val jellemzett kollektív mozgás és az egyrészcseke-mozgások között. Feltesszük továbbá, hogy a sűrűségoperátor mátrixeleme az alap- és a gerjesztett állapot között kapcsolatba hozható a kollektív koordináta mátrixelemével, amely az előbbi közepes négyzetes várható értékét adja, azaz

$$\langle 1 | \hat{Q} | 0 \rangle = \delta_Q \langle 1 | \alpha | 0 \rangle = \delta_Q \langle 1 | Q | 0 \rangle. \quad (48)$$

Ez utóbbinál közvetlenül felhasználtuk a (39) összefüggést. Bevezetve az átmenetisűrűség-operátort, a Q operátorra vonatkozó összegszabály általánosítható [22]:

$$\sum_f (E_f - E_0) \langle f | \hat{Q} | 0 \rangle \langle f | Q_{0LM} | 0 \rangle = -\frac{\hbar^2}{2m} L r^{L-1} \frac{d\rho_0}{dr} Y_L^0(\Omega). \quad (49)$$

Ebből $E_f - E_0 = 2\hbar\omega_0$ és (48) felhasználásával

$$2\hbar\omega_0 \langle 1 | Q | 0 \rangle^2 \delta_Q = -\frac{\hbar^2}{2m} L r^{L-1} \frac{d\rho_0}{dr} Y_L^0(\Omega) \quad (50)$$

adódik. Figyelembe véve még a (42) összefüggést is azt kapjuk, hogy

$$\delta_Q = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{S(Q)} L r^{L-1} \frac{d\rho_0}{dr} Y_L^0(\Omega). \quad (51)$$

Ebből a (46) formulával történő közvetlen összehasonlítás alapján

$$f(r) = -\frac{\hbar^2}{2mS(Q)} Lr^{L-1} \frac{d\varrho_0}{dr} \quad (52)$$

kapható a sűrűségdeformáció radiális részére. Az ehhez tartozó potenciálváltozást (47)-be történő behelyettesítéssel kapjuk, miközben figyelembe vesszük, hogy a potenciál és a sűrűség szoros összecsatlódása miatt

$$\frac{V_0(r)}{\varrho_0(r)} = \text{konstans}, \quad (53)$$

s így

$$\frac{V_0}{\varrho_0} \frac{d\varrho_0}{dr} = \frac{dV_0}{dr}, \quad (54)$$

azaz

$$V(r) = V_0(r) - \alpha \frac{\hbar^2}{2mS(Q)} Lr^{L-1} \frac{dV_0}{dr} Y_L^0(\Omega), \quad (55)$$

illetve $V_0 = \frac{1}{2} mr^2 \omega_0^2$ felhasználásával

$$V(r) = V_0(r) - \alpha \frac{\hbar^2 \omega_0^2}{2S(Q)} Lr^L Y_L^0(\Omega). \quad (56)$$

Így megkaptuk a kollektív és egyrészecske szabadsági fokok összecsatlódásából keletkező potenciális energia járulékát a rendszer Hamilton-operátorához:

$$H' = \frac{1}{2} \kappa_L \alpha \sum_i r_i^L Y_L^0 \equiv \frac{1}{2} \kappa_L \alpha^2, \quad (57)$$

ahol

$$\kappa_L = -\frac{\hbar^2 \omega_0^2}{2S(Q)} L. \quad (58)$$

Tehát a (40) egyenlet így módosul:

$$H = \frac{1}{2} (C + \kappa_L) \alpha^2 + \frac{1}{2} D \dot{\alpha}^2. \quad (59)$$

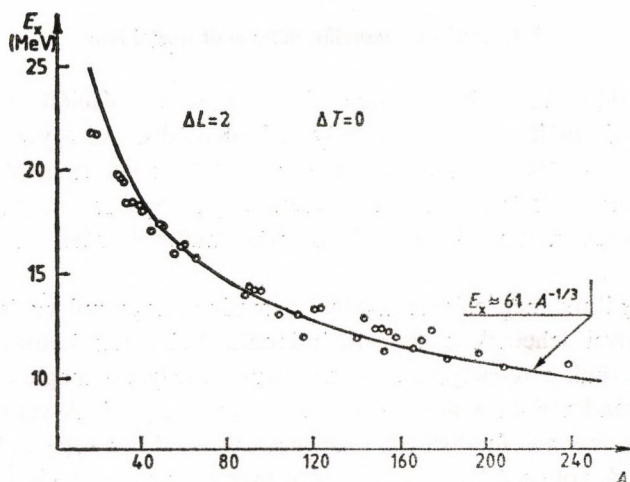
Kvadrupólusoszcilláció esetén azonban (45) alapján

$$\kappa_L = -\frac{\hbar^2 \omega_0^3}{2S(Q)} L = -\frac{C}{2}, \quad (60)$$

s ezzel a módosult energia:

$$E_x = \hbar \Omega = \hbar \sqrt{\frac{C + \kappa_L}{D}} = \sqrt{2} \hbar \omega_0 \simeq 58 \cdot A^{-1/3} \quad (\text{MeV}). \quad (61)$$

Tekintve az alkalmazott közelítéseket s a modell egyszerűségét meglepő, hogy a modell milyen jól visszaadja a megfigyelt $E_x \sim 61 \cdot A^{-1/3}$ gerjesztési energiákat (4. ábra).



4. ábra. Kvadrupólus-óriásrezonancia gerjesztési energiája a tömegszám függvényében. Az ábrán lévő görbe a mért pontokra illesztett empirikus összefüggés menetét ábrázolja

A fenti levezetés ilyen formában csak kvadrupólusgerjesztés esetén alkalmazható, bár kézenfekvő ehhez hasonló módon tárgyalni a $2\hbar\omega_0, L=0$ gerjesztést is [23]. A levezetésnél csak rövid hatótávolságú, sűrűségfüggetlen magerőket használtunk. A mag

kompresszióját leíró monopólusrezgés leírásához azonban kifejezetten figyelembe kell venni a magerők telítési jellegét [24]. Ennek a megjegyzésnek a figyelembévételével az izoskalár monopólusgerjesztés energiájára $E_x \sim 75 \cdot A^{-1/3}$ MeV adódik [24].

Hasonlóan lehet az izovektor gerjesztéseket is végigszámolni. Míg az izoskalár gerjesztések κ_L értéke minden $L > 1$ esetén negatív érték, s ez a rezgés energiájának csökkentéséhez vezet, izovektor esetben κ_L értéke pozitívnak adódik, amely a várt $\Delta N \hbar \omega_0$ energiaértéktől a nagyobb energiák felé tolja el a rezonanciát [25, 26].

2.3.3. Óriásrezonanciák deformált magokban

Az eddigiekben gömbszimmetrikus magok oszcillációit vizsgáltuk. Deformált magokban a helyzet bonyolódik. Az egyszerűség kedvéért szorítkozzunk csak hengerszimmetrikus deformációkra és a kvadrupólus-óriásrezonancia esetére páros-páros magokban. Gondolatmenetünk kiterjeszthető más multipolaritású oszcillációkra is.

Vizsgáljuk meg először kvalitatív módon, hogy milyen következményei lehetnek a deformáltságnak. Válasszuk koordináta-rendszerünk z tengelyének azt az irányt, amelyet a maghoz rögzített rendszerben a mag szimmetriatengelye kijelöl. A gerjesztés során a magnak átadott impulzusmomentum ehhez képest különböző irányokba állhat. Az impulzusmomentum z tengelyre való vetületének jellemzésére vezessük be a K kvantumszámot. $L=2$ esetén természetesen $K=0, \pm 1$ és ± 2 lehet. A gömbszimmetria megsérülése miatt a különböző beállások nem lesznek ekvivalensek, s így deformált magokban az óriásrezonancia energiája felhasad.

Legyen az ellipszoid alakú mag z tengely irányú kistengelyének fele R_z , a nagytengelyének fele pedig $R_x = R_y$. Kis deformációk esetén R_x , illetve R_z a következőképpen kapható a deformálatlan

mag R_0 sugarából:

$$R_x = R_0 \left(1 - \frac{\delta}{3}\right), \quad R_z = R_0 \left(1 + \frac{2}{3}\delta\right). \quad (62)$$

δ -ban első rendig ez a deformáció térfogatörző. A δ paramétert a mag deformációs paraméterének nevezzük:

$$\delta = \frac{R_z - R_x}{R_0}. \quad (63)$$

Ezzel a parametrizálással a deformált mag négyzetes középsugara δ -ban első rendig állandó marad, kvadrupólusmomentuma pedig a következőképpen fejezhető ki:

$$Q_0 = \sqrt{\frac{16\pi}{5}} \int r^2 Y_{20}(\Omega) d^3r = \left(1 + \frac{4}{3}\delta\right) \int 2z^2 \varrho_0(r) d^3r - \left(1 - \frac{2}{3}\delta\right) \int (x^2 + y^2) \varrho_0(r) d^3r = \frac{4}{3} \delta A \langle r_0^2 \rangle. \quad (64)$$

Itt $\varrho_0(r)$ -rel azt a gömbszimmetrikus sűrűségeloszlást jelöltük, amelyből $\varrho(\mathbf{r})$ -et származtattuk, a nulla indexek pedig az ezzel számított értékeket jelzik.

A deformált sűrűséggel az óriásrezonancia különböző K kvantumszámokhoz tartozó komponenseinek az energiasúlyozott összszabályhoz adott járulékát is meghatározhatjuk. Ehhez a (2)-beli operátorokat kell behelyettesíteni (6)-ba, s nem kell összegezni a különböző beállításokra. Ezért (11) is K -függő lesz, s végül (15) alapján az energiasúlyozott összszabály értéke az öt komponensre:

$$S(0, 2, K = 0) = \frac{\hbar^2}{4\pi m} 5A \langle r^2 \rangle \left(1 + \frac{2}{3}\delta\right), \quad (65a)$$

$$S(0, 2, K = \pm 1) = \frac{\hbar^2}{4\pi m} 5A \langle r^2 \rangle \left(1 + \frac{1}{3}\delta\right), \quad (65b)$$

$$S(0, 2, K = \pm 2) = \frac{\hbar^2}{4\pi m} 5A \langle r^2 \rangle \left(1 - \frac{2}{3}\delta\right). \quad (65c)$$

Továbbhaladhatnánk most úgy, hogy felírnánk a deformált harmonikusoszillátor-potenciált, összecsatolnánk azt az újabb vibrációs koordinátával. Ilyen módon az előző szakaszhoz hasonló gondolatmenettel, ám jóval hosszadalmasabb számítások eredményeképpen megalkothatnánk egy „deformált, rezgő potenciálmodellt” [26]. Mi egyszerűbb utat választunk, mivel célunk csak a jelenség érzékeltetése.

Láttuk korábban (61), hogy a kvadrupólus-óriásrezonancia energiája gömbszimmetrikus magokban a mag sugarával fordítottan arányos:

$$E_0 = \hbar\Omega = \sqrt{2} \hbar\omega_0 \sim \frac{1}{R_0}. \quad (66)$$

Feltételezzük, hogy ez a függés megmarad deformált magok esetén is, mégpedig úgy, hogy a tiszta „z tengely irányú” vibráció frekvenciája $1/R_z$ -vel, az xy síkban lévő bármely irányú rezgés frekvenciája pedig $1/R_x$ -szel lesz arányos. „Tiszta” z tengely irányú rezgést akkor kapnánk, ha az $r^2 \hat{Y}_{2K}$ kvadrupólusoperátor helyett a z^2 operátorral gerjesztenénk, xy síkbeli gerjesztés pedig az x és y operátorok bármilyen másodfokú kifejezésének hatására jönne létre. Az ilyen gerjesztések azonban a K kvantumszám szempontjából kevert állapotok lennének, s így céljainknak nem felelnek meg. Felhasználhatjuk viszont ezeket arra, hogy kikeverjük belőlük a jó kvantumszámú állapotokat. Ismert, hogy

$$\begin{aligned} r^2 Y_{20} &= \sqrt{\frac{5}{16\pi}} [2z^2 - (x^2 + y^2)], \\ r^2 Y_{21} &= -\sqrt{\frac{15}{4\pi}} z(x + iy), \\ r^2 Y_{22} &= \sqrt{\frac{15}{32\pi}} (x + iy)^2. \end{aligned} \quad (67)$$

Feltűnik, hogy az $r^2 Y_{22}$ operátor csak az x és y operátorok másodfokú kifejezését tartalmazza, ezért az általa létrehozott gerjesztés

energiáját a fentiek alapján azonnal felírhatjuk:

$$E(K = \pm 2) = E_0 \frac{R_0}{R_x} \frac{\sqrt{2}\hbar\omega_0}{(1 - \delta/3)} \simeq E_0(1 + \delta/3). \quad (68)$$

(Az utolsó egyenlőségénél felhasználtuk, hogy δ kicsi.)

Bonyolultabb a helyzet a $K=0$ és a $K=1$ esetben, mert ott mindhárom koordináta szerepel. Az energiák becslésekor valószínűleg nem követünk el nagy hibát, ha a megfelelő frekvenciákat olyan súlyfaktorokkal vesszük figyelembe, amilyenekkel a nekik megfelelő operátorok a kifejezésekben szerepelnek. Így adódik, hogy

$$E(K = 0) = \sqrt{2}\hbar \frac{2\omega_z + \omega_x}{3} = \sqrt{2}\hbar\omega_0 \left(1 - \frac{\delta}{3}\right) = E_0 \left(1 - \frac{\delta}{3}\right), \quad (69)$$

$$E(K = 1) = \sqrt{2}\hbar \frac{\omega_z + \omega_x}{2} \simeq \sqrt{2}\hbar\omega_0 \left(1 - \frac{\delta}{6}\right) = E_0 \left(1 - \frac{\delta}{6}\right).$$

A fenti érvelés több heurisztikus feltevést is tartalmaz, ezért azonnal megjegyezzük, hogy a korábban vázolt, deformált, rezgő potenciálmodellel végrehajtott pontosabb számítások ugyanezekhez az eredményekhez vezetnek [26].

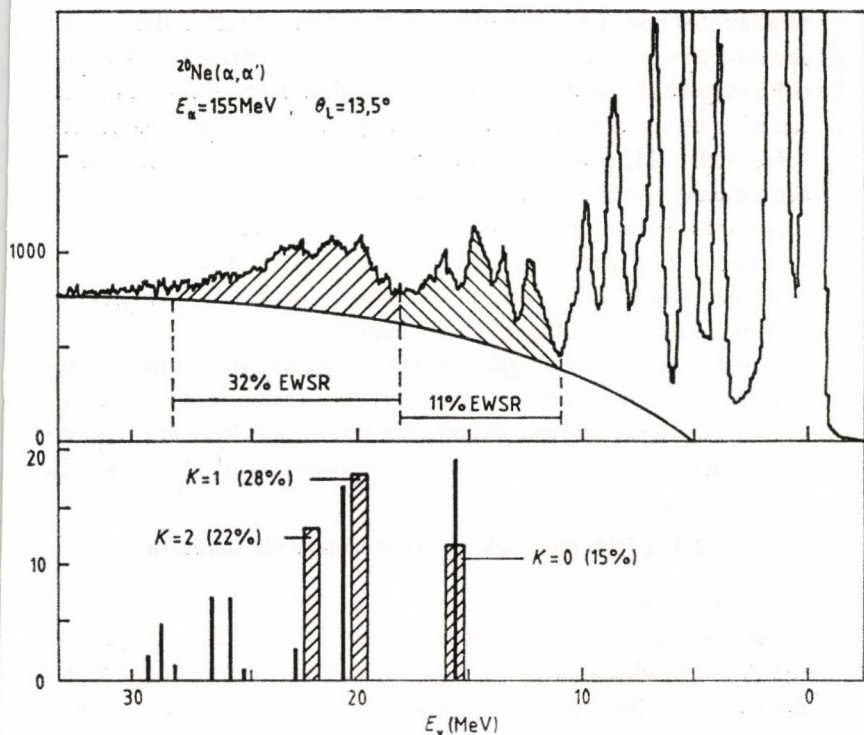
Feltűnik, hogy mind a (65), mind pedig az energiára vonatkozó (68), (69) kifejezésekben a mag alapállapotát jellemző δ deformációs paraméter szerepel. Természetes, hogy felvetődik a kérdés: vajon ilyen magasan gerjesztett kollektív állapot jellemzésére mennyire jó az alapállapot deformáció? Vajon az újabb részecske-lyuk állapotok gerjesztése nem módosítja-e azt a deformált potenciálteret, amelyben a vibráció létrejön? Ez annál is inkább várható lenne, hiszen az alapállapot deformáció mértékét éppen a zárt törzson kívüli nukleonok szabják meg. Ezért meglepő, hogy az esetek többségében a fenti egyszerű modell a kísérleti tapasztalatokkal jól megegyező becslést ad. A kérdésre több mikroszkopikus indítású modell is megpróbál válaszolni. A „gerjesztett törzs” (excited core) modell szerint az óriásrezonanciát létrehozó részecs-

ke-lyuk állapotok a törzs egy nukleonjának $\Delta N=2$ gerjesztése révén jönnek létre, s így a deformációt okozó, nem lezárt héj konfigurációját csaknem változatlanul hagyják. Ennek eredménye az átlagpotenciál változatlan deformációja.

A több oldalú megközelítés ellenére a kérdés még ma sem teljesen megoldott, mert egymásnak többé-kevésbé ellentmondó modellek is a kísérletekkel egybehangzó értékeket szolgáltatnak. Példaként az 5. ábrán az erősen deformált alapállapotú ^{20}Ne -atommag kvadrupólus-óriásrezonanciáját ábrázoló, rugalmatlan α -szórásból származó spektrumot mutatjuk be. Az ábrán a jól megfigyelhető, felhasadt óriásrezonancia alatt a fenti egyszerű becslésből [26] adódó értékeket tüntettük fel, illetve a gerjesztett törzs modellel végzett számolás eredményét [67]. Látható, hogy mindkét becslés mind az energia-, mind az összszabályhoz adott járulékok tekintetében többé-kevésbé összhangban áll a kísérleti adatokkal.

2.3.4. Óriásrezonanciák finomszerkezete

Az 5. ábra kapcsán említjük meg az óriásrezonanciák finomszerkezetét. A ^{20}Ne kvadrupólus-óriásrezonanciájának alacsonyabb energiájú komponensénél (12 MeV és 18 MeV gerjesztési energia között) jól megfigyelhető közbenső, illetve finomszerkezet mutatkozik. Hasonló szerkezetet találunk még a legtöbb könnyű mag óriásrezonanciájánál is. Mágneses spektrométerekkel, szilárdtest céltárgyakon végzett nagy felbontású mérésekkel ezek a szerkezetek még jobban vizsgálhatóak. A kísérletek megmutatták, hogy míg az óriásrezonancia jelensége az atommagok általános tulajdonsága, addig a finomszerkezetek vonalaiban az egyes atommagok egyedi sajátosságai öltönek testet. Finomszerkezet csaknem kizárólag ott figyelhető meg, ahol a mag nívósűrűsége alacsony: könnyű magokban és alacsonyabb gerjesztési energiákon. Az egyedi vonalak leírása ma még reménytelen elméleti feladat, azonban statisztikus jellegű feldolgozásuk érdekes eredményeket hozhat.



5. ábra. Óriásrezonancia deformált magokban. A vonalkázott tartomány a ^{20}Ne -atommag izoskalár kvadrupólus-óriásrezonanciájának két tartományát mutatja, amint az 155 MeV-os rugalmatlanul szórt α -részecskék spektrumában látható [56]. Az ábrába berajzolt, feltételezett háttér levonása után az egyes tartományok az $L=2$ izoskalár energiasúlyozott összesszabályt a feltüntetett mértékig merítik ki. Az ábra alsó része két elméleti becslést ábrázol: az oszlopos diagram Suzuki és Rowe módszerével készült [26], a vékony fekete vonalak pedig a gerjesztett törzssel számolt eredményt ábrázolják [67]

Itt az az alapvető gondolat, hogy mind az óriásrezonancia-kiszélesedéséért, mind pedig a finomszerkezet fellépéséért ugyanaz a kölcsönhatás felelős: az egyszerű mikroszkopikus szerkezetű óriásrezonancia-állapot csatolódása a bonyolultabb szerkezetű hát-

térállapotokhoz. (A rezonancia teljes szélességének kialakításába ezenkívül még a közvetlen részecskeemisszió is beleszólhat. Erre később még majd visszatérünk.) Ez a csatolódás nagy nívósűrűség esetén kísérletileg már felbonthatatlanra sűrűsödött állapotokhoz vezet: így alakul ki a „széles” óriásrezonancia. Alacsonyabb nívósűrűség esetén ugyanez a hatás közbenső, illetve finomszerkezet fellépését okozza. Ezt a gondolatot támasztja alá az óriásrezonanciák szélességének megfigyelt héjeffektusa is: a rezonancia szélessége zárt héjú magoknál kisebb, míg a zárt héjak között erősen megnő (a deformáció miatti felhasadást leszámítva).

Ennek a képnek az alapján várható, hogy az izobár analóg rezonanciáknál nagy sikerrel alkalmazott hídfő (doorway) modell az óriásrezonanciák finomszerkezetének statisztikus leírására is sikerrel használható. Ilyen jellegű analízisek hazánkban is folynak [27].

2.4. Újabb modellek az óriásrezonanciák leírására

Az óriásrezonanciák makroszkopikus hidrodinamikai modellje kevés számításigénnyel szemléletes képet ad a kollektív gerjesztésről. A mikroszkopikus leírás — különösen nagy tömegszámú atommagoknál — hosszú, nagy számítógép-kapacitást lekötő számításokat igényel, s a kapott eredmények — éppen a szükségszerűen alkalmazott közelítések, illetve a nukleáris kölcsönhatás nem kielégítő ismerete miatt — nem egyeznek jobban a kísérleti adatokkal, mint a makroszkopikus modellek eredményei. Mind az izovektor dipólus-, mind az izoskalár monopólusgerjesztésekre a gerjesztési energia tömegszámfüggését ($E_x \sim A^{-1/3}$) a makroszkopikus modellek jól tudják értelmezni. A szimmetriaenergia, illetve kompresszibilitás realisztikus értékeivel a megfigyelt gerjesztési energiák kvantitatív módon is kiadódnak. Ezzel szemben a tisztán hidrodinamikai, felületi hullámokat figyelembe vevő tárgyalás az izoskalár kvadrupólusgerjesztésekre $A^{-1/2}$ -es tömegszámfüggést jósol. Ez jól teljesül az alacsony gerjesztési energiájú kvadrupólusgerjesztésekre, de nem igaz az óriásrezonanciára.

A hidrodinamikai modellnek elvi problémája is van: a hidrodinamikai mozgás lokális termikus egyensúlyt feltételez. Tisztán statisztikus szempontból nézve ehhez az kell, hogy a mozgás periódusideje jóval hosszabb legyen, mint a részecskék ütközései között eltelt idő. Fermionokból álló rendszerben elegendően kis gerjesztési energiájánál a Pauli-elv megakadályozza a részecskék szóródását, s így az ütközési idő nagyon megnő. Úgy tűnik tehát, hogy az atommagok magasan gerjesztett állapotainál elvileg sem beszélhetünk lokális termikus egyensúlyról, s így a hidrodinamikai tárgyalás alapfeltétele nem teljesül. Ennek a fényében érthető ugyan a hidrodinamikai modell sikere az alapállapot jellemzőinek leírásában, de érthetetlen a makroszkopikus modellek sikere a dipólus-, illetve monopólus-óriásrezonanciák tulajdonságainak megmagyarázásában. Ezeknek a kérdéseknek a vizsgálata, a mikroszkopikus és a makroszkopikus megközelítés viszonyának elemzése az elméleti magfizikának ma is izgalmas feladata.

A következőkben röviden összefoglaljuk néhány, az irodalomban újabban megjelent modell kiinduló feltevéseit, s a belőlük adódó főbb következtetéseket.

Holzwarth és munkatársai [28] olyan hidrodinamikai jellegű tárgyalást találtak, amely figyelembe veszi a lokális termikus egyensúly hiányának következtében fellépő deformált Fermi-felület hatását. Kimutatták, hogy ez a megközelítés Landau Fermi-folyadék-elméletének [29] speciális esete, s így zérushang típusú sajátrezgésekhez vezet. Jóllehet a normális első hang, illetve a zérushang típusú gerjesztések átmeneti sűrűségei csak a mag belsejében különböznek lényegesen egymástól, az első hang típusú oszcillációk gerjesztési energiája $A^{-1/2}$ szerint, míg a zérushang típusú oszcillációk energiája $A^{-1/3}$ szerint függ a tömegszámtól. Így az alacsony energiájú kollektív gerjesztéseket első hang típusú vibrációknak tekintik, míg a nagyobb energiájú, és $A^{-1/3}$ tömegszámfüggésű óriásrezonanciákat zérushang-vibrációknak. A meglévő kísérleti adatokkal kielégítő kvantitatív egyezést is találtak.

A Holzwarth-féle leírás alapgondolatát a következő egyszerű

modellen szemléltethetjük. Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy a nukleonok egy végtelen magas falú négyszögpotenciálban mozognak. Ismert, hogy az így létrejövő sajátfüggvények hullámszámai kvantáltak:

$$\begin{aligned}k_x(0) &= n_x \frac{\pi}{L} & n_x &= 1, 2, 3 \dots; \\k_y(0) &= n_y \frac{\pi}{L} & n_y &= 1, 2, 3 \dots; \\k_z(0) &= n_z \frac{\pi}{L} & n_z &= 1, 2, 3 \dots\end{aligned}\quad (70)$$

Egy n_x, n_y, n_z kvantumszámokkal jellemzett nukleon kinetikus energiája:

$$\varepsilon_0(n_x, n_y, n_z) = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2). \quad (71)$$

Egy A nukleonból álló atommag nukleonjainak összenergiája tehát

$$E_0 = \sum_n \varepsilon_0(n_x, n_y, n_z). \quad (72)$$

Itt az összeg a reciprokrácsban lévő Fermi-gömb első oktánsára terjed ki, s így — ismert módon —

$$E_0 = \frac{3}{5} A \varepsilon_F \quad (73)$$

adódik, ahol ε_F a Fermi-energia. A Fermi-energiát az egyensúlyi magsűrűség alapján határozhatjuk meg. Értékére 38 MeV-ot kapunk.

A kvadrupólusdeformáció modelljeként nyomjuk össze, illetve tágítsuk ki a potenciáldobozt a z tengely irányában úgy, hogy az élhosszúság $c = L(1 + \alpha)$ legyen. Térfogatörző gerjesztésről lévén szó, a másik két élhossz $a = L\sqrt{1 + \alpha}$ lesz. Következésképpen a reciprokrács is „deformálódik”: k_x , illetve k_y irányában π/a lesz az élhosszúság, k_z irányban pedig π/c .

Ha ez a deformáció olyan gyorsan végbemegy, hogy a nukleonoknak „nincs idejük” átrendeződni — azaz mindegyik hullámvektor azon a reciprokrács-ponton marad, ahol korábban volt —, a Fermi-felület gömbből ellipszoiddá torzul!

Számoljuk most ki a kinetikus energia így bekövetkező változását! Egyetlen nukleon kinetikus energiája:

$$\varepsilon(n_x, n_y, n_z) = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m} \left(\frac{n_x^2}{a^2} + \frac{n_y^2}{a^2} + \frac{n_z^2}{c^2} \right) \simeq \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} \{ (n_x^2 + n_y^2)(1 + \alpha) + n_z^2(1 - 2\alpha + 3\alpha^2 + \dots) \}. \quad (74)$$

Míg egyetlen nukleon kinetikus energiája n_x, n_y, n_z -től függően nőhet, illetve csökkenhet a deformált állapotban, addig a teljes összeg csak nőhet:

$$E = \sum_n \varepsilon(n_x, n_y, n_z) = E_0 + \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} \alpha \sum_n (n_x^2 + n_y^2 - 2n_z^2) + \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} \alpha^2 \sum_n 3n_z^2. \quad (75)$$

Az α -ban lineáris tag eltűnik, hiszen a szumma alatt $n_x = n_y = n_z$ esetén nullát kapunk, minden egyéb esetben pedig az (n_x, n_y, n_z) számhármass ciklikus felcserélésével kapott három tag egymást kiejti. Az α -ban másodfokú tagot is könnyű kiszámítani, hiszen:

$$\sum_n 3n_z^2 = \sum_n (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2), \quad (76)$$

s így a teljes energia:

$$E = E_0(1 + \alpha^2), \quad (77)$$

a deformációs energiaváltozás pedig:

$$\Delta E = E_0 \alpha^2. \quad (78)$$

Ez a rugalmas jellegű, a deformáció négyzetével arányos visszaható potenciál csak gyors mozgásoknál jelentkezik. Lassú adiabatus deformációknál a nukleonoknak „van idejük” arra, hogy az oszcilláció során az energetikailag kedvezőbb Fermi-gömbbe ren-

deződjenek át folyamatosan. Ezért lassú rezgéseknél a Fermi-felület nem torzul, hanem megőrzi eredeti, gömb alakját.

A (78) kifejezés a nukleonok kinetikus energiájának megnövekedéséből adódik. Ez azonban nem azonosítható a kollektív módus kinetikus energiájával, hanem inkább a visszatérítő potenciál szerepét játssza.

Egyszerű modellünkben a kinetikus energiát is meghatározhatjuk: Egy $\rho = A/L^3$ sűrűségű, homogén „rezgő” kocka kinetikus energiája:

$$T = \frac{1}{2} \int \rho v^2 d\tau. \quad (79)$$

Az (x, y, z) ponthoz tartozó $dx dy dz$ térfogategység nyugalmi helyzettől való elmozdulása α -ban első rendig $u = \alpha(-x/2, -y/2, z)$, és így a sebességnégyzet:

$$v^2 = \dot{u}^2 = \frac{\dot{\alpha}^2}{4} (x^2 + y^2 + 4z^2). \quad (80)$$

Az integrálás után

$$T = \frac{mAL^2}{2} \frac{\dot{\alpha}^2}{2} \quad (81)$$

adódik. Látható, hogy α a rezgés általános koordinátája, s így a teljes energia

$$T = \frac{1}{2} B \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} C \alpha^2 \quad (82)$$

alakba írható. Bizonyítás nélkül közöljük, hogy ha a számítást kocka helyett gömbre végeznénk, az L helyébe a négyzetes középsugár kerülne. A (71) kifejezésből a rezgés energiájára (gömb esetén) az

$$E_x = \hbar \omega = \hbar \sqrt{\frac{C}{B}} = \sqrt{\frac{20E_0 \hbar^2}{3mAR_0^2}} \simeq 66 \cdot A^{-1/3} \text{ MeV}. \quad (83)$$

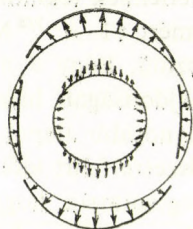
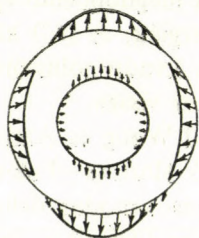
összefüggést kapjuk. Itt felhasználtuk (73)-at, továbbá a R_0 egyenúlyi magsugárra vonatkozó $R_0 = 1,2 \cdot A^{1/3}$ (fm) összefüggést. Figyelembe véve a modell egyszerűségét és a végzett elhanyagoláso-

kat csak véletlennek tekinthető az a megdöbbenő egyezés, ami a kísérletileg mért $61 \cdot A^{-1/3}$ MeV energiák, és (83) között fennáll. Mégis valószínű, hogy a modell a kvadrupólus-óriásrezonancia lényeges tulajdonságait híven tükrözi vissza.

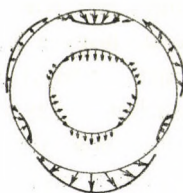
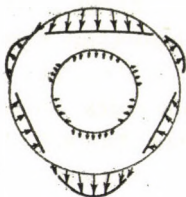
Még általánosabb alapokról indul Wong és Azziz [30]. Sokré-szecske-rendszerre felírt időtől függő Hartree—Fok-egyenletekből kiindulva megmutatják, hogy a szokásos módon definiált sűrűség-re, elmozdulásra és áramsűrűségekre a klasszikus hidrodinamikai egyenletekhez hasonló egyenleteket lehet kapni. A klasszikus esethez képest egyedüli különbséget egy \hbar^2 -tel arányos tag fellépése jelent, amelyet ők kvantummechanikai feszültségtenzornak (angolul: quantum-stress tensor) neveznek. Ennek a tenzornak a fellépte arra vezet, hogy a kvantumfolyadékban olyan visszatérítő erők is fellépnek, amelyek leginkább a klasszikus nyírófeszültségekhez hasonlíthatók. Így a nukleonfolyadék leírására egy, a rugalmas kontinuumok mechanikájában használt Lamé-egyenlet megfelelőbb, mint a csak diagonális feszültségtenzort tartalmazó hidrodinamikai egyenletek. Ezeknek az egyenleteknek speciális megoldásaként kiadódnak mind a nagyobb gerjesztési energiájú óriásrezonanciák, amelyek inkább a maganyag „rugalmas” rezgéseivel azonosíthatók, mind pedig az alacsonyabb energiájú kollektív állapotok, amelyek — a kvantummechanikai feszültségtenzor alacsony gerjesztési energiáknál való viselkedésének következtében — inkább a klasszikus hidrodinamikai oszcillációkkal modellezhetők. A nukleonfolyadék rezgő áramlásának képeit hasonlítja össze a 6. ábra a két modellre vonatkozóan.

A zérushang- és a rugalmas modell közös gyökerét mutatja ki monopólusoszcillációkra Stringari [31], bebizonyítva, hogy a lokális Fermi-felület deformációja olyan potenciális energiához vezet, amely a klasszikus rugalmas kontinuum potenciális energiájának megfelelője. Stringari megmutatja még, hogy a különböző modellek milyen átmeneti sűrűségekre és milyen összszabályokra vezetnek.

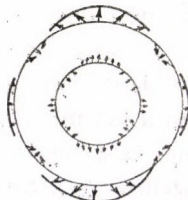
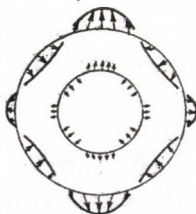
A fenti rövid irodalmi áttekintés korántsem teljes. Ebben a kö-



$l=2$



$l=3$



$l=4$

a)

b)

6. ábra. A maganyag vibrációjának áramlási képei $l=2, 3, 4$ értékekre:
a) hidrodinamikai; b) rugalmas kontinuum modell alapján [30]

tetben elsősorban a kollektív leírásmóddal foglalkozunk, nem részleteztük azokat a modelleket, amelyek elsősorban mikroszkopikus indításúak. Csak megemlítjük az egyik legfontosabbat, a véletlen fázisok módszerét (RPA, Random Phase Approximation). A számítástechnika mai állása mellett ezek a módszerek elég széles hullámfüggvénybázisok alkalmazásával eléggé megbízható eredményeket szolgáltatnak a vizsgált magok adott multipolaritású erősségkoncentrációjára vonatkozóan. Ezeknek ismertetése azonban túlnyúlik kereteinken. Ismertetésünk — hiányosságai mellett is — rámutat arra, hogy az óriásrezonanciák elméleti értelmezése ma még korántsem lezárt, s mind a makroszkopikus, mind a mikroszkopikus modellek területén még sok a tennivaló. Végső soron pedig elegendő mennyiségű és minőségű kísérleti adatra van szükség ahhoz, hogy a különböző modellek között dönteni lehessen.

3. Az óriásrezonanciák kísérleti megfigyelése

A dipólus-óriásrezonanciát fotonukleáris (γ, p) , (γ, α) reakciókban fedezték fel [1], egyéb multipolaritású óriásrezonanciák gerjesztésére azonban ezek a reakciók kevésbé alkalmasak, mert a multipolaritás növekedésével a gerjesztés hatáskeresztmetszete erősen csökken. Az inverz (p, γ) vagy (α, γ) reakciók ugyan a be-menő csatornában általában magasabb multipolaritású gerjesztéseket is létrehozhatnak, a kimenő csatornában azonban az elektromágneses átmenet miatt leginkább E1, és kisebb valószínűséggel M1 és E2 bomlások figyelhetők meg. E0 monopólusátmenetet a reakcióban résztvevő foton impulzusmomentuma miatt $S=0$ alapállapotú magon az impulzusmomentum kiválasztási szabályai első rendben tiltanak. Jóllehet mindkét reakciót használták és használják ma is óriásrezonanciák vizsgálatára [32, 33, 34], az óriásrezonanciák vizsgálatában az igazi áttörést a szórás-kísérletek hozták. A következőkben röviden áttekintjük a rugalmatlan elektoron-, illetve hadronszórásból és néhány magreakcióból az izoskalár, illetve izovektor óriásrezonanciák gerjeszthetőségére vonatkozó következtetéseket.

3.1. Az óriásrezonanciák gerjeszthetősége szórás kísérletekkel

3.1.1. Rugalmatlan elektronszórás

A rugalmatlan elektronszórás elsődleges jelentősége abban áll, hogy az elektronok és az atommag Coulomb-kölcsönhatása teljes részletességgel ismert. A kölcsönhatás ismeretében — legalábbis elvileg — a reakció kvantummechanikailag pontosan leírható, s az eredmények interpretációja is könnyen véghezvihető. A gyakorlatban mégis közelítésekhez folyamodunk, amelyek lehetővé teszik, hogy a hatalmas számítástechnikai feladatot jelentő, és csak iteratív úton megoldható egzakt kvantummechanikai egyenleteket jóval kevesebb számítási munkával és kielégítő pontossággal megoldjuk. Az egyik leggyakrabban használt közelítés a „sík-hullámú Born-közelítés” (PWBA), amely addig használható elektronszórás leírására, amíg az α finomszerkezeti állandó és a Z magtöltés szorzata egynél sokkal kisebb. A differenciális hatáskeresztmetszet ekkor a következő alakban írható [35]:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, q) = \\ = \sigma_M \left\{ \sum_{L=1}^{\infty} |F_L^C(q)|^2 + \left(\frac{1}{2} + \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} \right) \sum_{L=1}^{\infty} (|F_L^E(q)|^2 + |F_L^M(q)|^2) \right\}, \end{aligned} \quad (84)$$

ahol θ a szórási szög, $\mathbf{q} = \mathbf{k}_f - \mathbf{k}_i$ az impulzusátadás, σ_M pedig a Mott-hatáskeresztmetszet. Ez utóbbi pontszerű, Ze töltésű atommagon E energiájú rugalmas elektronszórást ír le:

$$\sigma_M = \left(\frac{Ze^2}{2E_i} \right)^2 \frac{\cos(\theta/2)}{\sin^4(\theta/2)}. \quad (85)$$

Az atommagra vonatkozó információt az F_L alakfaktorok hordozzák. $F_L^C(q)$ az L multipolaritású gerjesztés longitudinális elektromos vagy Coulomb-része, míg $F_L^M(q)$ és $F_L^E(q)$ a transzver-

zális elektromos, illetve mágneses alakfaktor. A longitudinális és transzverzális járulékok különböző szögfüggéseik miatt kísérletileg elkülöníthetők egymástól. Az $F_L^C(q)$ Coulomb-járulék például $\theta = 180^\circ$ -nál eltűnik, így a transzverzális alakfaktorok egyértelműen meghatározhatók. Vannak kísérleti és elméleti bizonyítékok arra vonatkozóan, hogy kollektív jellegű elektromos átmenetknél a longitudinális $F_L^C(q)$ -ból adódó járulék jóval nagyobb, mint a transzverzális elektromos járulék [36]. A Coulomb-faktort pedig lényegében az átmeneti töltéssűrűség határozza meg:

$$|F_L^C(q)|^2 = \frac{4\pi}{Z^2} \left| \int j_L(qr) q_L^T(r) r^2 dr \right|^2, \quad (86)$$

ahol

$$q_L^T \equiv \langle f | \hat{q} | i \rangle \quad (87)$$

a sűrűségoperátor redukált mátrixeleme a kezdeti és a végállapot között. Kis impulzusátadás esetén ($qR \rightarrow 0$) a $j_L(qr)$ Bessel-függvény Taylor-sorából csak az első tagot tartjuk meg. Ekkor

$$|F_L^C(q)|^2 \simeq \frac{4\pi}{Z^2} \left(\frac{q^L}{(2L+1)!!} \right)^2 B(EL), \quad (88)$$

ahol

$$B(EL) = \left| \int r^L q_L^T(r) r^2 dr \right|^2 \quad (89)$$

a jól ismert redukált átmeneti valószínűség. [Természetesen $q_L^T(r)$ kiszámítását csak valamilyen modell alapján lehet elvégezni, hiszen ismerni kell az $\langle f |$ és $| i \rangle$ állapotok szerkezetét.] Látható, hogy a hatáskeresztmetszetek q -függése alapján mind az átmenet multipolaritása, mind pedig erőssége meghatározható. A multipolaritás meghatározásának egyértelműségére egyetlen kivétel van: az E0 és E2 gerjesztések. Monopólusgerjesztés esetén ugyanis $j_0(qr)$ első tagjából a q_0^T -hez adódó járulék 0, s így az első el nem tűnő tag r^2 -tel arányos, ami ugyanolyan q -függésű járulékot ad, mint E2.

A különböző multipolaritású állapotok gerjesztődéseinek becslésére tegyük fel, hogy (86)-ban az integrálban csak olyan r -tar-

tomány ad járulékot, ahol $j_L(qr)$ -nek maximuma van. Mivel azonban növekvő L -ek esetén $j_L(qr)$ -nek egyre nagyobb és nagyobb qr értéknél lesz maximuma, várható, hogy nagyobb átadott impulzus esetén a magasabb multipolaritású átmenetek egyre nagyobb relatív súllyal szerepelnek a rugalmatlan szórás hatáskeresztmetszetében.

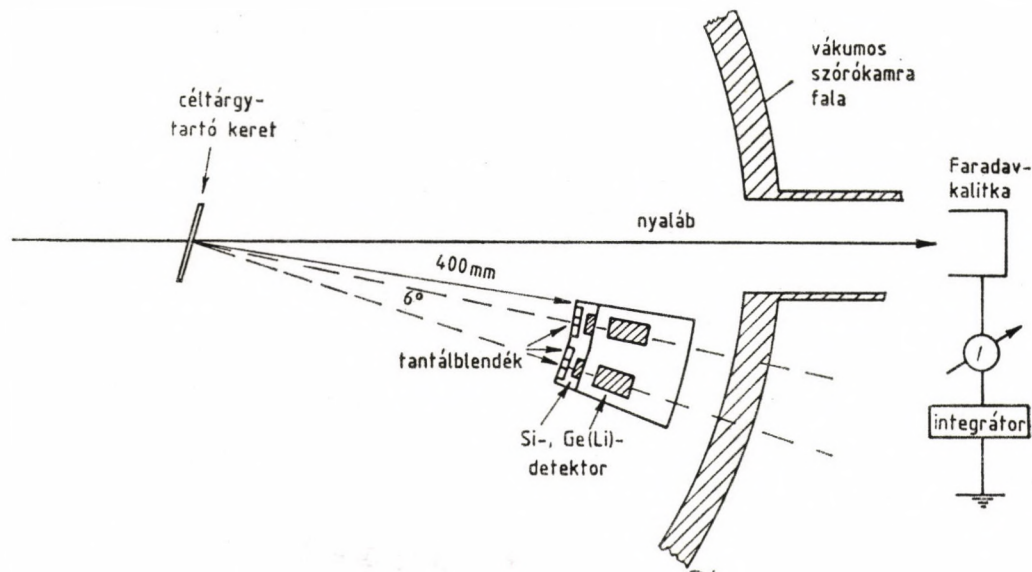
Az óriásrezonanciák rugalmatlan elektronszórással történő vizsgálata több problémát is felvet. Az (5) összefüggés szerint a Coulomb-gerjesztés operátora nem választja szét az izoskalár és az izovektor gerjesztéseket. Ez azt jelenti, hogy rugalmatlan elektronszórással az izovektor és az izoskalár óriásrezonanciák nagyjából azonos súllyal gerjeszthetők. Ebből, és az E0 és E2 rezonanciákra mondottakból következik, hogy az óriásrezonanciák közül az E1 izovektor óriásrezonancia gerjesztődik legerősebben, s szinte uralja a spektrumot. Az E0 és E2 rezonanciák egymástól a fentebb leírtak értelmében egyszerű módszerekkel megkülönböztethetetlenül adják a következő legerősebb gerjesztéseket, de ezeknek járuléka is sokkal kisebb az E1 járuléknál. A magasabb multipolaritású óriásrezonanciák pedig még ezeknél is kevésbé gerjesztődnek. A különböző óriásrezonanciák szélessége és egymástól való távolságuk összemérhető. Ezek a gerjesztések továbbá egy olyan nagy háttéren ülnek („sugárzási farok”), amely a teljes beütésszám 90%-át is elérheti [37]. Így érzékelhetőek azok a kísérleti nehézségek, amelyekkel az óriásrezonanciák rugalmatlan elektronszórással történő vizsgálata küzd. Olyan gerjesztési módot kell tehát keresni az E1-től különböző óriásrezonanciák vizsgálatára, amely szelektivitása révén elnyomja az E1 (és esetleg egyéb típusú) rezonanciák gerjesztődését, megtisztítva és leegyszerűsítve a spektrumot. Az 1. táblázatban összefoglaltuk a rugalmatlan elektronszórás és néhány, hadronokkal történt magreakció szelektivitását a különböző izospinű gerjesztésekre. Látható, hogy izoskalár gerjesztések vizsgálatára leginkább az (α, α') és (d, d') rugalmatlan szórások használhatók. Így a következőkben ezekkel foglalkozunk részletesebben.

1. táblázat. Izoskalár ($\Delta T=0$)
és izovektor ($\Delta T=1$) gerjesztések
relatív intenzitása

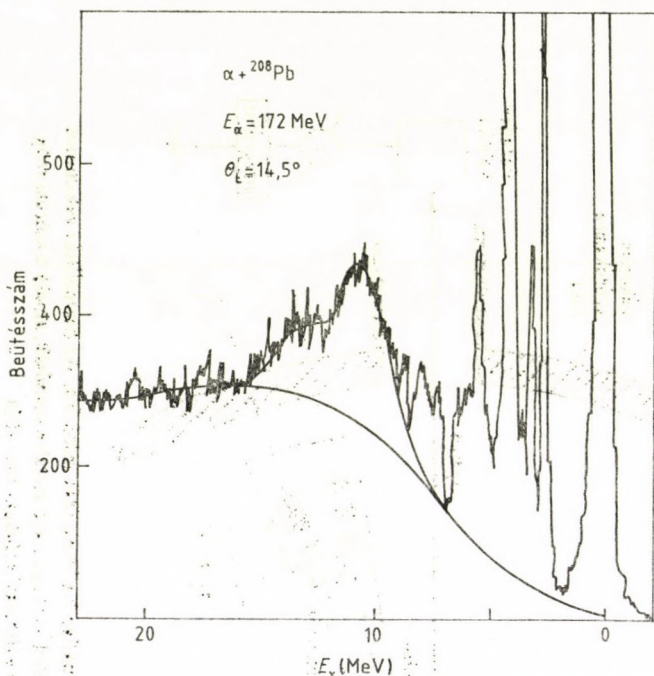
Reakció	$\Delta T=0$	$\Delta T=1$
(e, e')	1	1
(p, p')	1	0,1
(^3He , $^3\text{He}'$)	1	0,03
(α , α')	1	0
(d, d')	1	0
(n, p)	0	1
(t, ^3He)	0	1
(p, n) ($N=Z$)	0	1
(^3He , t) ($N=Z$)	0	1

3.1.2. Rugalmatlan hadronszórás

A dolgozat további részében elsősorban 0^+ alapállapotú atommagokon történő rugalmatlan (α , α') szórással foglalkozunk. A kísérleti technika részleteiről most csak annyit említünk meg, hogy szórás kísérleteknél a szóródott részecskét a beeső nyalábhoz képest adott szórási szög alatt detektáljuk (7. ábra). A szóródott részecske energiájának mérésével a rugalmatlan szórás során a céltárgymagnak átadott energia meghatározható. A szóródott részecskék energiacioszlása alkotja a spektrumot (lásd például a 8. ábrát), amelyben többé-kevésbé folytonos háttéren az atommag energia-sajátállapotainak megfelelő rezonanciák ülnek. Adott szög alatt detektált legnagyobb energiájú részecskék a rugalmas szórásból származnak. A detektálási valószínűség ismeretében a beeső részecskék és a céltárgymagok számának figyelembevételével egy adott gerjesztett állapot θ szórási szöghöz tartozó differenciális hatáskeresztmetszete a mért spektrum alapján meghatározható. Adott gerjesztésre vonatkozóan különböző szórási szögekhez különböző hatáskeresztmetszetek tartoznak. Az adott E_x



7. ábra. Tipikus kísérleti összeállítás rugalmatlan hadronszerzés mérésére. Az összeállítás vákuumos szórókamrában van. Az érzékelő teleszkópokat forgatható asztalra szerelték, amely a szórási szög könnyű, gyors változtathatóságát biztosítja



8. ábra: A ^{208}Pb -izotópon rugalmatlanul szóródott, 172 MeV bejövő energiájú α -részecskék spektruma [51]. A szórt részecskék energiája az ábrán balról jobbra nő, ennek megfelelően az atommagnak átadott gerjesztési energia (az ábrán is feltüntetett módon) jobbról balra. A rugalmas szórásnak a spektrum jobb oldalán lévő nagy csúcs felel meg, a tőle balra lévő keskeny csúcsok a ^{208}Pb alacsony energiájú gerjesztései. Az ábra közepén lévő széles struktúra a ^{208}Pb óriásrezonanciáitól ered. Ennél a szórási szögnél ehhez a tartományhoz leginkább a kvadrupólus- (10,9 MeV), illetve a monopólus- (13,8 MeV) óriásrezonancia ad járulékot [51]

gerjesztési energiájú állapot $\frac{\partial \sigma(\theta)}{\partial \Omega}$ hatáskeresztmetszetének szórási szögtől való függését szögeloszlásnak nevezzük, s ez a fentiek alapján kísérletileg meghatározható. Az állapot E_x energiája a spektrum alapján, multipolaritása és erőssége pedig a szögeloszlás alapján adható meg.

A közepes energiájú hadronszórások szögeloszlásainak leírására a rugalmatlan elektronszórás tárgyalásánál vázlatosan ismertett PWBA módszer nem kielégítő. A magreakciók elméletének sokféle módszere közül itt csak a torzított hullámú Born-közelítést (DWBA) és a csatolt csatornák módszerét említjük meg. Ismertetésük — mégcsak vázlatosan is — túlnyúlna e dolgozat keretein. Csak annyit jegyzünk meg, hogy a következőkben példaként ismertetésre kerülő szórás kísérleteknél az eredmények kiértékelése lényegyobbbrészt a torzított hullámok módszerével (DWBA) történt.

3.2. Zavaró magreakciók és a kvadrupólus-óriásrezonancia

Dipólus-óriásrezonanciától különböző, nagy energiájú kollektív gerjesztés létezésére első bizonyítékaink 1971-ből vannak. R. Pitthan és munkatársai 50 MeV-os és 65 MeV-os (e, e') szórás kísérleteikben egy addig ismeretlen új gerjesztést fedeztek föl, amelyet az izoskalár kvadrupólus-óriásrezonanciával próbáltak azonosítani. Minden kétséget kizáró módon azonban csak a hadronszórási kísérletek megindulása után lehetett a kvadrupólus-óriásrezonancia létét bizonyítani.

Csaknem valamennyi elérhető céltárgymaggal és sokféle szórási rendszerrel végeztek már ilyen irányú kísérleteket. Leggyakoribbak az (α, α') kísérletek, de ismeretes már sok (d, d'), (p, p'), ($^3\text{He}, ^3\text{He}'$), sőt újabban ($^6\text{Li}, ^6\text{Li}'$) és még nehezebb ionokkal végrehajtott kísérlet is.

Az első szisztematikus mérés a Texas Egyetemről származik. A ^{14}N és a ^{208}Pb közé eső tömegű, 27-féle céltárgyon végeztek rugalmatlan α -szórás kísérleteket 95 MeV és 115 MeV bombázó-energia-tartományban [38, 39]. A szisztematikus vizsgálat azonnal egy érdekes megállapításhoz vezetett: a kvadrupólus-óriásrezonancia a nehéz és középnehéz magok tartományában minden megvizsgált magban jelen van, de $A < 32$ esetén „eltűnik”. Ezt a

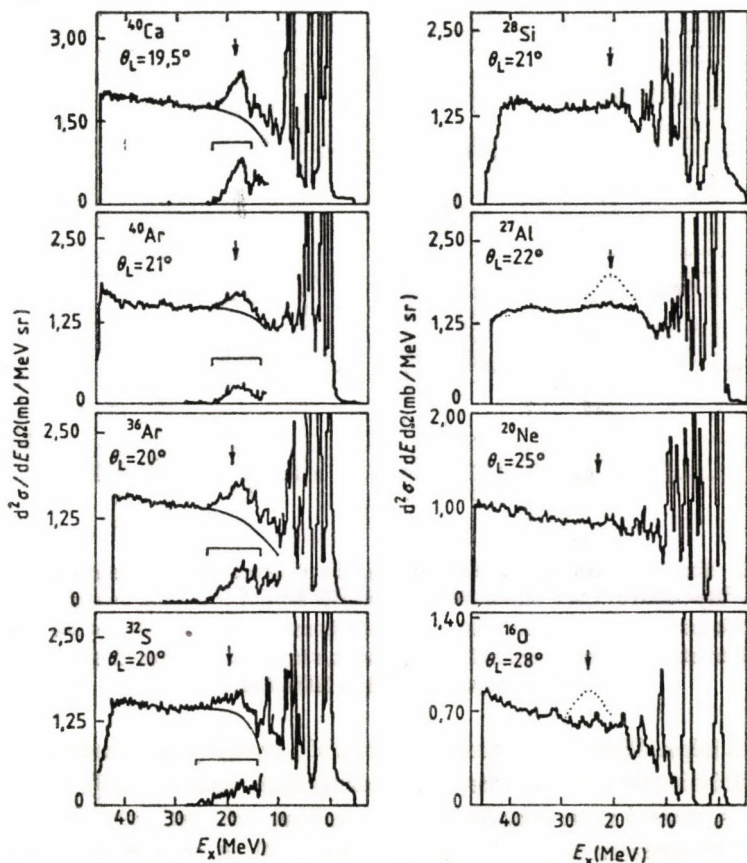
jelenséget ábrázolja a 9. ábra, ahol az ábra jobb oldalán a kvadrupólus-óriásrezonancia helyét nyilak jelzik. A ^{27}Al - és az ^{16}O -magok esetén a szerzők berajzolták, hogyan kellene kinézni a spektrumnak, ha lenne olyan kvadrupólus-óriásrezonancia, amely az energiasúlyozott összegszabályhoz szerény, 25%-nyi járulékot ad.

Azonnal megindultak az elméleti spekulációk a kvadrupólus-óriásrezonancia „eltűnésével” kapcsolatban. Hamarosan kiderült azonban, hogy ez az effektus csak zavaró magreakciók spektrum-módosító hatásának következménye, s így tisztán kísérleti jellegű. A magyarázat a következő.

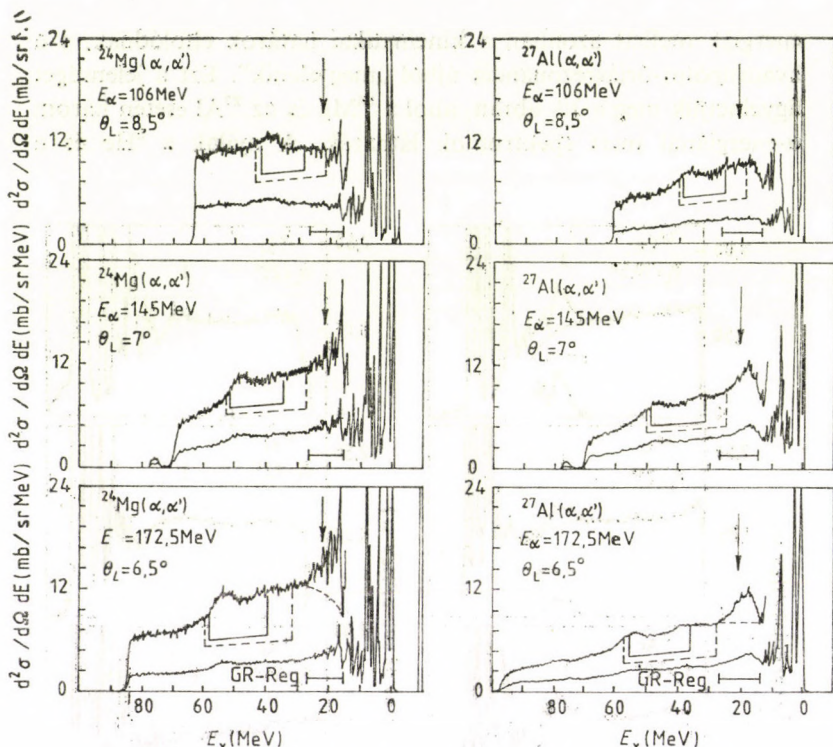
Rugalmatlan α -szórási kísérletekben a céltárgyról szóródott α -részecskéket figyelik meg és azonosítják. Ezekben a kísérletekben azonban lehetetlen megkülönböztetni a direkt rugalmatlan szórásból származó α -részecskéket azoktól az α -részecskéktől, amelyek valamilyen közbenső reakciótermék elbomlásakor jöttek létre. Az utóbbi reakciómechanizmusra egy példát a nukleon pick-up folyamatot követő bomlás szolgáltat. Elképzelhető, hogy a céltárgymaggal kölcsönható bombázó α -részecske a céltárgymagból felszed egy neutron vagy proton (nukleon pick-up), s így rövid élettartamú ^5He -té, illetve ^5Li -té alakul. Ezek a képződmények azután röptük során gyorsan elbomlanak, s a bomláskor kilépő α -részecske éri el a detektort. Nyilvánvaló, hogy ennek a folyamatnak semmi köze sincs a vizsgálni kívánt céltárgymag gerjesztődéséhez, de az így létrejött α -részecskék a rugalmatlanul szórt α -részecskék spektrumát eltorzítják. Szerencsére e zavaró részecskék a spektrumban csak kinematikailag jól meghatározott, többé-kevébé szűk energiatartományban jelentkeznek. Az energiatartomány helye függ a céltárgymagtól és a bejövő α -részecske energiájától. Ezek a reakciók azt okozzák, hogy a spektrum jellegzetes, trapézszerű alakban „megemelkedik”.

A korábbi szórás-kísérleteknél használt 96,6 MeV energiájú α -részecskék esetén a 32-nél kisebb tömegszámú magoknál ez a tartomány teljesen „rácsúszott” az óriásrezonanciára, s annak kiemelkedését teljesen észrevehetetlenné tette. Nagyobb bombázó-

energiák mellett azonban a kinematikai határok eltolódnak, s a kvadrupólus-óriásrezonancia újból „megjelenik”. Ezt a jelenséget figyelhetjük meg a 10. ábrán, ahol a ^{24}Mg és az ^{27}Al esetén három α -energiánál mért spektrumok láthatók. A nyilak a ^5He és a



9. ábra. A kvadrupólus-óriásrezonancia „eltűnése” könnyű magokban [38]. Az ^{27}Al és az ^{16}O esetén berajzolt csúcs a szerzők szerint 20%-nyi összecsabályhoz tartozó óriásrezonancia-alakot jelentene



10. ábra. A kvadrupólus-óriásrezonancia eltűnésének magyarázata [40]. A ^5He -, illetve ^5Li -re vezető pick-up reakciót követő bomlások torzító hatása „elfedheti” az óriásrezonanciát. Magasabb bombázóenergia mellett e reakciók kinematikai határai az ábrán balra tolódnak, s így a kvadrupólus-óriásrezonancia könnyű magokon is láthatóvá válik

^5Li képződéséből származó α -részecskék energiájának kinematikai határait jelzik (folytonos, illetve szaggatott vonalak [40]).

A zavaró magreakciók kapcsán néhány szót kell még ejtenünk az óriásrezonanciák alatt látható háttérrel. A spektrumok alapján általános sajátosság, hogy a rugalmatlan szórással gerjesztett rezonanciák folytonos háttéren ülnek. Ennek lehetnek kísérleti, illetve magfizikai okai. A háttér származhat egyrészt az energia-

mérő rendszer nem kielégítő energiáfelbontásából, ami ahhoz vezet, hogy a magasabb gerjesztési energiáknál a megnövekedett nívósűrűség miatt az egyes rezonanciákat már nem lehet szétválasztani. Ezen a kísérleti módszer tökéletesítésével (pl. nagy felbontású mágneses spektrométerek alkalmazásával) segíteni lehet. A háttér másik oka lehet az egyes rezonanciák individuális szélességének megnövekedése, amely a csökkenő nívótávolság miatt még ideális felbontóképességű rendszer alkalmazása esetén is folytonos spektrumot eredményez. A háttér harmadik okát az alább ismertetendő kontinuum-magreakciók zavaró hatásában kereshetjük.

Az egy lépésben történő gerjesztést feltételező direkt $A(\alpha, \alpha')A^*$ reakciómechanizmussal szembenálló másik reakciómechanizmus az összetett mag képződésén, majd α -részecskére történő bomlásán alapul: $A + \alpha \rightarrow B^* \rightarrow A^* + \alpha$.

Míg az előbbinél az egy lépésben átadott energia az atommagnak csak egy meghatározott szabadsági fokára (pl. kollektív szabadsági fok) koncentrálódik, az utóbbi reakciómechanizmusnál az átadott energia nagyon sok szabadsági fokra oszlik el (termalizálódik), majd ebből statisztikusan koncentrálódik egy α -részecskére a kilépés után megfigyelt értékű energia. Ezért ez utóbbi mechanizmussal kibocsátott α -részek spektruma tipikus „párolgási” spektrum. Szerencsére, a nagy energiájú α -részecskék érzékelésére összeállított kísérleti berendezések a spektrumnak ezt az alacsony energiás részét teljesen levágják, s így nagyobb bombázóenergia esetén ettől eltekinthetünk. Amikor azonban a magba befogott α -részecske emissziója a termalizálódási folyamat kezdeti szakaszában, néhány ütközés után már bekövetkezik, a kirepülő részecske energiája már olyan nagy lehet, hogy azt a detektorok érzékelik. Ezeknek az ún. preequilibrium folyamatoknak a hatását tehát látjuk a spektrumban.

További konkurrens reakciót jelentenek a kontinuumfolyamatok is. Ezek közül csak a kvázirugalmas szórást emeljük ki. Ezeknél a reakciómechanizmusoknál a beeső részecske csak a céltárgy-

mag egyetlen nukleonjával vagy egy előre kialakultnak gondolt nukleoncsoportjával hat kölcsön, s azt a kontinuumállapotba szórja. A kilökött részecske energiája folytonos spektrumú, s így a bombázórészecske által átadott energia is az.

Minden részecskekibocsátási küszöb fölött megnyílik egy újabb lehetőség egy újabb kvázirugalmas szórési mechanizmussal történő reakcióra, így érthető, hogy ezek hatása egy, a nagyobb gerjesztési energiák felé növekvő folytonos „háttérhez” vezet.

A fentiek alapján a háttérrel több, egymástól független mérés-technikai, illetve magfizikai okra vezethetjük vissza. Ezek hatását külön-külön is nehéz megbecsülni, az együttes hatásukból eredő háttéralak leírása pedig jelenleg reménytelen feladat. A gyakorlatban éppen ezért az óriásrezonanciáknál nagyobb gerjesztési energiák táján található sima, lapos nukleáris kontinuumot úgy extrapolálják egy sima, lapos „háttérfüggvénnyel”, hogy az az alacsonyabb gerjesztési energiákon lévő, felbontott rezonanciák közötti „völgyeken” vagy valamivel azok alatt haladjon át. A következő példáinkban látható spektrumokra berajzolt hátterek is ilyen becslésekből származnak.

3.3. Az atommagok monopólus-óriásrezonanciái

Első példánk a monopólus-óriásrezonanciával foglalkozik. A monopólus-óriásrezonancia felfedezése és egyértelmű azonosítása sokáig váratott magára, jóllehet kezdettől fogva világos volt, hogy ez a különleges módus milyen fontos információkat szolgáltatna a magerők természetére vonatkozóan. Míg az alapállapotú magok és a magasabb multipolaritású „térfogatörző” gerjesztések a maganyag energiasűrűségének csak a minimumpontjára adnak felvilágosítást, addig a kompressziós gerjesztések a fenti minimumpont környezetére, a maganyag összenyomhatóságára (kompresszibilitására), illetve a magerők sűrűségfüggésére nyújtanak közvetlen információt. A monopólus-óriásrezonancia felfedezését, illetve azonosítását azonban számos körülmény nehezítette.

3.3.1. Az elektronszórási és a korai hadronszórási kísérletek

Rugalmatlan elektronszórásban amellet, hogy nehéz megsza-
badulni a „sugárzási farok” és az izovektor rezonanciák okozta
járulékoktól, a monopólus és a kvadrupólus kölcsönhatási ope-
rátor nagyfokú hasonlósága miatt a két gerjesztés q -függése meg-
egyezik (lásd a 3.1.1. pontot). Ezért rugalmatlan elektronszórási
spektrumokból csak gyenge kijelentéseket lehetett tenni a „lehet-
séges” monopólus járulékokra [41, 42, 43].

Izoskalár hadronok rugalmatlan szóródásakor az elektronszórás
kísérleti és kiértékelési nehézségei nem lépnek föl. A monopólus-
óriásrezonancia egyértelmű azonosítása azonban hosszú ideig
mégsem sikerült. Az izoskalár kvadrupólus-óriásrezonancia és a
monopólus-óriásrezonancia gerjesztési energiái ugyanis olyan kö-
zel esnek egymáshoz, hogy a rezonanciák nagy szélessége miatt
energia szerinti szétválasztásuk közvetlenül nem lehetséges. Leg-
inkább a nagy rendszámú, mágikus magoknál várható szétválás,
hiszen — mint említettük — itt a legkeskenyebbek a rezonanciák.
Ezért került a monopólus-óriásrezonancia kutatásának homlok-
terébe a kétszer mágikus ^{208}Pb -mag. Ennél a magnál a kvadrupólus-
óriásrezonancia aszimmetrikus alakjára (8. ábra) többen is felfi-
gyeltek [44, 45]. Sajnos azonban a kvadrupólus-óriásrezonancia
alakjára vonatkozóan semmiféle elméleti jóslat nincs, így egyedül
az aszimmetrikus alakból még nem lehetett a monopólus-óriás-
rezonancia létrehozását követeltetni.

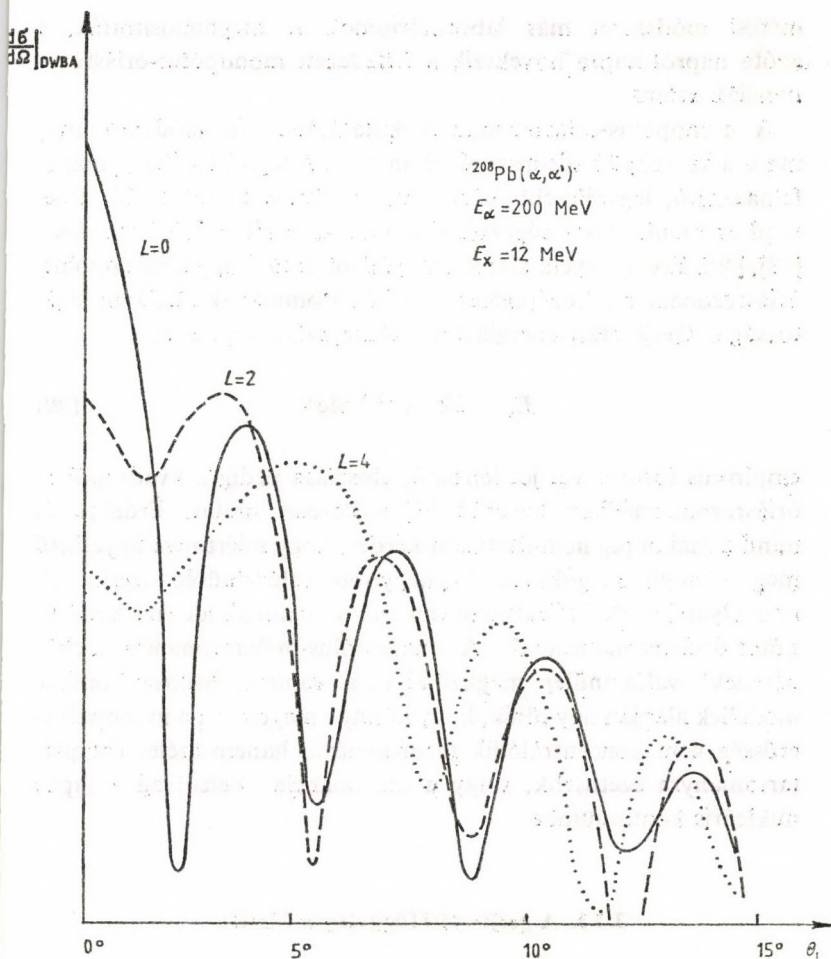
Következő lépésként a differenciális hatáskeresztmetszetek ana-
lízise kínálkozik. Ha az aszimmetrikus alakú rezonancia két, kü-
lönböző multipolaritású komponensből áll, akkor a két komponens
differenciális hatáskeresztmetszeteinek különböző szögfüggést kell
mutatniuk. Ennek alapján a különböző szórási szögeknél mért
rezonanciaalakok „dekomponálásával” az egyik összetevő mono-
pólus karaktere igazolható lenne. Sajnos, ez a módszer is csak
nagy nehézségek árán hajtható végre. Az $L=0$ és az $L=2$

gerjesztések differenciális hatáskeresztmetszeteinek szögfüggése — az extrém kis szórási szögektől eltekintve — hasonló diffrakciós struktúrát mutat. Ez már az egyszerű diffrakciós modell szerint is így van [46], de ezt adja a sokkal realisztikusabb DWBA közelítés is. A 11. ábra erre mutat egy példát. Az ábráról látható, hogy 4 foknál nagyobb szórási szögek mérésével az $L=0$ és az $L=2$ gerjesztés nem különböztethető meg. Igen kis szórási szögek mérése pedig egyrészt a nyaláboptikában használt réseken történő szóródás, másrészt a nyaláb „udvara”, harmadsorban pedig az óriásira növekedett, s a spektrumban csaknem mindent elfedő rugalmas szórási csúcs „farka” miatt igen nehéz kísérleti feladat.

A korai hadronszórásos kísérletek még nem voltak felkészülve ilyen technikai nehézségek legyőzésére, s így nem tudtak extrém kis szórási szögeknél mérni. Az ^{208}Pb -ban talált aszimmetrikus alakú csúcsról csak annyit tudtak megállapítani, hogy ha a csúcs csak az izoskalár kvadrupólus-óriásrezonanciát tartalmazná, akkor erőssége nagyobb lenne, mint amit az energiasúlyozott összegszabály egyáltalán megenged. Kell tehát benne lenni egy másik multipolaritásból adódó járuléknak is, amelynek azonban a vizsgált szögtartományban a kvadrupólus-óriásrezonanciától megkülönböztethetetlen szögfüggésű differenciális hatáskeresztmetszete van.

3.3.2. Kis szögű hadronszórás

A monopólus-óriásrezonancia létezésének első, nemzetközileg is elfogadott kísérleti bizonyítékát Youngblood és munkatársai szolgáltatták, akiknek a fent vázolt kísérleti nehézségek ellenére sikerült kimérni 96 MeV-os rugalmatlan α -szórással az aszimmetrikus rezonancia két komponensének differenciális hatáskeresztmetszetét extrém kis szórási szögeknél [47]. Méréseik — jóllehet 1:20-nál rosszabb csúcs/háttér aránnyal — egyértelműen bizonyították az $L=0$ szögeloszlásban kis szögeknél fellépő minimumot. Az extrém kis szögű szórások nagy technikai apparátust igénylő



11. ábra. $L=0$, $L=2$ és $L=4$ impulzusmomentum átvadásához tartozó differenciális hatáskeresztmetszetek a szórási szög függvényében. $^{208}\text{Pb}(\alpha, \alpha')$ kis szögű rugalmas szórás esetén. A görbék DWBA számítással készültek. A függőleges tengelyen relatív logaritmikus egységek vannak, ezért az ábrán szereplő hatáskeresztmetszetek csak „alak” tekintetében hasonlíthatók össze, abszolút érték tekintetében nem

mérési módszerét más laboratóriumok is meghonosították, s azóta napról napra növekszik a felfedezett monopólus-óriásrezonanciák száma.

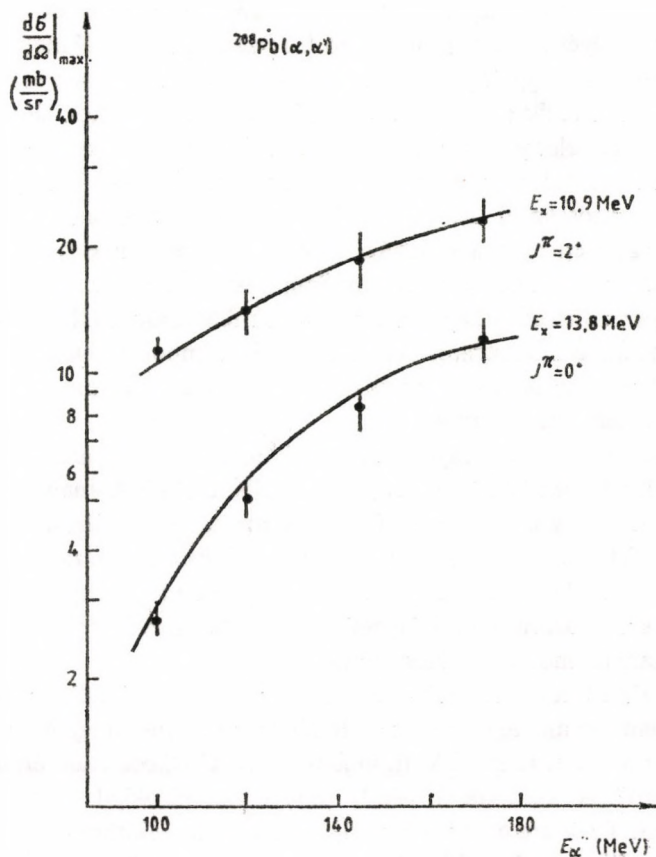
A monopólus-óriásrezonancia kutatásának fő módszere még ma is a kis szögű hadronszórások mérése. A legtöbb céltárgymagot felhasználó, legszélesebb körű „monopólus vadászatot” M. Buenerd és munkatársai végezték Grenoble-ban (^3He , $^3\text{He}'$) szórással [48], [49]. Eredményeik alapján megállapítható, hogy a monopólus-óriásrezonancia a középnehéz és nehéz atommagok általános sajátossága. Gerjesztési energiájának tömegszámfüggése az

$$E_x = 82 \cdot A^{-1/3} \text{ MeV} \quad (90)$$

empirikus formulával jól leírható, eloszlása pedig a kvadрупólus-óriásrezonanciáéhoz hasonló héjszerkezetet mutat. Érdekes és mind a mai napig nem tisztázott kérdés, hogy miért nem figyelhető meg könnyű magokban. Legnagyobb valószínűség szerint itt nem olyan kísérleti effektusról van szó, mint annak idején a kvadрупólus-óriásrezonanciánál. A monopólus-óriásrezonancia „eltűnésének” valószínűleg magfizikai okai vannak. Mikroszkopikus modellek alapján úgy tűnik, hogy könnyű magokban a monopólus-erősség nem koncentráliódik rezonanciává, hanem széles energiatartományra szétoszlik, s így a „rezonancia” beleolvad a lapos nukleáris kontinuumba.

3.3.3. A gerjesztési függvény módszere

Az extrém kis szögeknél történő mérés nehézségei és az ebből fakadó bizonytalanság fontossá teszi, hogy Youngblood és Buenerd módszerétől eltérően, más kísérleti körülmények között is vizsgáljuk a monopólus-óriásrezonanciát. Az egyik ilyen módszer a rezonancia gerjesztési függvényének mérése és összehasonlítása a kvadрупólus-óriásrezonanciáéval [50]. A 12. ábra a ^{208}Pb aszim-



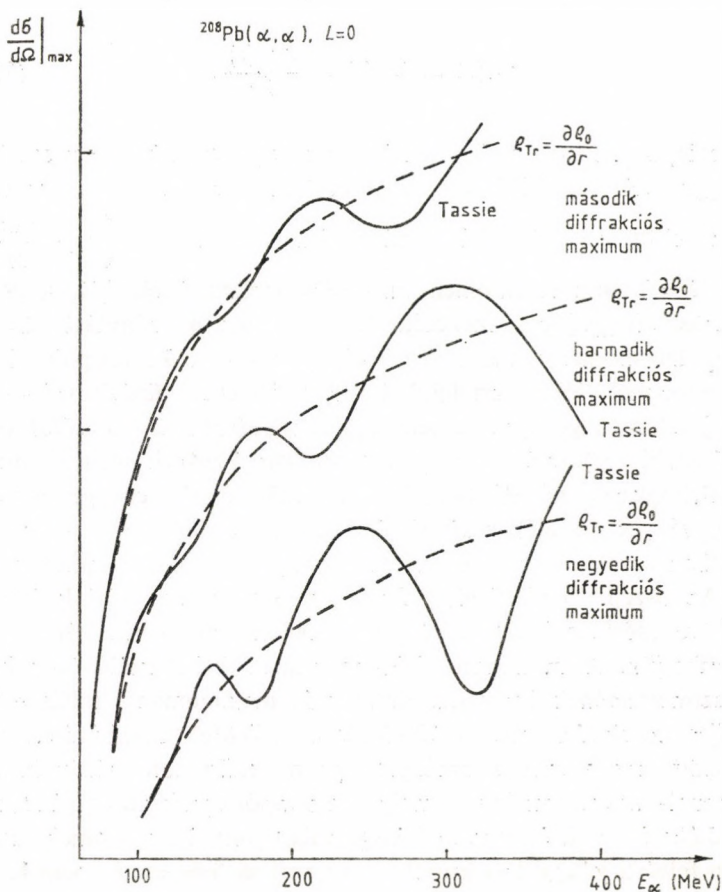
12. ábra. A ^{208}Pb óriásrezonancia-csoport két komponensének gerjeszthetősége a bombázó α -részecskék energiájának függvényében [50]. A kísérleti pontok a megfelelő differenciális hatáskeresztmetszetek harmadik diffrakciós maximumainál mért értékeket jelzik. A folytonos vonalak olyan DWBA számítás eredményei, amelyeknél a 10,9 MeV gerjesztési energiájú komponensre $L=2$ impulzusmomentum-átadást és felületi típusú alakfaktort, a 13,8 MeV gerjesztési energiájú komponensre pedig monopólusgerjesztést és Tassie-féle alakfaktort tételeztünk fel

metrikus rezonanciáját eredményező két komponensnek a gerjeszthetőségét mutatja a bombázó α -részecskék energiájának függvényében. A függőleges tengelyen a differenciális hatáskeresztmetszetek harmadik diffrakciós maximumánál mért értékek láthatók. A módszer előnye, hogy ezek a diffrakciós maximumok már nem extrém kis szórási szögeknél helyezkednek el, s így könnyen és nagy pontossággal mérhetők. (A diffrakciós maximumok „helye” természetesen függ a bombázóenergiától, hiszen magasabb energiáknál a bombázórészecske hullámhosszának csökkenése miatt az egész diffrakciós kép a kisebb szögek felé tolódik el!) Az ábra szerint az aszimmetrikus rezonancia két komponensének gerjesztési függvénye eltérő, s így ez már önmagában is bizonyítja a két rezonancia eltérő karakterét.

A gerjesztési függvények pontosabb analízise újabb érdekességet tár fel: az ilyen kísérleteknél jól használható DWBA analízis megmutatja, hogy a gerjesztési függvény meredekebb változása csak $L=0$ feltételezésével és a monopólus-óriásrezonanciára jellemző alakfaktorról értelmezhető. Ezáltal a gerjesztési függvény módszere a kis szögű szórásokétól független, újabb bizonyítékot szolgáltat a rezonancia monopóluskarakterére.

Izgalmas kérdés természetesen, hogy vajon az eltérő impulzusmomentumnak vagy az eltérő alakfaktornak van-e nagyobb jelentősége a két rezonanciakomponens eltérő viselkedésének értelmezésében? A kérdésre DWBA modellszámításokkal kaphatunk választ. Ezek eredményét mutatja a 13. ábra. Mínthogy a számítások célja annak a felderítése, hogy hogyan befolyásolja a gerjesztési függvények menetét a különböző impulzusmomentum-átadás, illetve az alakfaktorok különböző alakja, a számításokhoz szükséges többi paraméter (optikai potenciál stb.) értékét konstansnak tartjuk.

Az ábrán a folytonos vonalak realisztikus, ún. Tassie-féle átmeneti sűrűséggel számított értékeket mutatnak. A Tassie-féle átmeneti sűrűség — az egyenletes kompressziót feltételező modellel összhangban — a következőképpen származtatható az atom-



13. ábra. DWBA modellszámítás az alakfaktorok, illetve átmeneti sűrűségek hatásának vizsgálatára. A folytonos vonalat realisztikus, Tassie-féle monopólus-sűrűségekkel számoltuk, a szaggatott vonalakat pedig csak felületi jellegű sűrűségekkel. A függőleges tengelyen relatív logaritmikus egységek vannak [77]

mag $\varrho_0(r)$ alapállapotú sűrűségéből [vö. (27)-tel]:

$$\varrho_{Tr}(r) = 3\varrho_0(r) + r \frac{\partial \varrho_0(r)}{\partial r}. \quad (91)$$

Meglepő módon, a Tassie-féle sűrűséggel számított gerjesztési függvények oszcilláló struktúrát mutatnak. Az ábrán szaggatottan jelölt vonalak felületi jellegű átmeneti sűrűség $\left(\varrho_{Tr} \sim \frac{\partial \varrho_0}{\partial r} \right)$

és $L=0$ impulzusmomentum-átadás mellett ábrázolják a gerjesztési függvények menetét. Ha ugyanazt a számítást $L=2$ impulzusmomentum-átadásra is elvégezzük — a kvadrupólus-óriásrezonancia jól ismert felületi jellegű átmeneti sűrűségével — a gerjesztési függvények menete (egy energiafüggetlen szorzófaktor-tól eltekintve) az ábra szaggatott vonalaival egyezik meg. Ez arra utal, hogy az oszcilláló struktúra — s ennek megfelelően a gerjesztési függvények menetében kísérletileg tapasztalt különbség is — első sorban az alakfaktorban szereplő térfogati tag következménye.

Az oszcilláló viselkedést fizikailag mint a mag „felületéről”, illetve „térfogatáról” szóródott hullámok interferenciáját értelmezhetjük. A monopólus-óriásrezonancia differenciális hatáske-resztszintetének harmadik diffrakciós maximumánál talált erőteljes növekedés tehát a 120 MeV és 170 MeV bombázóenergia között erre a szögtartományra éppen beálló konstruktív interferencia következménye, amely a monopólusgerjesztés sajátos radiális függésű átmeneti sűrűsége miatt jöhet létre, s amely tisztán felületi jellegű kvadrupólus átmeneti sűrűség esetén nem létezik. Ennek alapján várható, hogy a gerjesztési függvények menetének finomabb vizsgálatából a monopólus-óriásrezonancia finomabb szerkezetére is következtethetnénk, ellenőrizve ezzel a monopólusrezgés modelljeit.

Az átmeneti sűrűség alakjára még más módszerrel is nyerhetünk információt. Erre mutat egy példát a következő pont.

3.3.4. Alakfaktor és átmeneti sűrűség

Az 2.3.1. pontban egyszerű makroszkopikus modellt ismertettünk, amely az egyenletes kompresszió feltételezésével határozta meg a gömbszimmetrikusan összenyomott mag alakját. A skálamodell a sűrűségperturbáció térfüggő részére a (91) kifejezést adta. A (30) egyenlet szerint az oszcilláció egyetlen paraméterrel, a négyzetes középsugárral leírható. A négyzetes középsugár egyensúlyi értéktől való eltérése az oszcilláció általános koordinátája (33).

Az atommagok cseppmodelljében az alapállapotú (gömbszimmetrikus) atommagok sűrűségeloszlása két paraméterrel jellemezhető: az egyensúlyi magsugárral (R), és a felületi diffuzitással (a). A mag sűrűségét — ismert módon — a Fermi-féle eloszlásfüggvény jól közelíti:

$$\varrho(r) = \varrho_0 \frac{1}{e^{(r-R)/a} + 1}. \quad (92)$$

Itt ϱ_0 -át a normálási feltétel határozza meg:

$$4\pi \int_0^\infty \varrho(r) r^2 dr = A. \quad (93)$$

Egyszerűen belátható, hogy magkompresszió esetén a skálamodellben a magsugár és a diffuzitás relatív változása megegyezik:

$$\frac{\delta R}{R} = \frac{\delta a}{a}. \quad (94)$$

Semmi akadályja sincs annak, hogy másfajta, a skálamodelltől különböző kompressziót is elképzeljünk. Elvileg a (92) formulában szereplő magsugár és diffuzitás egymástól függetlenül is változhat, hiszen a ϱ_0 sűrűséget mindig lehet úgy illeszteni, hogy a (93) egyenlet alapján az anyagmegmaradásról minden pillanatban számot tudjunk adni. Így jutunk el a monopóluskompressziók kétparaméteres sokaságához. Nyilvánvaló, hogy ezeknek a komp-

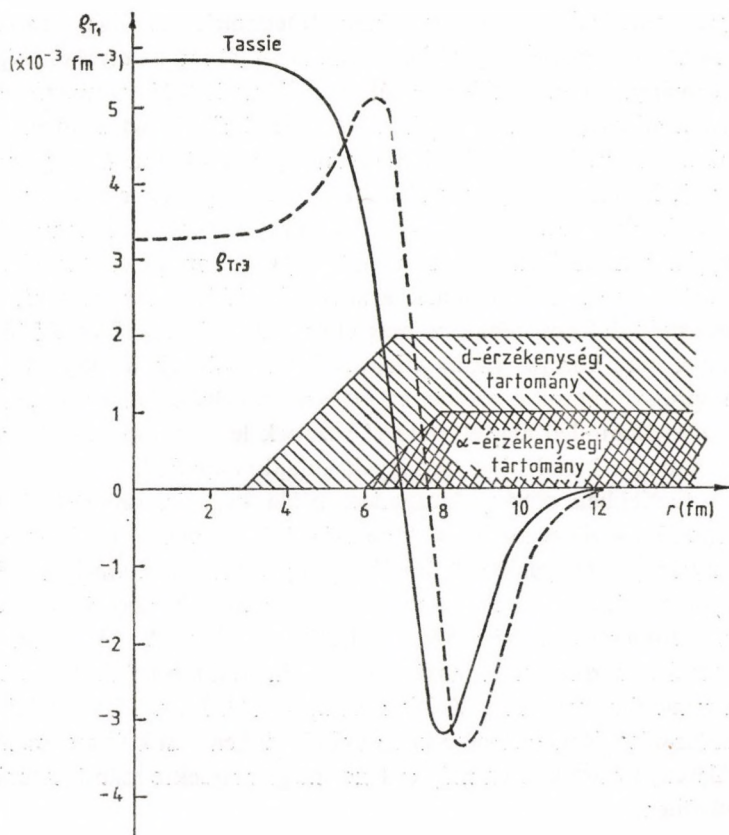
resszióknak megfelelő sűrűségperturbációk is igen változatosak lehetnek.

Felvetődik a kérdés: vajon lehetne-e kísérletileg dönteni a különböző alakú átmeneti sűrűségek között? Az előző szakasz végén említettük, hogy szélesebb energia- és szögterományban mért gerjesztési függvények pontosabb analízise erre lehetőséget adna. Jelenleg azonban még nem ismeretesek ilyen mérések.

Az átmeneti sűrűség pontosabb alakjának felderítése azért is különösen nehéz, mert a mérhető differenciális hatáskeresztmetszet értékebe az átmeneti sűrűség csak az alakfaktoron, és ennek is csak egy integrálján keresztül szól bele. Sok, különböző alakú alakfaktor is képes ugyanazt az integrált szolgáltatni, s így ezek ugyanakkora hatáskeresztmetszethez vezetnek. Az alakfaktorra, s ezen keresztül az átmeneti sűrűsége mégis kaphatunk információt, ha olyan szórási rendszereket hasonlítunk össze, amelyekben a részecskék behatolási mélysége különböző. Ez ugyanis ahhoz vezet, hogy az említett integrálban az alakfaktor különböző tartományai más-más súllyal adnak járulékot, s így a radiális függvény finomabb szerkezete feltárható.

Példaként egy olyan mérést mutatunk be, amelyben azonos sebességű α -részekkel, illetve deutronokkal történt a gerjesztés [51]. A 172 MeV-os α -részecskék, illetve a 86 MeV-os deutronok ^{208}Pb -atómmagba való behatolását szemlélteti a 14. ábra. A behatolási mélységet úgy határoztuk meg, hogy a DWBA számítás végrehajtásakor a sugár szerinti integrálás alsó határát változtattuk a magcentrumtól kifelé egészen addig, amíg a számított (rugalmas) szórási hatáskeresztmetszetben lényeges változást nem tapasztaltunk. Fizikailag a részecskék magba történő behatolását az optikai potenciál képzetes részét szolgáltatató abszorpció korlátozza.

A 14. ábráról látható, hogy az α -részecskék és a deutronok behatolási mélysége különbözik: a deutronok az átmeneti sűrűség mélyebb rétegeiről is hírt adnak, míg az α -részecskék kölcsönhatása — közzismert módon — inkább a magfelületre koncentrálódik. Az említett kísérlet részletesebb ismertetésére, az α - és



14. ábra. Különböző alakú monopólus átmeneti sűrűségek és a szórás érzékenységi tartományának összjátéka. További magyarázat a szövegben

deuteronaszórások összehasonlíthatóságára terjedelmi okoknál fogva nem térhetünk ki, annyit azonban megemlítünk, hogy a kísérlet alapján megállapítható volt, hogy a monopólusrezonancia skálamodelljén alapuló és általában használatos Tassie-féle átmeneti sűrűség nem képes leírni ellentmondásmentesen a kísérleti adatokat. A szerzők megadnak egy olyan alakot az átmeneti sűrű-

ségre, amellyel a mért hatáskeresztmetszetek mindkét szórási rendszerben egyidejűleg jól leírhatók. A 14. ábrán az érzékenységi tartományok mellett feltüntettük a skálamodellből származó átmeneti sűrűséget (az ábrán Tassie-val jelölve), és azt a sűrűség-alakot is, amellyel a kísérleti eredmények leírhatók (szaggatott vonal). Érdekes, hogy ez utóbbi alapján a magcentrumban lényegesen kisebb sűrűségperturbáció adódik, mint az a skálamodell alapján várható lenne. Ez arra utal, hogy a monopólusoszcilláció felületi és térfogati részének aránya eltolódik a felület javára; monopólusdeformációnál a magfelület erősebben deformálódik, mint a mag közepe. Ez az effektus befolyásolhatja a maganyag-kompresszibilitásnak azokat az értékeit, amelyeket eddig kizárólag a skálamodell alapulvételével vezettek le a monopólus-óriásrezonanciák kísérletileg megfigyelt tulajdonságaiból.

A fentiekben néhány kiragadott példa kapcsán ismertettük a monopólus-óriásrezonancia kutatásával kapcsolatos főbb eredményeket, és megemlítettünk néhány olyan mérést is, amelyek feltárják ennek a területnek a szépségét, és a nyitott, megválaszolatlan problémák izgalmából is ízelítőt nyújtanak. A monopólus-óriásrezonancia kutatása ma is dinamikusan fejlődő terület mind elméleti, mind kísérleti szempontból. Biztos, hogy a kézirat lezárása és megjelenése között eltelt időben is sok új eredmény született, s ezen a téren még érdekes meglepetésekre számíthatunk a jövőben.

3.4. Az izoskalár kvadrupólus-óriásrezonancia bomlása

Második példaként azokkal a bonyolult technikai felszerelést igénylő, komplex mérésekkel foglalkozunk, amelyek a kvadrupólus-óriásrezonancia bomlásának mérésével kutatják ennek a gerjesztésnek a szerkezetét.

3.4.1. Bomlási csatornák

A kvadrupólus-óriásrezonancia gerjesztési energiája minden magban a részecskekibocsátási küszöb fölött helyezkedik el. Eből azonnal következik, hogy a rezonancia bomlásában a részecskekibocsátás meghatározó szerepet játszik, hiszen az erős kölcsönhatás miatt ez a folyamat (hacsak valamilyen kiválasztási szabály nem tiltja) több nagyságrenddel gyorsabb, mint az elektromágneses úton történő legerjesztődés.

A részecskekibocsátásban elvileg bármelyik nyitott bomlási csatorna szerepet játszhat. Az óriásrezonancia szerkezetére éppen abból lehet következtetni, hogy a nyitott csatornák közül melyeket részesít előnyben. Kvantitatív módon ezt az elágazási arányok írják le.

Nehéz atommagoknál a magas Coulomb-gát miatt elsősorban neutronkibocsátás várható. Egészen nehéz magoknál a hasadással történő elbomlás is szóba jöhet. Könnyű atommagoknál a neutronküszöb a magas energiák felé, a töltött részecske-küszöb az alacsonyabb energiák felé csúszik, s így itt könnyű töltött részecskék — protonok, α -részecskék — kibocsátására számíthatunk. Részletesebben mi a könnyű magok töltött részecskével történő bomlását ismertetjük. Mielőtt azonban erre rátérnénk, megemlítjük, hogy megfigyelték már nehéz magok (elsősorban a ^{208}Pb) neutronbomlását is [52], továbbá a kvadrupólus-óriásrezonancia hasadási csatornába való bomlását is urán és tórium esetén [53]. Ez utóbbi kísérletek egyik legérdekesebb — és máig sem teljesen megértett — eredménye, hogy a kvadrupólus-óriásrezonancia szinte egyáltalán nem bomlik meghasadással! A hasadási csatornába való elágazási arány jóval kisebb, mint a kvadrupólus-óriásrezonancia gerjesztési energiája „alatt”, illetve fölött mért értékek. Az óriásrezonanciák és a maghasadás kollektív modellje alapján ez az eredmény szinte teljességgel érthetetlen, hiszen a kvadrupólus-óriásrezonanciát jelentő vibrációnak éppen elő kellene segítenie a maghasadáshoz szükséges nagy deformációk elérését. Egy lehetséges, de még

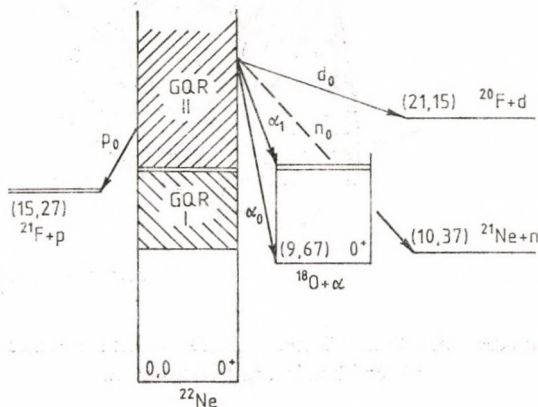
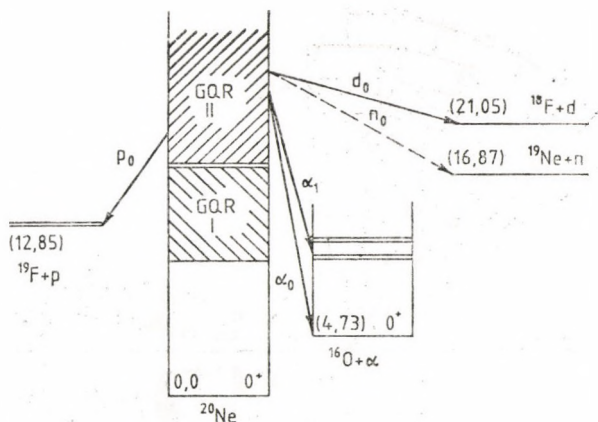
teljesen ki nem dolgozott elképzelés szerint (A. Fäbller) a maghasadáshoz vezető deformációk mikroszkopikusan $0\hbar\omega$ típusú gerjesztésekből, míg a kvadrupólus-óriásrezonancia $2\hbar\omega$ típusúakból tevődik össze. Ezért — bár makroszkopikusan a maghasadás is kvadrupólusdeformációval indul — a két folyamat mégis ortogonális egymásra mikroszkopikusan, s így egyiknek a gerjesztődése kizárja a másikat.

A következőkben a kvadrupólus-óriásrezonancia könnyű töltött részecskékre történő bomlását vizsgáljuk. Nemcsak akkor beszélünk különböző bomlási csatornákról, amikor a kibocsátott részecske típusa különböző, hanem megkülönböztetjük azokat az eseteket is, amikor a leánymag különböző gerjesztett állapotban marad vissza. Így például α_0 bomlási csatorna esetén a gerjesztett (Z, A) atommagból α -rész lép ki, s a $(Z-2, A-4)$ leánymag alapállapotban keletkezik. A P_1 bomlási csatornánál pedig a (Z, A) magból proton lép ki, s a $(Z-1, A-1)$ első gerjesztett állapotban marad vissza. A 15. ábra példaként a ^{20}Ne - és a ^{22}Ne -izotópok óriásrezonanciáinak lehetséges bomlási csatornáit ábrázolja vázlatosan.

3.4.2. Kísérleti körülmények, zavaró magreakciók

A bomlást vizsgáló kísérletek magától értetődően koincidencia-technikát alkalmaznak. Egyrészt gerjeszteni kell az óriásrezonanciát (ez a példaként kiválasztott kísérletben 155 MeV-os α -részecskék rugalmatlan szórásával történik), meg kell győződni arról, hogy valóban az óriásrezonancia gerjesztődött-e (ezért detektálni kell a rugalmatlanul szóródott α -részecskéket, és mérni kell energiájukat), másrészt pedig mérni kell a bomláskor kibocsátott részecskék típusát, energiáját, szögét stb.

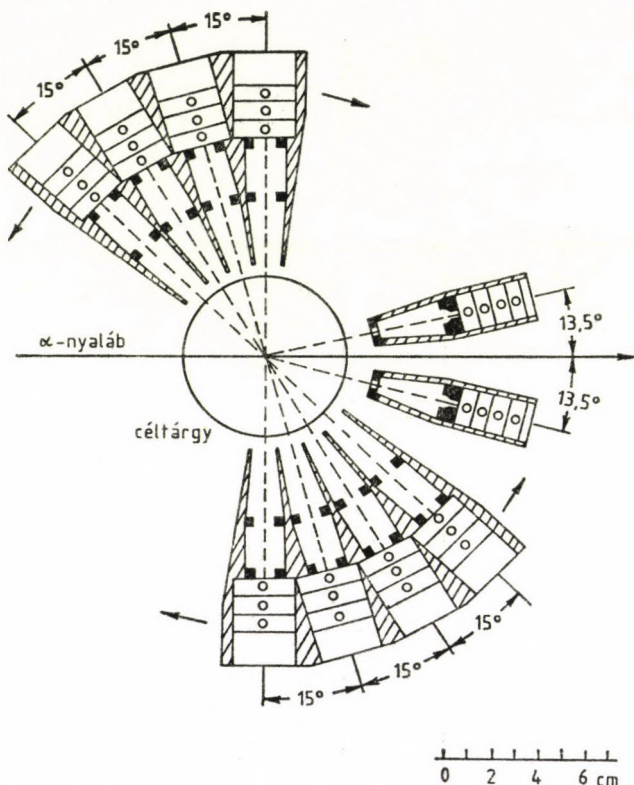
A 16. ábra ilyen méréshez használható összeállítást mutat. A mérési elrendezésben többemeles, félvezető detektorokból épült teleszkópok gondoskodnak a töltött részecskék érzékeléséről, azonosításáról s energiájuk méréséről. Elvileg két teleszkóp már



15. ábra. A ^{20}Ne - és a ^{22}Ne -izotópok óriásrezonanciáinak bomlási csatornái [77]

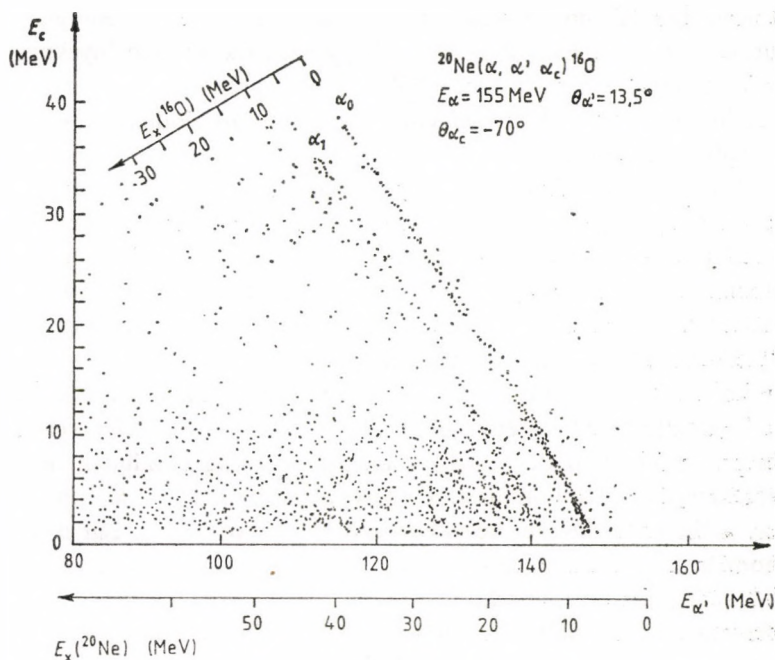
elég lenne. Az ábrán szereplő több teleszkóp a mérés hatásfokát növeli, s lehetővé teszi az egyébként nagyon hosszú mérési idő tizenhatod részére történő csökkentését.

Mint hogy a mérésben mind a rugalmatlanul szóródott részecskék (ún. α' -részek) szögét és energiáját, mind pedig a bomláskor



16. ábra. Tipikus összeállítás óriásrezonanciák töltött részecskés csatornába történő bomlásának vizsgálatára

kibocsátott töltött részecskék (angolul: charged, s ezért c-részek) típusát, szögét és energiáját méri, így az $A(\alpha, \alpha', c)B$ háromtestreakció kinematikailag teljesen határozott. Eszerint egy kiválasztott bomlási csatornát az események kinematikai kiértékeléséből egyértelműen azonosítani lehet. A 17. ábrán példaként bemutatjuk a $^{20}\text{Ne}(\alpha, \alpha', \alpha)^{16}\text{O}$ bomlási csatornákra vonatkozó kinematikai térképet. A vízszintes tengelyen E_α , a függőleges tengelyen $E_b(c) = \alpha$ van, az ábrán szereplő pontok mindegyike pedig egy-egy



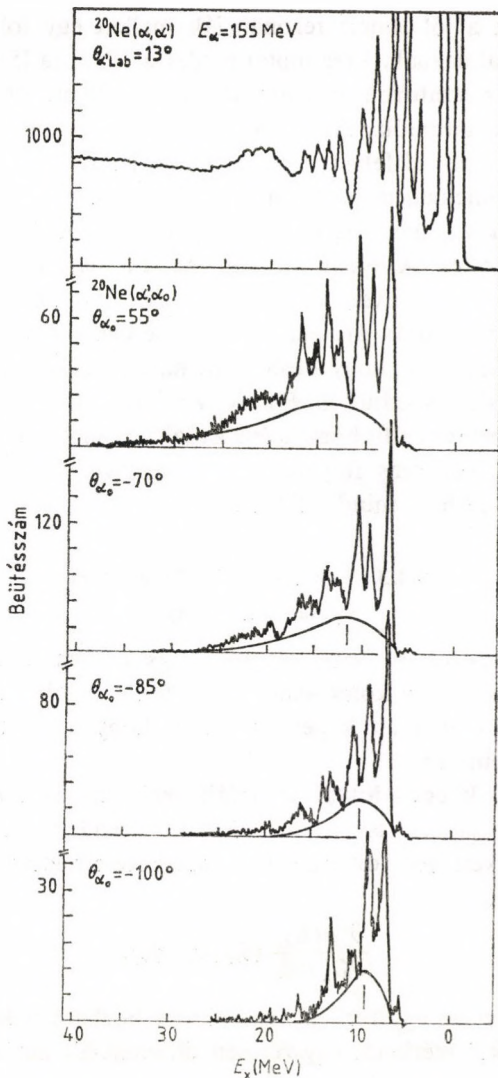
17. ábra. A $^{20}\text{Ne}(\alpha, \alpha', \alpha)$ bomlási csatornák kinematikai térképe. További magyarázat a szövegben

eseményt jelent. (Az ábra csak a mérési események igen kis hányadát mutatja a jobb megfigyelhetőség kedvéért. Megfelelő statisztika eléréséhez az ábrán mutatott eseményszám sokszorososa szükséges!). Jól látható az α_0 bomlási csatornának megfelelő kinematikai vonal, továbbá az ^{16}O -leánymag első gerjesztett állapotaira vezető reakciók kinematikai vonala (az ábrán α_{1-4} -val jelölve). Ilyen térképek alapján az egyes bomlási csatornákhöz adott járulékok a mérést követő off-line számítógépes adatfeldolgozással szétválaszthatók. Az ^{16}O magasabb gerjesztési energiájú állapotaira vezető α -bomlásokat már nem különböztethetjük meg: megnyílik ugyanis a leánymagban az $^{16}\text{O} \rightarrow ^{12}\text{C} + \alpha$ bomlási csa-

torna. Így három részecske helyett négy osztozik az energián, impulzuson stb. Ez ahhoz vezet, hogy ezeknek az eseményeknek a kinematikája a mért adatokból már nem határozható meg egyértelműen, s így ezek az események nem koncentrálnak egyetlen vonallá a térképen.

A kísérleti körülmények tárgyalásakor itt is szót kell ejtenünk a zavaró magreakciókról, illetve reakciómechanizmusokról is. Első pillanatra úgy tűnik, hogy a koincidencafeltétel kiszűri a nemkívánatos eseményeket, s ezzel nagymértékben lecsökkenti a háttérrel. Nagyon sok reakcióval ez valóban így is van. Példa erre a ${}^5\text{He}$ képződésével majd bomlásával járó zavaró magreakció, amely a koincidenca nélküli spektrumot torzította (3.2. alfejezet). Ez a koincidenciával felvett spektrumban biztosan nem jelentkezik, hiszen a félvezető detektoros teleszkópok szinte egyáltalán nem érzékenyek a ${}^5\text{He}$ bomlásakor kilépő neutronra. Hasonló a helyzet a ${}^5\text{Li}$ képződéséhez vezető zavaró magreakcióval is. Bár a ${}^5\text{Li}$ bomlásakor α -részecske és proton lép ki, s a teleszkópok mindkét részecskét detektálják, mégis koincidenca csak kinematikailag összetartozó speciális szögállások és energiák esetén jelentkezik, s így a reakció kiszűrése egyszerű. (Megjegyezzük, hogy éppen így, ilyen jellegű koincidenCIakísérletekkel közvetlenül bizonyíthatóvá vált, hogy a 3.2. alfejezetben említett, spektrumot torzító magreakciók valóban azok, amelyeket az egyszerű szórás-kísérletek alapján feltételeztünk. Ilyen mérésekkel a rövid élettartamú ${}^5\text{Li}$ néhány tulajdonságára is fény derült [54].

Vannak azonban olyan zavaró reakciómechanizmusok is, amelyekről koincidenCIakísérlettel sem lehet „megszabadulni”. Ezek közül a legfontosabb a kvázirugalmas szórás. Nyilvánvaló, hogy mind a szekvenciális bomlás, mind a direkt, kvázirugalmas szóródás ugyanolyan kilépő részecskéhez vezet, s így a detektorok mindkettőt érzékelik. Csak míg a szekvenciális bomlás — a folyamat első lépéséből adódóan — vonalas szerkezetű spektrumot eredményez, addig a kvázirugalmas szórásból származó spektrum folytonos. Ebből adódik, hogy a koincidenCIafeltétellel felvett



18. ábra. A $^{20}\text{Ne}(\alpha, \alpha', \alpha_0)$ bomlási csatornával koincidenciában felvett spektrumok. Az ábra felső részén összehasonlításképpen a koincidenciafeltétel nélkül felvett $^{20}\text{Ne}(\alpha, \alpha')$ spektrum látható. Az egyes spektrumoknál feltüntetett szög az α_0 -részecskék detektálási szögét jelzi. A berajzolt folytonos vonalak a kvázirugalmas szórás (inkoheregensnek feltételezett) járuléka [55]

spektrumok a jól ismert rezonanciák mellett egy folytonos háttér is tartalmaznak. Erre mutat példát a 18. ábra [55]. Az ábrán a α_0 bomlási csatornával koincidenzában felvett $^{20}\text{Ne}(\alpha, \alpha', \alpha_0)$ spektrumok láthatók. Az ábra felső része összehasonlításlal a koincidenzá nélkül felvett $^{20}\text{Ne}(\alpha, \alpha')$ gerjesztési spektrumot mutatja. A koincidenzáspektrumokba folytonos vonallal berajzolt „háttér” a kvázirugalmas szóródás spektátormodellje alapján fel-tételezett járulékl. A nyilak a háttér maximumára mutatnak.

Ezek alapján nyilvánvaló, hogy a bomlás kiértékelésekor a kvázirugalmas szórás járuléklát figyelembe kell venni. Erre az a leg-egyszerűbb módszer, hogy a folytonos háttérrel „levonjuk”, s csak a rezonáns részt értékeljük ki. Ennek az eljárásnak az az alapfeltevé-se, hogy a szekvenciális bomlás és a kvázirugalmas szórás egymástól független, inkohereus folyamat. A következő szakaszban látjuk majd, hogy ez nem mindig teljesül.

3.4.3. Szögkorrelációs függvények és elágazási arányok

Ebben a pontban megvizsgáljuk, hogy milyen többletinformá-ciót szolgáltatnak a koincidenzákísérletek a rugalmatlan szórásos egyszerű kísérletekhez képest, s ezeket hogyan lehet kvantitatív módon jellemezni.

Szemeljük ki egy adott E_x energiájú gerjesztés valamelyik c bom-lási csatornáját. Az ismertetett kísérleti elrendezéssel a kiszemelt gerjesztés kettősen differenciált hatás keresztmetszetét határo-zhatjuk meg:

$$\frac{\partial^2 \sigma(E_x)}{\partial \Omega_{\alpha'} \partial \Omega_c} (\theta_{\alpha'}, \theta_c, \phi_c). \quad (95)$$

Ez a mennyiség egyszerűen kapcsolatba hozható a koincidenzá-feltétel nélkül mérhető, egyszeresen differenciált hatás keresztmet-szettel:

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial \Omega_{\alpha'} \partial \Omega_c} = \frac{\partial \sigma}{\partial \Omega_{\alpha'}} (\theta_{\alpha'}) \frac{\Gamma_c}{\Gamma} W(\theta_c, \phi_c). \quad (96)$$

Itt Γ_c/Γ a gerjesztett állapotnak a kiválasztott c-bomlási csatornára vonatkozó elágazási aránya, $W(\theta_c, \phi_c)$ pedig az adott bomlások szög szerinti eloszlását leíró szöghkorrelációs függvény. Természetesen

$$\sum_c \frac{\Gamma_c}{\Gamma} = 1, \quad (97a)$$

$$\int W(\theta_c, \phi_c) d\Omega_c = 1. \quad (97b)$$

A (96) összefüggés szerint a koincidenciakísérletek által szolgáltatott többletinformáció egyrészt a $W(\theta_c, \phi_c)$ szöghkorrelációs függvény alakján keresztül, másrészt a Γ_c/Γ elágazási arányon keresztül nyerhető. (Megjegyezzük, hogy a szöghkorrelációs függvény általában annak a két iránynak a függvénye, amelyekben a koincidenciában részt vevő részecskéket detektáljuk. Az általunk ismertett kísérleteknél azonban az α' -részecskék detektálási szögét nem változtatták, így a szöghkorrelációs függvény csak a c-részecskék szögétől függ!)

3.4.3.1. Szöghkorrelációs függvények

A szöghkorrelációs függvény alakjának pontosabb meghatározása céljából bontsuk a reakciót gondolatban két lépésre. Az első lépésben rugalmatlan szórás során a céltárgymag gerjesztődik, s meghatározott kvantumállapotba kerül. Ezt az állapotot a szórás leírására használt DWBA közelítéssel többé-kevésbé pontosan meghatározhatjuk. A második lépésben az így létrejött gerjesztett állapotból a visszalökött céltárgymag részecskékibocsátással elbomlik. Ezt a folyamatot legegyszerűbb a visszalökött céltárgymag tömegközépponti rendszerében leírni (angolul: recoil CM-system, vagy RCM system). Válasszunk ebben a rendszerben gömbi koordinátákat, és a koordináta-rendszer z tengelye mutasson a visszalökődés irányába!

Az RCM rendszerben a gerjesztett atommag nyugszik, s így a különböző irányokba történő részecskekibocsátás valószínűsége „csak” a következő kvantumszámoktól függ:

- a gerjesztett állapot L pályamomentuma és paritása,
- az m mágneses kvantumszámok betöltöttségének eloszlása,
- a bomló mag spinje és annak beállása,
- a kibocsátott részecske spinje és annak beállása,
- a leánymag bomlást követő állapotának impulzusmomentuma és annak beállása.

Nyilvánvaló, hogy általános esetben a szögkorrelációs függvény nagyon bonyolult kifejezés lehet, s bár elméleti leírása lehetséges ugyan, a kísérleti eredményekkel mégis csak nehezen hasonlítható össze. Olyan sok szabad paramétert tartalmaz ugyanis, amit nem-polarizált nyalábbal és céltárgymagokkal történő kísérletekben a legtöbb esetben lehetetlen meghatározni.

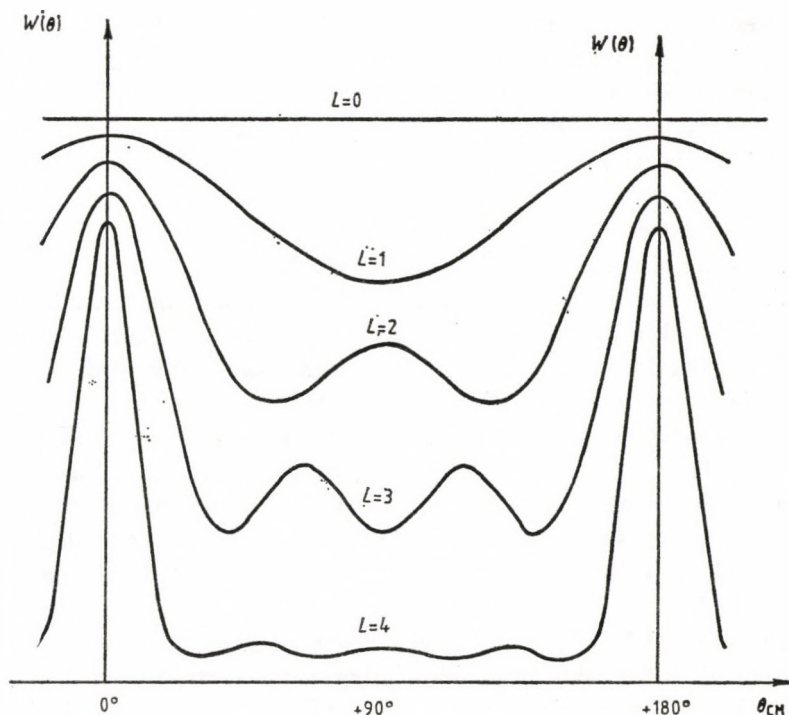
Mi most csak azzal a legegyszerűbb, és a kísérletekkel is jól összevethető esettel foglalkozunk, amikor a bomló mag páros-páros, a kibocsátott részecske spinje 0 és a leánymag teljes impulzusmomentuma is 0. Az egyetlen 0-tól különböző impulzusmomentum tehát a gerjesztett állapot L pályamomentuma. [Ilyenek például a $^{20}\text{Ne}(\alpha, \alpha', \alpha_0)^{16}\text{O}$ bomlás paraméterei.] Ekkor az RCM rendszerbe transzformált szögkorrelációs függvény a következő alakú:

$$W_L(\theta, \phi) = \left| \sum_m \varrho_m Y_L^m(\theta, \phi) \right|^2. \quad (98)$$

Itt θ és ϕ az RCM rendszerben mért szögeket jelenti, ϱ_m pedig az RCM rendszerbe transzformált, a mágneses kvantumszámokra vonatkozó betöltöttség eloszlását. Természetesen

$$\sum_m |\varrho_m|^2 = 1. \quad (99)$$

A ϱ_m -ek értékeit a gerjesztési folyamat (a reakció „első lépése”) határozza meg, s így DWBA-val megkapható.



19. ábra. A szögkorrelációs függvények alakja különböző impulzusmomentumú állapotokból történő bomlások esetén, PWBA közelítésben ($q_m = \delta_{m0}$).
További magyarázat a szövegben

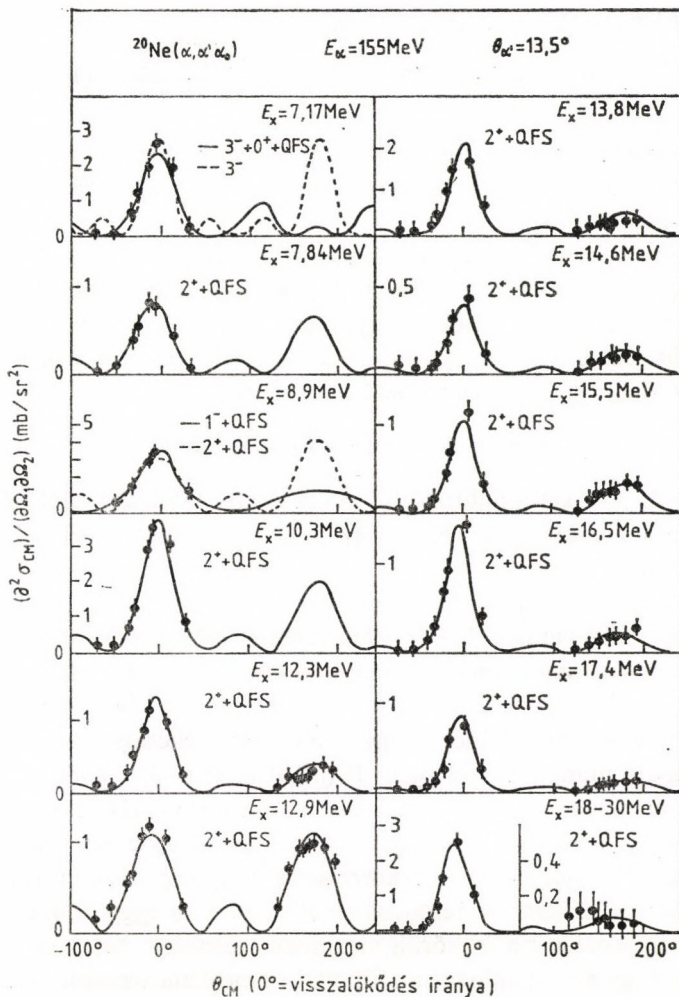
Síkhullámú Born-közelítésben az átadott impulzusmomentum „merőleges” a visszalökődés irányára, s így $q_m = \delta_{m0}$. Ez a sajátosság nagy energiájú részecskék nem túl nagy szögű szórása esetén DWBA közelítésben is megmarad, s ezért a (99) kifejezésben csak az $m=0$ -hoz tartozó gömbfüggvény ad járulékot. Ebből azonnal következik, hogy a szögkorrelációs függvény az RCM rendszerben ϕ -től nem függ, azaz hengerszimmetrikus lesz a visszalökődés iránya körül. A 19. ábra $W(\theta)$ alakját mutatja

ilyen feltételezések mellett különböző L értékekre. (A szögkorrelációs függvényeket az ábrán függőleges irányban eltoltuk. Minimumpontjában mindegyik függvény értéke 0.) Látható, hogy a szögkorrelációs függvények alakja egyértelműen jellemző a kiindulási állapot multipolaritására. Itt nem vetődik fel tehát olyan probléma, mint a koincidenca nélküli szórás kísérleteknél, amikor is csak extrém kis szögek mellett történő mérés döntött egyértelműen az állapot multipolaritásáról (vö. 3.3.1. és 3.3.2. ponttal). Az impulzusmomentum meghatározásához tulajdonképpen elegendő csak a visszalökődési irány környezetében (0° körül) lévő főmaximumot kimérni, hiszen ennek „szélessége” egyértelmű kapcsolatban van a bomló állapot impulzusmomentumával.

A magfizikai többletinformációk kinyerésére irányuló feladat megoldása — legalábbis elvileg — roppant egyszerű: ki kell mérni az adott állapotra vonatkozó kettősen differenciált hatáskeresztmetszet szög szerinti eloszlását (le kell vonni belőle az esetleges zavaró reakciómechanizmusok által adott járulékokat), majd ennek RCM rendszerbe transzformáltját (96) szerint elemezve a függvény alakjából az L impulzusmomentum azonnal meghatározható. A függvény amplitúdójából pedig az elágazási arány kapható meg, ha egyidejűleg mértük a $\partial\sigma/\partial\Omega_\alpha$ koincidenca nélküli differenciális hatáskeresztmetszetet is.

Sok esetben ez a program gond nélkül végigvihető. A 20. ábrán látható, példaként szereplő esetben azonban a mért és RCM rendszerbe transzformált hatáskeresztmetszetek (a kvázirugalmas szórás járulékanak levonása után is) furcsa viselkedést mutatnak: $\theta=0^\circ$ környékén felvett értékük jóval meghaladja a $\theta=180^\circ$ környékén mértet. Erre úgy hivatkozunk majd, hogy a szögkorrelációs függvények aszimmetrikusak (nincs előre-hátra szimmetriájuk) [56].

Az értelmezéssel kapcsolatban első gondolatunk az, hogy talán nem teljesül az egyszerűsítő $\varrho_m = \delta_{m0}$ feltételezés, azaz $W(\theta)$ -ba a (99)-ben szereplő összegből nemcsak az $m=0$ tag ad járulékot! Egyszerű azonban belátni, hogy ilyen esetben is



20. ábra. A $^{20}\text{Ne}(\alpha, \alpha', \alpha_0)$ bomlási csatorna kísérletileg mért szöghorrelációs függvényei 12 felbontott rezonanciára, illetve energiatartományra [56]. A berajzolt folytonos, illetve szaggatott vonalak az ábrán feltüntetett feltételekkel történt illesztések eredményei

$W_L(0^\circ)/W_L(180^\circ)=1$ marad, hiszen

$$Y_L^m(0, \phi) = (-1)^L Y_L^m(\pi, \phi) = \delta_{m0} \sqrt{\frac{2L+1}{4\pi}} P_L(1). \quad (100)$$

A szögkorrelációs függvény elméleti alakja tehát a DWBA legáltalánosabb esetében, akármilyen q_m mellett előre-hátra szimmetrikus marad!

A problémára jelenleg egyetlen megoldás ismeretes az irodalomban [57]: annak feltételezése, hogy a bomló állapot legalább két, különböző multipolaritású gerjesztést tartalmaz, s ezek bomlási amplitúdóinak koherens szuperpozíciója alakítja ki a szögkorrelációs függvényt. Ebben az esetben ugyanis

$$W(\theta, \phi) = C |f_1(\theta, \phi) + f_2(\theta, \phi) e^{i\delta}|^2. \quad (101)$$

Itt f_1 és f_2 a két amplitúdót, δ pedig relatív fázisukat jelöli. A C tényező gondoskodik róla, hogy a (97b) normálási feltétel teljesüljön.

„Tiszta” multipolaritás esetén $f=Y_L^0(\theta, \phi)$ ($q_m=\delta_{m0}$ eset). A keveredés hatásának vizsgálata céljából csökkentsük le például a domináns multipolaritás amplitúdóját 100%-ról 97%-ra! Legyen pl. $f_1=0,97 Y_2(\theta, \phi)$, s keverjünk hozzá ($\delta=0$ mellett) annyi $L=3$ amplitúdót, hogy a normálás teljesüljön. Egyszerű számolás után, (101) alapján $W(0^\circ)/W(180^\circ)=3,4$ adódik!

Ez az egyszerű példa is érzékelteti, hogy a domináns multipolaritású gerjesztés amplitúdójának nagyon kis csökkenése igen érzékenyen befolyásolja a szögkorrelációs függvény aszimmetriáját. A „kevert” függvény felrajzolásával arról is meggyőződhetünk, hogy ugyanekkor a 0° körüli maximum szélessége csak kicsit változik, s így az a domináns multipolaritás meghatározására továbbra is használható.

A korábban felsoroltakon túl, a koincideneciakísérletek tehát további többletinformációt adhatnak az egyszerű szórás kísérletekkel szemben: kimutathatóvá válik különböző multipolaritások keveredése még olyan kis keverési arányok mellett is, amelyek a

rugalmatlan szórás differenciális hatáskeresztmetszetében csak ki-mutathatatlan változásokat okoznak.

Mielőtt az elágazási arányokra rátérnénk, szükséges a fentiek-hez néhány megjegyzést fűznünk. A bomlási amplitúdók koheren-ciája arra utal, hogy a kiindulási állapot impulzusmomentum szem-pontjából kevert állapot, azaz állapotfüggvénye nem sajátfüggvénye az L^2 operátornak! Ezzel kapcsolatban a következő kérdések szok-tak felmerülni:

- Nem áll-e ez ellentétben a forgásinvarianciával, azaz azzal, hogy a mag Hamilton-operátora felcserélhető az L^2 ope-rátorral?
- Hogyan lehetséges, hogy kevert impulzusmomentumú állapot gerjesztődik? Nem áll-e ez ellentmondásban az impulzus-momentum megmaradásával a szórás során?

Az első kérdéssel kapcsolatban azonnal leszögezzük, hogy a magára hagyott atommagra a laboratóriumi rendszerben (külső, irányító tér hiányában) a forgásszimmetria érvényes, azaz H felcserélhető L^2 -tel. Ez pedig az ismert kvantummechanikai tétel szerint azt jelenti [66], hogy van közös sajátfüggvényrendszerük. Következésképpen minden állapot, amely nem elfajult sajátállapota H -nak, sajátállapota lesz L^2 -nek is. Más szavakkal: az ener-giában jól elkülönülő, szétvált állapotok (rezonanciák) impulzus-momentuma is határozott.

Energia szerint elfajult sajátállapotok esetén azonban más a helyzet: Tegyük fel, hogy ψ_1 és ψ_2 sajátállapotai H -nak és L^2 -nek ugyanazon E , de különböző l sajátértékkel, azaz

$$\begin{aligned} H\psi_1 &= E\psi_1, & L^2\psi_1 &= l_1(l_1+1)\psi_1, \\ H\psi_2 &= E\psi_2, & L^2\psi_2 &= l_2(l_2+1)\psi_2. \end{aligned} \quad (l_1 \neq l_2) \quad (102)$$

Nyilvánvaló, hogy ekkor ψ_1 és ψ_2 bármilyen lineáris kombinációja is sajátállapota lesz H -nak E sajátértékkel, azaz egy lehetséges állapotot jelent. Impulzusmomentum szerint azonban kevert

állapotot kapunk. Az első kérdésre tehát a válasz: impulzusmomentum szerint kevert állapot léte akkor nem mond ellent semmilyen szimmetriának, ha a mag olyan gerjesztési energia tartományában vagyunk, ahol adott energiához többféle impulzusmomentumú állapot is tartozhat. Ez pedig egyáltalán nem kizárt a kontinuumtartományban és a nagyobb gerjesztési energiáknál, ahol nagy a gerjesztett állapotok szélessége, és az állapotok „össz-szeérnek”.

A második kérdéssel kapcsolatban elég arra utalnunk, hogy a vizsgált kísérletekben a gerjesztés nagy energiájú részecskék rugalmatlan szóródásával történik. A nagy energia miatt a bejövő részecske hullámfüggvényében $l \sim 100$ értékig szerepelnek parciális hullámok nem elhanyagolható amplitúdóval. Mivel a gerjesztési energia sokkal kisebb a bombázóenergiánál, így a kijövő részecske energiája sem sokkal kisebb, mint a bombázóé, s ezért a kifutó hullámfüggvény is tartalmaz nagy impulzusmomentumú parciális hullámokat. A szórás során a teljes impulzusmomentum megmarad, s ez úgy jelentkezik, hogy a magnak átadott impulzusmomentumnak megfelelően változnak a kijövő parciális hullámok amplitúdói is. A parciális hullámokban szereplő nagy impulzusmomentum-tartomány miatt kis impulzusmomentum-átadásoknál lehetséges kevert állapot kialakulása anélkül, hogy a teljes impulzusmomentum megmaradása sérülne. Ekkor ugyanis a kifutó hullám is „kevert” impulzusmomentum szerint tevődik össze. A kevert impulzusmomentum kialakulását elvileg a szórás differenciális hatáskeresztmetszetén is észlelni lehetne. Figyelembe véve azonban azt, hogy a fentiek szerint csak igen kis százalékos keverésről van szó, nem meglepő, hogy erre a jelenségre korábban, az egyszerűen differenciált szórási hatáskeresztmetszetek analízisékor még nem figyeltek föl.

3.4.3.2. Elágazási arányok

A koincidenCIákísérletekből nyerhető magfizikai információk másik részét az elágazási arányok hordozzák. Ennek kapcsán két fogalmat vezetünk be: a direkt bomlásokat, illetve a statisztikus bomlásokat. Először a direkt bomlást vizsgáljuk.

Tekintsünk egy adott impulzusmomentumú ($L=2$), egyszerű mikroszkopikus szerkezetű gerjesztett állapotot, pl. részecske-lyuk állapotot! Mivel itt a részecske-lyuk gerjesztés a feltételezésünk szerint nem $0\hbar\omega_0$ típusú (héjon belüli) átmenettel, hanem legalább két héj átugrásával valósult meg (óriásrezonancia), nyilvánvaló, hogy a gerjesztett és energiában magasabban lévő részecskének jóval nagyobb esélye van a kilépésre, mint a többi nukleonnak. Ha a bomlás ebből az állapotból történik, az egyetlen nukleon kilépéséhez tartozó elágazási arányoknak sokkal nagyobbak kell lennie, mint a többi bomlási csatornához tartozóknak! Ilyen egyszerű szerkezetű állapot azonban nem sokáig maradhat fenn. Ha nem bomlik el nukleon kibocsátásával, akkor a magon belüli ütközésekkel (amelyeket most már nem tilt a Pauli-elv, hiszen van üres hely, ahová a nukleonok szóródhatnak!), hamarosan bonyolultabb szerkezetű állapottá alakul át. Az egyszerű szerkezetű állapotból történő bomlást ezért gyors, direkt bomlásnak nevezzük, hiszen a gerjesztődés után szinte azonnal be kell következnie, mielőtt még az egyszerű szerkezetű állapot megszűnt volna. A gerjesztés szerkezetéről tehát direkt bomlások hoznak hírt.

Másik határesetként tekintsünk egy olyan — ugyancsak L impulzusmomentumú gerjesztett állapotot, ahol a gerjesztési energia az összes létező szabadsági fokra eloszlott — „termalizálódott”. Nyilvánvaló, hogy az ilyen állapot semmilyen információt sem őriz a gerjesztés kezdeti szakaszának szerkezetéről (kivéve természetesen azokat a kvantumszámokat, amelyekre megmaradási törvények érvényesek). Magasabb gerjesztési energiák esetén a kilépő részecskék száma növekszik, energia szerinti eloszlásuk pedig „párolgási” jellegű. Az ilyen állapot nyilván nem használható a direkt

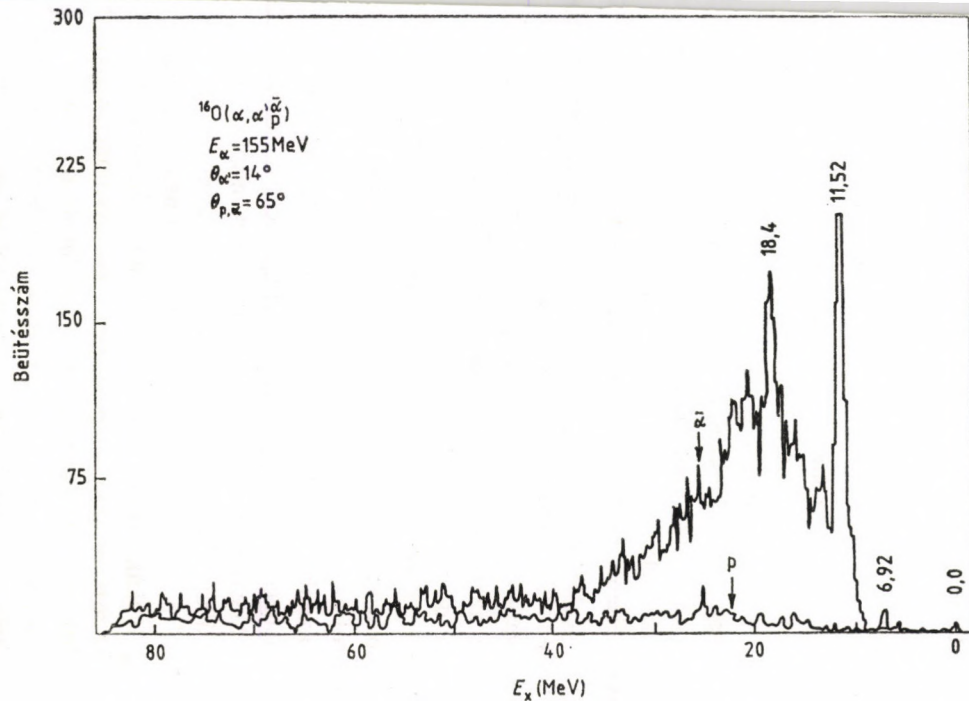
gerjesztés „szerkezetének” vizsgálatára. Ennek a termikus egyensúlyban lévő állapotnak a különböző bomlási csatornákbba történő bomlása statisztikus törvényeket követ. Az egyes bomlási valószínűségeket a bomlási küszöbenergiák, a penetrabilitás és a végállapotok sűrűségei határozzák meg. Ezek ismeretében a várható elágazási arányok elméletileg meghatározhatók [75]. A fentiek alapján a termalizálódott állapot bomlását statisztikus bomlásnak nevezzük.

3.4.4. A kvadrupólus-óriásrezonancia bomlása könnyű magoknál

Elsőnek az ^{16}O bomlásával foglalkozunk [57] alapján. Ennek a magnak a vizsgálatát külön érdekessé teszi az a tény, hogy $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)$ és $^{15}\text{N}(\text{p}, \gamma)$ kísérletek — a rugalmatlan hadronszórás-szal szemben — semmilyen rezonancia jellegű struktúrára nem utaltak a kvadrupólus-óriásrezonancia tartományában [58, 59]. Ez utóbbi reakciók megfordítottjainál, a (γ, α) , illetve (γ, p) típusú reakcióknál az $^{16}\text{O}(\alpha, \alpha', \alpha)$, illetve $^{16}\text{O}(\alpha, \alpha', \text{p})$ reakciókhoz hasonló folyamat játszódik le. Annyi a különbség, hogy az előbbieknél elektromágneses multipólusgerjesztés, míg az utóbbiaknál izoskalár multipólusgerjesztés történik. Az izoskalár kvadrupólus-óriásrezonancia vonatkozásában a kétfajta operátor hatása nagyon hasonló, mert az ^{16}O céltárgy alapállapota tiszta $T=0$ állapot. Ilyen értelemben az $^{16}\text{O}(\alpha, \alpha', \text{c})$ kísérletek a $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)$, illetve $^{15}\text{N}(\text{p}, \gamma)$ kísérletek „fordítottjai”! Ezért várható, hogy a koincidenciamérések segíthetnek feloldani az említett ellentmondást.

Az elvégzett $^{16}\text{O}(\alpha, \alpha', \text{c})$ kísérlet egyik fő meglepetése az volt, amely a 21. ábrán látható koincidenciaspektrumokból is kitűnik: az ^{16}O kvadrupólus-óriásrezonanciája túlnyomórészt α -részecskéek emissziójával bomlik! A protonemisszió hányada (az ábrán befekettítve) ehhez képest elhanyagolható [57]. (Az ábrán az α -bomlási csatornák összege látható).

Ez a kísérlet megmagyarázza a $^{15}\text{N}(\text{p}, \gamma)$ kísérlet negatív ered-



21. ábra. A ^{16}O óriásrezonancia-tartományának bomlásai az α -, illetve protoncsatornába. Mind az α -, mind a protonkoincidencia-spektrumok a nyitott csatornákra és a mért szögekre törént összegezés eredményei [57].

ményét: az ^{16}O kvadrupólus-óriásrezonanciája nem csatolódik a $^{15}\text{N} + p$ rendszerhez, s így a ^{15}N alapállapotából proton befogásával nem is gerjeszthető!

Az α -bomlás domináns szerepe azonban több szempontból is meglepő. Egyrészt nem világos, hogy hogyan fér össze az említett $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)$ kísérlet negatív eredményével, másrészt pedig ellentmondani látszik az óriásrezonancia mikroszkopikus részecske-lyuk modelljének, amely szerint domináns protonemissziót várnánk.

A $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)$ kísérlettel történő összehasonlítást nem a 21. ábrán látható összesített α -bomlásokkal, hanem az egyes bomlási csatornákra történt szétbontás után, az elágazási arányokkal célszerű elvégezni. Ekkor kiderül, hogy az α_0 -bomlási csatorna elágazási aránya sokkal kisebb, mint az α_1 -csatornáé. Ez azt jelenti, hogy az alapállapotú ^{12}C -magra történő α -bomlás nem erős, s így már nem meglepő, hogy az alapállapotú ^{12}C -magokon végrehajtott $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)$ kísérlet sem gerjeszti nagy valószínűséggel az óriásrezonanciát.

Marad még az óriásrezonancia mikroszkopikus szerkezetével kapcsolatos kérdés: hogyan lehetséges, hogy túlnyomórészt α -bomlást látunk, amikor részecske-lyuk gerjesztés történik? Az ^{16}O -atommagban az $1s$ - és az $1p$ -héjak tele vannak. $2\hbar\omega_0$ gerjesztés az $1p$ -héjról az $1f_{7/2}$ -héjra lehetséges. Mikroszkopikus számítások szerint azonban az $L=2$ koherens részecske-lyuk állapot (az óriásrezonancia) csak $(1p_{3/2}^{-1} \times 1f_{7/2}^2)$ konfiguráció esetén valószínűleg [60]. Másfajta részecske-lyuk gerjesztések nem vezetnek erős kollektív állapothoz. Ez azonnal megmagyarázza a p_0 -bomlás hiányát! A ^{15}N alapállapota $ip_{1/2}^{-1}$ típusú, s ezért nem csatolódik a főleg $1p_{3/2}^{-1}$ lyukállapotokat tartalmazó kvadrupólus-óriásrezonanciához! Az α -részecskék kilépését pedig klasztermodell-számítások tették érthetővé. A klasztermodell (angolul cluster csoportot jelent) figyelembe veszi az atommagot alkotó nukleonok korrelációját is, feltételezve, hogy azok nem egymástól teljesen függetlenül mozognak, hanem „csoportokban”, klaszterekbe tömörülve. (A klasztermodellnek különösen a könnyű, $4N$ típusú atommagok sajátosságainak értelmezésénél vannak sikerei.) Az ^{16}O -ra végzett

ilyen számítások megmutatták, hogy az $(1p_{3/2}^{-1} * 1f_{7/2}^1)$ koherens részecske-lyuk állapotnak nagy átfedése van a jó SU(3) szimmetriájú α -klaszter hullámfüggvényekkel. Ez lehetővé teszi, hogy a kollektív típusú részecske-lyuk állapot az α -klaszter állapotokhoz csatolódjon, s így az α -bomlás létrejölessen. Az elméleti modellek azt a kísérleti tényt is visszaadják, hogy az α_1 -csatorna nagyobb elágazási aránnyal bomlik, mint az α_0 , s hogy a bomlásban legnagyobb szerepet az $L=4$ impulzusmomentumú parciális hullámok játsszák (melyet a kísérletileg mért szöghorrelációs függvények is igazolnak) [64].

3.4.5. Az sd-héj atommagjai

Fentebb láttuk, hogy az ^{16}O esetében a kvadrupólus-óriásrezonancia bomlását vizsgáló koincidenckiakísérlet milyen módon vezetett új magszerkezeti információkhoz. Terjedelmi okoknál fogva nem részletezhetjük a többi, hasonló módszerrel vizsgált, sd-héjban lévő atommagokról szerzett új ismereteket. Ezekkel kapcsolatban az irodalomra utalunk [54, 55, 56, 62, 63, 64]. Itt röviden a bomlási tulajdonságok szisztematikájának néhány érdekesebb vonására hívjuk fel a figyelmet.

Az sd-héj alján, a ^{28}Si -ig, az ^{18}O -hoz hasonló elágazási arányokat találunk, amennyiben az α -bomlások dominálnak, s a protonbomlások csak igen kis valószínűséggel következnek be. A ^{28}Si az első olyan mag, ahol az α - és a protonbomlás kb. azonos valószínűséggel történik. Az sd-héj lezáródásakor, a ^{40}Ca esetén pedig már domináns protonbomlást találunk.

Ez a viselkedés — úgy tűnik — értelmezhető a bomlási küszöbenergiák szisztematikája alapján, hiszen a ^{28}Si -nál könnyebb magokban az effektív α -küszöb alacsonyabban van, mint az effektív-protonküszöb, a nehezebb magoknál pedig a helyzet éppen fordított. A küszöbenergiák ilyen hatásából azonban hiba lenne arra következtetni, hogy az óriásrezonancia bomlásai statisztikus jel-

legűek! A kísérletek szerint — különösen az α -bomlási csatornában — csaknem az egész sd-héj mentén és az ^{16}O -nál is, a statisztikus elágazási arányoknál szignifikánsan magasabb értékeket kaptak! Az elméleti értelmezés itt is a korábban már említett klasztermoddellen alapszik.

A ^{28}Si -nál könnyebb magok óriásrezonanciáinak az ^{16}O -éhoz hasonló viselkedése alátámasztja a „gerjesztett törzs” modelljének elképzelését, miszerint az óriásrezonancia-állapot kialakításában alapvetően az ^{16}O -törzs gerjesztései vesznek részt. A modell szerint az sd-héjon lévő nukleonok csak több-kevesebb, bonyolult szerkezetű „háttérállapotot” jelentenek, amelyhez az óriásrezonancia csatolódhat. Ezt a feltételezést támasztja alá a különböző neutronszámú izotópokon végrehajtott koincidenciamérések is (^{18}O , ^{22}Ne , ^{26}Mg stb.).

Az α -bomlási csatornával ellentétben, a protonbomlás elágazási arányai összhangban vannak a statisztikus modellből származó jóslatokkal. Úgy tűnik, hogy a protonbomlás mindig statisztikus úton történik. Ez arra utal, hogy a (Z, A) magban gerjesztett óriásrezonancia sehol sem csatolódik a $(Z-1, A-1)+p$ hullámfüggvényéhez. Ez — közvetve — ismét csak a gerjesztett törzs modelljét támasztja alá! A $(Z-1, A-1)$ ugyanis igen nagy súllyal zárt ^{16}O -törzset tartalmaz, s így világos, hogy a gerjesztett ^{16}O -törzs járulékát tartalmazó óriásrezonancia-állapothoz kicsi az átfedése.

Az sd-héj vége felé és a ^{40}Ca -n túl ilyen jellegű kísérletek egyre nehezebbekké válnak, hiszen a töltött részecskék bomlási küszöbe egyre magasabb, a neutronküszöb pedig egyre alacsonyabb lesz. Itt a neutronbomlást érzékelő koincidenciakísérletek hoznak újat. Ezek ismertetésére azonban itt még vázlatosan sem térhetünk ki.

Végezetül még egy problémát érintünk. Korábban említettük, hogy páros-páros magok α_0 -bomlásának korrelációs függvényét elméletileg is könnyű kezelni. A 20. ábra arra is példát mutatott, hogy az elméleti várakozással ellentétben a kísérletileg mért szöggkorrelációs függvények (a kvázirugalmas szórás levonása után is) előre-hátra aszimmetriát mutatnak. Ez az aszimmetria a fentiek-

ben idézett csaknem valamennyi kísérletben megfigyelhető volt. A legtöbb esetben a vizsgálatok csak a kvadrupólus-óriásrezonanciára terjedtek ki, s így a mért (egyetlen) α_0 -szögkorrelációs függvény aszimmetriáját kis százalékos arányú $L=3$ multipolaritású gerjesztés koherens keveredéseként értelmezték [57, 64]. A ^{20}Ne esetében az α_0 -szögkorrelációs függvényeket széles energiatartományra kiterjedően, a kísérletben felbontott összes rezonanciára vonatkozólag is kiértékeljük [56]. Ez a szisztematikus vizsgálat megmutatta, hogy az előre-hátra aszimmetria a gerjesztési energia azon tartományában jelentkezik, amelyben a kvázirugalmas (α , 2α) szórás is szerepet kap. Ezért felvetettük, hogy az aszimmetriát nem egy „tisztá” $L=3$ multipolaritású gerjesztés keveredése, hanem a szekvenciális bomlás és a kvázirugalmas szórás amplitúdóinak interferenciája okozza. A korábbi módszer $L=3$ multipolaritású állapotokat tételezne fel erősen fluktuáló erősséggel egy széles energiatartományon — s erre pillanatnyilag semmilyen fizikai indítékunk nincs. Az utóbbi módszer ezzel szemben olyan folyamatot használ interferáló folyamatként, amely a mért energiatartományban biztosan jelen van, s amelynek járulékát eddig — inkoherenesen — úgyszólván figyelembe kellett venni. A kvázirugalmas szórás amplitúdójának illesztésével (egyetlen paraméter) a ^{20}Ne gerjesztett állapotainak bomlását ellentmondásmentesen le lehetett írni a gerjesztési energia 7 MeV-től egészen 30 MeV-ig terjedő tartományában. Az óriásrezonanciáknál erős koherenciát tapasztaltunk, míg az alacsonyabb gerjesztési energiáknál gyengébbet. Ez fizikailag azt jelenti, hogy az óriásrezonancia bomlásának gyors, direkt folyamatnak kell lennie, hiszen különben — a fázisok kiátlagolódása miatt — nem interferálhatna egy olyan gyors kontinuumfolyamattal, mint a kvázirugalmas szórás. Ez az eredmény teljes összhangban van azzal, amit korábban egyedül az elágazási arányok és a statisztikus modellből adódó becslések összehasonlítása alapján állapítottunk meg.

4. Összefoglalás

Összefoglalásképpen megállapíthatjuk, hogy az óriásrezonanciák bomlásának vizsgálata érdekes mag szerkezeti információkhoz vezet. A koincidenziakísérletek nagy technikai felkészültséget igénylő, nehéz mérések, amelyek végrehajtását könnyű magok esetében jelentősen leegyszerűsíti az, hogy főleg töltött részecskéket kell detektálni. Minthogy erről a tömegszám tartományról vannak a leg részletesebb információink, mi is ezeket ismertettük a leg bővebben. Kiválasztottunk és elemeztünk néhány érdekesebb eredményt, s igyekeztünk ízelítőt adni a koincidenziakísérletek kiértékelésekor és értelmezésekor felmerülő legizgalmasabb problémákból is.

Az óriásrezonanciák bomlásának vizsgálata ma is dinamikusan fejlődő terület. Folyamatosan jelennek meg újabb és újabb eredményekről tudósító közlemények. Az érdeklődő olvasó figyelmét felhívjuk Specht és Van der Woude összefoglaló jellegű munkájára [65].

Az első óriásrezonancia megfigyelése óta eltelt majdnem 40 év sok új ismerettel gazdagított bennünket. A kutatások azonban egyre újabb területekre hatolnak be, s egyre több, az eddigieknél még izgalmasabb, nyitott kérdés vetődik fel. Várható, hogy alapvető magfizikai ismereteink bővítéséhez még sok új meglepetéssel járulnak hozzá az atommagok általánosan jelentkező, nagy energiájú, erős kollektív gerjesztései, az óriásrezonanciák.

5. Irodalomjegyzék

1. G. G. BALDWIN—G. S. KLAIBER: Phys. Rev. **71** (1947) 3.
2. G. MARX: Die Naturwissenschaften **39** (1952) 476.
3. D. KISDI: Acta Physica Acad. Sci. Hung. **VIII** (1958) 387.
4. M. GOLDBABER—E. TELLER: Phys. Rev. **74** (1948) 1046.
5. H. STEINWEDEL—J. H. D. JENSEN: Z. Naturforschung **5a** (1950) 413.
6. A. BOHR—B. J. MOTTELSON: Struktur der Atomkerne. Akademie Verlag, Berlin, 1980.
7. A. M. BERNSTEIN: Advances in Nuclear Physics. Vol. 3, p. 325. Plenum Press, New York—London, 1969.
8. A. M. LANE: Nuclear Theory. Benjamin, New York, 1965.
9. O. NATHAN—S. G. NILSSON: Alpha- Beta- and Gamma-Ray Spectroscopy. Ed. K. SIEGBAHN. North-Holland, Amsterdam, 1965.
10. T. H. R. SKYRME: Phil. Mag. **1**, (1956) 1043.
11. L. WILETS: Rev. of Mod. Phys. **30** (1958) 542.
12. W. D. MYERS—H. VON GROOTE: Phys. Lett. **61B** (1976) 125.
13. J. TREINER—H. KRIVINE—O. BOHIGAS: Nucl. Phys. **A731** (1981) 253.
14. X. CAMPI—S. STRINGARI: Nucl. Phys. **A377** (1980) 313.
15. J. FRIEDRICH—N. VOEGLER: Phys. Rev. Lett. **47** (1981) 1385.
16. H. P. MORSCH—P. DECOWSKI—M. ROGGE—P. TUREK—L. ZEMLO—S. A. MARTIN—G. P. A. BERG—W. HÜRLIMANN—J. MEISSBURGER—J. G. M. ROEMER: Phys. Rev. C **28** (1983) 1947.
17. A. BOHR—B. J. MOTTELSON: Mat. Fys. Medd. Dan-Vid. Selsk. **27** No. 16.
18. G. E. BROWN: Unified Theory of Nuclear Models. North Holland, Amsterdam, 1964.
19. D. M. BRINK: Nucl. Phys. **4** (1957) 215.

20. L. P. CSERNAI—J. ZIMÁNYI—B. GYARMATI—R. G. LOVAS: Nucl. Phys. **A294** (1978) 41.
21. L. P. CSERNAI—R. G. LOVAS: Atomki Közlemények **19** (1977) 253. 397.
22. T. J. DEAL—S. FALLIEROS. Phys. Rev. C **7** (1973) 1709.
23. T. SUZUKI: Nucl. Phys. **A217** (1973) 182.
24. L. ZAMICK: Phys. Lett. **45B** (1973) 313; Nucl. Phys. **A232** (1974) 13.
25. I. HAMAMOTO: Phys. Scripta **6** (1972) 266; Nucl. Phys. **A196** (1972) 101.
26. T. SUZUKI—D. J. ROWE: Nucl. Phys. **A289** (1977) 461.
27. J. CSEH—I. FODOR J. Phys. G **11** (1985) 103.
28. G. ECKART—G. HOLZWARTH—J. P. DA PROVIDENCIA: Nucl. Phys. **A364** (1981) 1.
H. KOCH—G. ECKART—B. SCHWESINGER—G. HOLZWARTH: Nucl. Phys. **A373** (1982) 173.
T. YUKAWA—G. HOLZWARTH: Nucl. Phys. **A364** (1981) 29.
29. L. D. LANDAU—E. M. LIFSIC: Elméleti Fizika IX. Tankönyvkiadó, Budapest, 1981.
30. C. V. WONG—N. AZZIZ: Phys. Rev. C **24** (1981) 2290.
31. S. STRINGARI: Phys. Lett. **108B** (1982) 232.
32. H. ARENKOEREL (ed.): Proc. Int. Conf. Photonuclear Reactions and Applications. Pacific Grove, California, 1973.
33. S. S. HANNA: Lecture Notes in Physics **61** (1977) 275.
34. S. S. HANNA: Lecture Notes in Physics **108** (1979) 288.
35. H. UEBERALL: Electron Scattering from Complex Nuclei. Academic Press, New York, 1971.
36. T. DE FOREST—J. D. WALECKA. Adv. Phys. **15** (1966) 1.
37. Y. TORIZUKA: Lecture Notes in Physics **62** (1977) 258.
38. J. M. MOSS—C. M. ROZSA—D. H. YOUNGBLOOD—J. D. BRONSON—A. D. BACHER: Phys. Rev. Lett. **34** (1975) 748.
39. D. H. YOUNGBLOOD—J. M. MOSS—C. M. ROZSA—J. D. BRONSON—A. D. BACHER—D. R. BROWN: Phys. Rev. C. **13** (1976) 994.
40. Á. KISS—C. MAYER-BÖRICKE—M. ROGGE—P. TUREK—S. WIKTOR: Phys. Rev. Lett. **37** (1976) 1188.
41. Y. TORIZUKA—Y. KOJIMA—T. SAITO—K. ITOH—A. NAKADA—S. MITSUNOBU—M. NAGAO—K. HOSoyAMA—S. FUKUDA: in Proc. Int. Conf. on Nuclear Structure Studies Using Electron Scattering and Photoreactions. Ed. K. SHODA—H. Ui. Sendai, Japan, 1972.
42. S. FUKUDA—Y. TORIZUKA: Phys. Lett. **62B** (1976) 146.
43. M. SASAO—Y. TORIZUKA: Phys. Rev. C **15** (1977) 217.

44. N. MARTY—M. MORLET—A. WILLIS—V. CAMPARAT—R. FRASCARIA: in Proc. Symp. on Highly Exc. States in Nuclei. Ed. A. FAESSLER—C. MAYER-BÖRICKE—P. TUREK. Kernforschungsanlage Jülich GmbH, Jülich, 1975.
45. M. N. HARAKEH—K. VAN DER BORG—T. ISHIMATSU—H. P. MORSCH—A. VAN DER WOUDE—F. E. BERTRAND: Phys. Rev. Lett. **38** (1977) 676.
46. J. S. BLAIR: Phys. Rev. **155** (1959) 928.
47. D. H. YOUNGBLOOD—C. M. ROZSA—J. M. MOSS—D. R. BROWN—J. D. BRONSON: Phys. Rev. Lett. **39** (1977) 1188.
48. M. BUENERD—G. BONHOMME—D. LEBRUN—P. MARTIN—J. CHAUVIN—G. DUHAMEL—G. PERRIN—P. DE SAINTIGNON: Phys. Lett. **884** (1979) 305.
49. M. BUENERD—D. LEBRUN—P. MARTIN—P. DE SAINTIGNON—G. PERRIN: Phys. Rev. Lett. **45** (1980) 1667.
50. H. P. MORSCH—M. ROGGE—P. TUREK—C. SÜKÖSD—C. MAYER-BÖRICKE: Phys. Rev. C **20** (1979) 1600.
51. H. P. MORSCH—C. SÜKÖSD—M. ROGGE—P. TUREK—H. MACHNER—C. MAYER-BÖRICKE: Phys. Rev. C **22** (1980) 489.
52. W. EYRICH—A. HOFMANN—U. SCHEIB—S. SCHNEIDER—F. VOGLER—H. REBEL: Phys. Rev. Lett. **43** (1979) 1369;
H. STEUER—W. EYRICH—A. HOFMANN—H. ORTNER—U. SCHEIB R. STAMMINGER—D. STEUER—H. REBEL: Phys. Rev. Lett. **47** (1981) 1702.
53. H. P. MORSCH—M. ROGGE—P. DECOWSKI—H. MACHNER—C. SÜKÖSD—P. DAVID—J. DEBRUS—J. HARTFIEL—H. JANSZEN—J. SCHULZE: Phys. Lett. **119B** (1982) 315.
54. H. RIEDESEL—K. T. KNÖPFLE—H. BREUER—P. DOLL—G. MAIRLE G. J. WAGNER: Phys. Rev. Lett. **41** (1978) 377.
55. C. SÜKÖSD—A. DJALOEIS—K. T. KNÖPFLE—C. MAYER-BÖRICKE—H. RIEDESEL—M. ROGGE—K. SCHINDLER—P. TUREK—G. J. WAGNER: Jül-Spez. **72** (1980) 4.
56. C. SÜKÖSD—K. T. KNÖPFLE—C. MAYER-BÖRICKE—H. RIEDESEL—M. ROGGE—K. SCHINDLER—P. TUREK—G. J. WAGNER: Jül-Spez. **99** (1981) 6.
C. SÜKÖSD—C. MAYER-BÖRICKE—M. ROGGE—P. TUREK—K. T. KNÖPFLE—H. RIEDESEL—K. SCHINDLER—G. J. WAGNER: Nucl. Phys. A **467** (1987) 365.
57. K. T. KNÖPFLE—G. J. WAGNER—P. PAUL—H. BREUER—C. MAYER-BÖRICKE—M. ROGGE—P. TUREK: Phys. Lett. **74B** (1978) 191.
58. K. A. SNOVER—E. G. ADEKBERGER—D. R. BROWN: Phys. Rev. Lett. **32** (1974) 1061.

59. S. S. HANNA: Phys. Rev. Lett. **32** (1974) 114.
60. J. SPETH: in Proc. Scottish Universities Summer School in Physics. St. Andrews, 1977. Edinburgh, 1978, p. 101.
61. A. FAESSLER—D. J. MILLENER—P. PAUL—D. STROTTMAN: Nucl. Phys. **A330** (1979) 333.
62. A. DJALOEIS: Int. Conf. Nucl. Phys. with Electromagnetic Interactions. Mainz, 1979. Abstract.
63. D. H. YOUNGBLOOD—A. D. BACHER—D. R. BROWN—J. D. BRONSON—J. M. MOSS—C. M. ROZSA: Phys. Rev. C **15** (1977) 246.
64. K. T. KNÖPFLE—H. RIEDESEL—K. SCHINDLER—G. J. WAGNER—C. MAYER-BÖRCKE—W. OELERT—M. ROGGE—P. TUREK: Phys. Rev. Lett. **46** (1981) 1372.
65. J. SPETH—A. VAN DER WOUDE: Rep. Prog. Phys. **44** (1981) 719.
66. L. D. LANDAU—E. M. LIFSIC: Elméleti Fizika III. Tankönyvkiadó, Budapest, 1978, p. 25, 48.
67. W. KNÜPFER—K. KNAUSS—M. G. HUBER: Phys. Lett. **66B** (1977) 305.
68. G. R. SATCHLER: Nucl. Phys. **A195** (1972) 1.
69. R. H. BASSEL—G. R. SATCHLER—R. M. DRISKO—E. ROST: Phys. Rev. **128** (1962) 2693.
70. E. C. HALBERT—J. B. MCGROREY—G. R. SATCHLER—J. SPETH: Nucl. Phys. **A245** (1975) 189.
71. J. WAMBACH—V. A. MADSEN—G. A. RINKER—J. SPETH: Phys. Rev. Lett. **39** (1977) 1443.
72. R. A. BROGLIE—C. H. DASSO—G. POLLARDO—A. WINTER: Phys. Rep. **48** (1978) 351.
73. L. J. TASSIE: Austr. J. Phys. **9** (1956) 407.
74. D. S. ONLEY—J. T. REYNOLDS—L. E. WRIGHT: Phys. Rev. **B134** (1964) 945.
75. F. PUEHLHOFER: Nucl. Phys. **A280** (1977) 267.
76. F. ZWARTS—A. G. DRENTJE—M. N. HARAKEH—A. VAN DER WOUDE: Nucl. Phys. **A439** (1985) 117.
77. SÜKÖSD Cs: Kandidátusi értekezés. Budapest, 1983.

Az atommagok kölcshatóbozon-modelljei

Cseh József

Tartalomjegyzék

1.	Bevezetés	285
2.	A kölcsönhatóbozon-közelítés elemei	287
2.1.	Alapfeltevések	287
2.2.	Csoportelméleti segédeszközök	290
2.2.1.	Szimmetriacsoportok	290
2.2.2.	Spektrumgeneráló algebrák, dinamikai csoportok	295
2.2.3.	Csoportreprezentációk	296
2.3.	Bázisállapotok, dinamikai szimmetriák	301
3.	Kölcsönhatóbozon-modellek	306
3.1.	A kölcsönhatóbozon-modellek családfája	306
3.2.	Vibronmodell: a dipólusállapotok kölcsönhatóbozon-modelleje	309
3.2.1.	Kétatomos molekulák, magmolekulák	309
3.2.2.	Bozonoperátorok, spektrumkalkulus	310
3.2.3.	Bázisállapotok, dinamikai szimmetriák	313
3.2.4.	Alkalmazások	316
3.2.5.	Három- és többatomos molekulák	318
3.3.	Kölcsönhatóbozon-modell—1 (IBM—1): a kvadrupólusállapotok modellje	320
3.3.1.	Bozonoperátorok, spektrumkalkulus	320
3.3.2.	Bázisállapotok, dinamikai szimmetriák	322
3.3.3.	A modell kiterjesztései	328
3.3.4.	Az IBM—1 és a geometriai kollektív modell	329
3.4.	Kölcsönhatóbozon-modell—2 (IBM—2): a proton-neutron szabadsági fok	331

3.4.1.	A modell	331
3.4.2.	Kevert szimmetriájú állapotok	333
3.4.3.	Az IBM és a héjmodell	335
3.5.	IBM—3 és IBM—4: az izospinformatizmus a kölcsönható-bozon-modellben	340
3.6.	Egyesített modell: dipólus és kvadrupólus szabadsági fokok	342
3.7.	Kölcsönható bozon-fermion modell	344
3.8.	Szuperszimmetriák atommagokban	348
4.	Összefoglalás	352
5.	Irodalomjegyzék	353

1. Bevezetés

A hetvenes évek közepén Akito Arima és Francesco Iachello egy új fenomenologikus modellt dolgozott ki az atommagok kollektív tulajdonságainak leírására, amelyet kölcsönhatóbozonmodellnek neveztek. Azóta e modellt több irányba kiterjesztették, továbbfejlesztették, és hasonló típusú modelleknek egy egész családja született meg. Közös jellemvonásuk az algebrai — csoportelméleti — leírás, és ezzel összefüggésben a szimmetriák vizsgálatának központi szerepe. Az elmúlt tíz évben e téren széles körű elméleti és kísérleti kutatásokat folytattak. A módszer egyik legfőbb eredményeként az tűnik, hogy segítségével nagy mennyiségű kísérleti adatot lehet egyszerűen osztályozni és értelmezni.

E rövid ismertetőben a kölcsönhatóbozon-közelítés elemeit és a legismertebb kölcsönhatóbozon-modelleket tekintjük át. A szakirodalom szóhasználata nem egységes abban a tekintetben, hogy mit neveznek kölcsönhatóbozon-közelítésnek, és mit kölcsönhatóbozon-modellnek. E vonatkozásban azokat a szerzőket követjük, akik közelítésnek a módszert nevezik, amelynek keretében több modell is létezik, és továbbiak is létrehozhatók.

A közelítés elemeit a 2. fejezet tartalmazza. Az alapfeltevések felsorolása után a szükséges csoportelméleti eszközöket tekintjük át vázlatosan. Ennek során nem törekszünk matematikai igényességre, helyette inkább a szemléletességet és a fizikai alkalmazást tartjuk szem előtt. A módszer szűkreszabott és szükségképpen

hiányos ismertetését egy egyszerű példa bemutatásával zárjuk, amelyben szemléltetjük az algebrai apparátus felhasználását, és amelyet a kölcsönhatóbozon-modellek prototípusának tekinthetünk.

A modellek a 3. fejezetben kerülnek sorra. Ennek a résznek a tartalmát, sorrendjét és arányait kettős cél elérésére való törekvés határozta meg. Egyrészt a közelítés működését szándékoztunk bemutatni az alapvető modellek kapcsán, másrészt a modellek egymáshoz való viszonyának és alkalmazási körüknek a taglalásával a jelen helyzetet és törekvéseket érzékeltetni. Emiatt látszott célszerűnek logikai utat követni a több helyütt olvasható történelmi sorrend helyett. És mivel egy le nem zárt elmélet fejezeteit próbáltuk rendszerezni, ez nem tekinthető véglegesnek, és az egyéni megítéléstől teljesen mentesnek; inkább csak a kibontakozó körvonalak felvázolásáról van szó.

A közelítés módszerének és a benne használatos matematikai apparátusnak a kifejtése több összefoglaló munkában található meg, ezeket az irodalomjegyzék első felében felsoroljuk anélkül, hogy a szövegben külön utalnánk rá. A modellekkel kapcsolatban hivatkozunk alapvető cikkekre, ezek kiindulásul szolgálhatnak a részletesebb tanulmányozás számára.

2. A kölcsönhatóbozon-közelítés elemei

2.1. Alapfeltevések

Tételezzük fel, hogy egy atommag viselkedéséért véges sok, egymással kölcsönható bozon felelős.

Ez a feltevés ugyan első pillantásra szokatlannak tűnik, hiszen az atommagra legtöbbször úgy gondolunk, mint protonok és neutronok, tehát fermionok együttesére, ám ellenérzésünket enyhíthetjük a következők szem előtt tartásával. A modellalkotással az a célunk, hogy a rendszert jellemző sok szabadsági fok közül kiválasszunk néhányat, amelyeket könnyen tudunk kezelni, és amelyek segítségével a rendszer legfontosabb jellemvonásai jól értelmezhetők. Ezek lehetnek bozonikus szabadsági fokok is, ahogyan például a kollektív gerjesztések kvantumai is bozonok voltak a folyadékcseppmodellben, vagy gondoljuk meg, hogy a párba csatolt nukleonok is bozonok, és tudjuk, hogy az erős pár-kölcsönhatás miatt ezek fellépése igen valószínű az atommagokban. Szemléletbeli vélekedésünknek azonban nincs meghatározó fontossága; alapfeltevésünk jogosságának igazi próbaköve a belőle levonható következtetések helytállósága.

A bozonokat szerkezet és spin nélküli részecskéként kezeljük, amelyek adott impulzusmomentumú egyrészecske-állapotokat tölthetnek be. A közöttük működő kölcsönhatás kéttest-kölcsönhatás.

A bozonok szerkezetnélkülisége azt jelenti, hogy eljárásunk nem adja meg a bozonállapotok kapcsolatát a proton- és neutron-

állapotokéval, vagyis nem világítja meg a bozonok fizikai természetét. Ennek felderítése fontos és érdekes feladat minden egyes kölcsönhatóbozon-modell esetében, tisztázása azonban mikroszkopikus (a nukleonokat egyenként tekintetbe vevő) számításokat igényel, nem modellalkotási módszerünknek, a kölcsönhatóbozon-közelítésnek a folyománya.

Alapfeltevéseinkből adódóan leírásunk egész spinű magállapotokra korlátozódik. Amint azonban a későbbiekben látni fogjuk, ezek az alapfeltevések általánosíthatók oly módon, hogy a feles spinű magállapotok is leírhatók legyenek.

A modellfeltevések a bozonok egyrészecske-állapotainak megadásával válnak teljessé. Az egyes kölcsönhatóbozon-modellek éppen abban különböznek egymástól, hogyan választjuk ki ezeket az állapotokat. A legegyszerűbb modell az, amelyben két darab egyrészecske-pályát veszünk tekintetbe, melyekhez $l=0$ impulzusmomentum tartozik. Ha $l=0$ és $l=1$ impulzusmomentumú pályákat engedünk meg, akkor négy darab egyrészecske-állapottal van dolgunk, hiszen az $l=1$ -es impulzusmomentumnak három vetülete van: $m=-1, 0, +1$; még akkor is, ha ezek az állapotok esetleg degeneráltak (energiájuk egybeesik). Hasonlóképpen, az $l=0$ és $l=2$ impulzusmomentumú pályák figyelembevétele $1+5=6$ db egyrészecske-állapotra alapozott leírást jelent.

Hogyan alakítják ki a bozonok a mag tulajdonságait? Nézzük például a gerjesztési energia spektrumát.

Az egyrészecske-állapotok energiája különböző lehet. Tekintsük azt az esetet, amikor két energianívónk van, mondjuk az egyik az $l=0$ -ás, a másik pedig az $l=1$ -es, $l=2$ -es vagy egy, az előzőtől különböző energiájú $l=0$ -ás. Ha az N db (véges sok és változatlan számú) bozont különbözőképpen helyezzük el a két nívón, akkor már csak az egyrészecske-energiák összegeként is különböző teljes energiákat kapunk. (Bozonokból természetesen tetszőleges sokat helyezhetünk el ugyanabban az állapotban, hiszen ezt nem tilja a Pauli-elv — ellentétben a nukleonok hasonló elhelyezésével.) Ám ez az energiaspektrum még igen egyhangú; egyenlő távolságok-

ban elhelyezkedő, „létrafogakból” áll, és csöppet sem hasonlít a magok nívósémájára. A bozonok között működő kölcsönhatás azonban ezt az egyszerű spektrumot eltorzítja. Olyannyira eltorzíthatja, hogy az akár valószínűvé is lehet.

Az energia kiszámításának menete demonstrálja modellünk működését.

A számolásokhoz a betöltésszám-reprezentációt (a keltő és eltüntető operátorok nyelvét) használjuk. A Hamilton-operátorban — alapfeltevéseinkből kifolyólag — az egyrészezske-energiákon kívül csak a kéttest-kölcsönhatásból származó tagok szerepelnek. Az n számú egyrészezske-állapotba keltő b_i^+ ($i=1, \dots, n$) és azokból eltüntető b_i ($i=1, \dots, n$) operátorok a bozonokra vonatkozó felcserélési relációknak tesznek eleget: $[b_i, b_j^+] \equiv \equiv b_i b_j^+ - b_j^+ b_i = \delta_{ij}$, $[b_i^+, b_j^+] = [b_i, b_j] = 0$. Mivel modellünkben a részezske-szám megmarad, a fizikai mennyiségek operátoraiban a keltő és eltüntető operátorok csak azonos számban fordulhatnak elő, vagyis az operátorok kifejezhetők a $G_{ij} \equiv b_i^+ b_j$ mennyiségekkel, amelyekből összesen $n \times n = n^2$ darab van. A Hamilton-operátor alakja tehát

$$H = \sum_{ij} \varepsilon_{ij} G_{ij} + \sum_{ijkl} u_{ijkl} G_{ij} G_{kl}, \quad (1)$$

ahol az ε_{ij} és u_{ijkl} paramétereket a modell fenomenologikus jellegeből adódóan kísérleti adatokhoz való illesztésből határozzuk meg. Az (1) összefüggést másképpen fogalmazva: a Hamilton-operátort a G_{ij} -k szerinti sorfejtés formájában állítottuk elő, és a kvadratikus tagnál megálltunk, amit a kéttest-kölcsönhatásra való korlátozódásunk indokol. A Hamilton-operátor megszerkesztése után az energia kiszámítása — a kvantummechanikai sajátérték-probléma megoldásának receptje szerint — az energia- vagy Hamilton-mátrix meghatározásával, majd annak diagonalizálásával folytatódik. A diagonalizálást általában numerikusan hatják végre, amihez természetesen ismernünk kell a Hamilton-operátor mátrix-elemeit (nem diagonális formában) valamilyen bázisállapotok

között. Keressük tehát a rendszer bázisállapotait. Felderítésükhöz hatékony segítséget nyújt a csoportelmélet, melynek alkalmazását az a tény könnyíti meg, hogy az n^2 darab G_{ij} operátor éppen az $U(n)$ csoport generátora. Azt mondjuk, hogy a Hamilton-operátornak $U(n)$ csoportszerkezete van, amint tehát azt értjük, hogy H az $U(n)$ csoport generátoraival fejezhető ki. Érdekes ezért egy rövid kitérő erejéig szemügyre venni az algebrai módszerek felhasználásának módját, mely — mint látni fogjuk — a bázisállapotok felkutatásán kívül más haszonnal is jár. Ezt az áttekintést a következő fejezetben végezzük el.

A kölcsönhatóbozon-közelítés módszerét eddig az energiaoperátor példájával illusztráltuk. Más, fizikailag fontos operátorok (például az elektromágneses átmenetek operátorai) kapcsán hasonló eljárást követnek: az operátort a G_{ij} -k szerinti sorfejtéssel állítják elő, a sorfejtési együtthatók ismét illesztendő paraméterek.

2.2. Csoportelméleti segédeszközök

E rövid ismertető keretei nem engedik meg, hogy a csoportelméleti módszereknek a kölcsönhatóbozon-közelítésben való felhasználását részletesen áttekintsük, ezért itt e kapcsolatnak csupán néhány alapvető vonását szeretnénk szemléltetni.

2.2.1. Szimmetriacsoportok

A csoportelmélet fizikai felhasználásának (a kvantummechanika megjelenése után) első periódusát a szimmetriacsoportok alkalmazása jelentette. Számos kvantummechanikai rendszer viselkedését jellemzik szimmetriák, melyek összefüggéseit a csoportelmélet révén lehet feltárni. A legismertebb példa a forgáscsoport, és vele összefüggésben az impulzusmomentum-algebra. A szimmetriacsoportokkal és felhasználásukkal kapcsolatos legszükségesebb fogalmakat ennek segítségével vesszük szemügyre.

A J_x , J_y és J_z impulzusmomentum-operátorok a

$$[J_x, J_y] = iJ_z, \quad [J_y, J_z] = iJ_x, \quad [J_z, J_x] = iJ_y \quad (2)$$

felcserélési törvényeknek tesznek eleget. Más fizikai mennyiségek operátorai között is áll fenn hasonló összefüggés, nevezetesen: közülük bármely két operátor kommutátora ezen operátorok lineár-kombinációját adja. Az ilyen operátorokra azt mondjuk, hogy *Lie-algebrát* alkotnak.

A (2) felcserélési törvényből következik, hogy létezik egy olyan

$$J^2 = J_x^2 + J_y^2 + J_z^2 \quad (3)$$

operátor, amely felcserélhető az összes impulzusmomentum-operátorral:

$$[J^2, J_x] = [J^2, J_y] = [J^2, J_z] = 0. \quad (4)$$

Hasonlóképpen minden Lie-algebra elemeiből konstruálható egy vagy több olyan operátor, amely felcserélhető az algebra minden elemével. Ezeket az operátorokat Casimir-operátoroknak nevezzük.

A J_x , J_y és J_z operátorok a háromdimenziós (valós), tér *ortogonális* (távolságtartó: $x^2 + y^2 + z^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2$) *forgatásait* generálják. Ha ψ a rendszer hullámfüggvénye, akkor az x tengely körüli infinitezimális α szöggel történő elforgatás után a hullámfüggvény:

$$\psi' = (1 + i\alpha J_x)\psi. \quad (5)$$

A véges forgatások pedig az ilyen infinitezimális forgatásokból állíthatók elő. Ugyanilyen összefüggések érvényesek az y és z tengely körüli forgatásokra is. A háromdimenziós tér ortogonális forgatásai csoportot alkotnak melyet $O(3)$ -nak neveznek. Ez azt jelenti, hogy a forgatások egymás utáni végrehajtására mint műveletére nézve teljesülnek a csoportaxiómák:

1. zártság, vagyis az α és β forgatások szorzata is forgatás:
 $\gamma = \alpha \cdot \beta$;
2. asszociativitás: $(\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma = \alpha \cdot (\beta \cdot \gamma)$;

3. egységelem: $1 \cdot \alpha = \alpha \cdot 1 = \alpha$ létezése;
4. inverzelem: $\alpha \cdot \alpha^{-1} = \alpha^{-1} \cdot \alpha = 1$ létezése.

Hasonlóan: minden Lie-algebrához tartozik (Lie-) csoport, amelynek generátorai az algebra elemei. Így például az n -dimenziós ortogonális csoportot, melyet $O(n)$ -nel jelölünk az n -dimenziós lineáris tér azon transzformációi alkotják, amelyek megőrzik az egy tetőszleges \mathbf{z} vektor z_1, \dots, z_n komponenseiből alkotott

$\sum_{i=1}^n z_i^2$ mennyiséget. Speciálisan: a kétdimenziós tér (az x - y sík) ortogonális forgatásainak csoportja: $O(2)$. Ezt a csoportot a J_z operátor generálja, és mivel ez önmagával természetesen felcserélhető, a hozzá tartozó Lie-algebra Casimir-operátora is J_z .

Az előzőekben említett n^2 számú $b_i^+ b_j$ bilineáris operátor is Lie-algebrát alkot, az általuk generált csoport pedig az n -dimenziós komplex vektortér unitér forgatásainak csoportja, melyet $U(n)$ -nel jelölünk. Unitérnek azt a transzformációt nevezzük, amely megőrzi a $\sum_{i=1}^n z_i^* z_i$ mennyiséget: $\sum_{i=1}^n z_i^* z_i = \sum_{i=1}^n z_i'^* z_i'$.

Később az unitér és az ortogonális csoportokon kívül még egy nevezetes csoportfajtára fogunk hivatkozni, a szimplektikus csoportra. Ez páros $(2n)$ dimenziószámú lineáris terek olyan transzformációs csoportja, amely a tér két tetszőleges $\mathbf{z} \equiv (z_1, \dots, z_n, \tilde{z}_1, \dots, \tilde{z}_n)$ és $\mathbf{w} \equiv (w_1, \dots, w_n, \tilde{w}_1, \dots, \tilde{w}_n)$ eleméből képzett $\sum_{i=1}^n (z_i \tilde{w}_i - \tilde{z}_i w_i)$ mennyiséget hagyja változatlanul. Jele $Sp(n)$ vagy $Sp(2n)$.

Mi a *Lie-algebra ismeretének haszna* különböző esetekben — még mindig az impulzusmomentum példájánál maradva?

1. A Hamilton-operátorunk forgásinvariáns, tehát felcserélhető J_x -szel, J_y -nal és J_z -vel, vagyis $O(3)$ a rendszer szimmetriacsoportja. Ekkor a Hamilton-operátor sajátállapotainak teljes készlete sajátállapota J^2 -nek és valamelyik komponensnek, mondjuk J_z -nek is. (Ha a rendszer állapota J_z -nek sajátállapota, akkor a fel nem cserélhetőség miatt már nem le-

het sajátállapota J_x -nek és J_y -nak.) Ha J^2 sajátértéke $J(J+1)$, akkor ehhez J_z -nek $2J+1$ sajátértéke tartozik: $m = -J, -J+1, \dots, J-1, J$. Forgásinvariancia esetében ezek a sajátállapotok degeneráltak. Ilyenkor az impulzusmomentum-algebra azáltal egyszerűsíti a feladatot, hogy két mozgásállandót (J és m), másszóval az állapotok jellemzésére szolgáló kvantumszámot ad. Bázisállapotaink J^2 és J_z sajátfüggvényei, a J és m indexekkel jellemzett gömbi harmonikus függvények.

2. A Hamilton-operátor nem cserélhető fel mind a három impulzusmomentum-operátorral, de még mindig felcserélhető J^2 -tel és J_z -vel, vagyis az $O(3)$ nem szimmetriacsoportja a rendszernek, de a forgásinvariancia speciális módon sérül. Ekkor az energia-sajátértékek szintén J^2 és J_z sajátértékek, de a $2J+1$ tagú multiplettek nem degeneráltak többé. Ez a helyzet például annak a spin nélküli töltött részecskének az esetében, amely egy gömbszimmetrikus térre szuperponált z irányú homogén mágneses mezőben mozog. Ennek a rendszernek a Hamilton-operátora

$$H = H_0 + KJ_z \quad (6)$$

alakú, ahol H_0 felcserélhető J_x -szel, J_y -nal és J_z -vel, K pedig állandó. Egy multipletten belül az energianívók távolsága K .

3. A Hamilton-operátor nem cserélhető fel ezekkel az operátorokkal sem, de jól közelíthető egy, az impulzusmomentumokkal vagy a J^2 -tel és J_z -vel felcserélhető operátorral, Ekkor perturbációszámítást lehet végezni, és a nemperturbált sajátérték-probléma megoldásában segít az impulzusmomentum-algebra.

A szimmetriacsoport és a hozzá tartozó algebra felismerése révén azon túl, hogy a rendszer állapotai multiplettekbe sorolhatók, ismerjük a multiplettek összeadásának szabályait is (például: egy részecske teljes impulzusmomentuma mint a pályamomentum és a spin eredője.) Továbbá a rendszer állapotai között

való átmenetek valószínűségeit leíró mátrixelemek között összefüggések állapíthatók meg (például kiválasztási szabályok). Ha a rendszert valamilyen más szimmetriacsoporttal (is) jellemezhetjük az 1., 2. vagy 3. pont értelmében, akkor ezen szimmetriák létéből ugyanilyen jellegű következmények fakadnak.

A *szimmetriacsoportok* klasszikus példái a háromdimenziós izotrop harmonikus oszcillátor és a hidrogénatom degenerált sajátállapotait leíró csoportok.

A háromdimenziós harmonikus oszcillátor Hamilton-operátora Descartes-koordinátákkal felírva szétesik három darab egydimenziós harmonikus oszcillátor Hamilton-operátorára. A háromdimenziós oszcillátor energiája az oszcillátorkvantumok számától függ, de független azok eloszlásától az egydimenziós oszcillátorok között. Ez a tény jól láthatóvá teszi az energiaszintek erősen degenerált voltát.

Gömbi koordinátákban elvégezve a sajátérték-probléma megoldását, a rotációs invarianciából eredő degeneráltság szintén megmutatkozik. Szembe tűnik azonban további elfajulás is: különböző impulzusmomentum-értékekhez tartozó sajátfüggvények energiája azonos. A rendszer szimmetriacsoportja tehát nagyobb mint az $O(3)$ csoport; az elfajult energia-sajátállapotok osztályozását egy olyan csoport segítségével végezhetjük el, amely az $O(3)$ csoportot részcsoporthként (a csoportműveletre és inverzelemekre nézve zárt részhalmazként) tartalmazza.

Azok az operátorok, amelyek nem változtatják meg az állapot energiáját nyilvánvalóan azok, amelyek az egyik irányban lévő oszcillátorkvantumok számát csökkentik, a másik irányban lévő kvantumok számát pedig növelik. Ezek az operátorok a legkényelmesebben a keltő és eltüntető operátorokkal fejezhetők ki: a_i^+ , a_i ($i=x, y, z$). Összesen 9 db ilyen $a_i^+ a_j$ operátor van, amelyek az $SU(3)$ csoport generátorai (a részecskeszám-operátor leválasztása után). Az S a speciális szót rövidíti, és azt jelenti, hogy e csoport elemei olyan mátrixokkal reprezentálhatók (lásd a fejezet végén), amelyeknek a determinánsa $+1$.

A nemrelativisztikus Coulomb-probléma esetében (hidrogén-atom) szintén erős elfajulást tapasztalunk a kötött energia-sajátállapotok körében, amiből szimmetriacsoport léteire következtethetünk. A részletek mellőzésével itt csupán annak megjegyzésére szorítkozunk, hogy ennek a rendszernek a szimmetriacsoportja az $SO(4)$.

A továbbiak szempontjából hasznos az itt említett példák kapcsán még egy fogalmat megvilágítani. Azt mondjuk, hogy a harmonikus oszcillátornak $SU(3)$, a hidrogén-atomnak pedig $SO(4)$ *dinamikai szimmetriája* van. A dinamikai jelző a geometriai szimmetriáktól való különbözősége hívja fel a figyelmet. A geometriai szimmetria operációi változatlanul hagyják a rendszer potenciális energiáját. A dinamikai szimmetria transzformációi csak a teljes Hamilton-operátort hagyják változatlanul. Mind a tér-, mind az impulzuskoordinátákat transzformálják, de úgy, hogy az energia operátora invariáns marad. A dinamikai szimmetria fellépése a rendszerben működő kölcsönhatás speciális voltának köszönhető.

2.2.2. Spektrumgeneráló algebrák, dinamikai csoportok

Körülbelül 1960-tól kezdődően a csoportelmélet fizikai felhasználásának egy másik formája bontakozott ki. Ennek során olyan csoportokat kutattak fel, amelyeknek generátorai nem cserélhetők fel a Hamilton-operátorral, de vele egyszerű felcserélési relációnak tesznek eleget oly módon, hogy a generátor egy energia-sajátállapotból egy attól különböző energiájú sajátállapotba viszi át a rendszert. Az ilyen csoportok generátorai által alkotott Lie-algebrát *spektrumgeneráló algebrának* nevezik.

A harmonikus oszcillátor és a Coulomb-probléma spektrumgeneráló algebráját egyaránt az $SU(1,1)$ csoport generátorai alkotják. A hidrogénatom esetében ez az algebra szórási állapotokat is generál. [Az $U(p, q)$ csoport elemei azok a transzformációk,

amelyek a $p+q=n$ -dimeziós komplex vektortér tetszőleges eleméből képzett

$$-\sum_{i=1}^p z_i z_i^* + \sum_{i=p+1}^{p+q=n} z_i z_i^* = -\sum_{i=1}^p z'_i z'^*_i + \sum_{i=p+1}^{p+q=n} z'_i z'^*_i \quad (7)$$

alakú formát változatlanul hagyják. Hasonlóan az $SO(p, q)$ csoport elemei azok a transzformációk, amelyek a $-\sum_{i=1}^p z_i^2 + \sum_{i=p+1}^{p+q=n} z_i^2$ mennyiséget megőrzik.]

Egy rendszer *dinamikai csoportjának* azt a csoportot nevezzük, amely képes megadni a rendszer energiaspektrumát és az energiaszintek elfajultságát, és amely meghatározza az állapotok közötti átmenetek valószínűségét.

A harmonikus oszcillátor dinamikai csoportja az $SU(3,1)$ csoport, mely részcsoporthként tartalmazza mind az $SU(3)$, mind az $SU(1,1)$ csoportokat. Hasonlóképpen: a Coulomb-probléma dinamikai csoportja, az $SO(4,2)$ csoport, melynek az $SO(4)$ és az $SU(1,1)$ részcsoporthjai.

2.2.3. Csoportrepresentációk

A csoportok absztrakt algebrai struktúrák, amelyeket az elemek között fennálló összefüggések jellemeznek. Fizikai alkalmazásukhoz azonban szükségünk van konkrét, számolásokra alkalmas ábrázolásukra is. A következőkben főként a csoportok *mátrixrepresentációja* játszik fontos szerepet.

Azok az

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \quad (8)$$

típusú (röviden n -dimenziós négyzetes) mátrixok, amelyek determinánsa nem nulla, a szokásos mátrixszorzásra nézve: $C=A \cdot B$

$(C_{ik} = \sum_{j=1}^n a_{ij} b_{jk})$ csoportot alkotnak. A csoport egységeleme az egységmátrix:

$$1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Az a_{ij} komplex számok folytonosan változhatnak, a csoport-elemek számossága kontinuum, ezért azt mondjuk, hogy folytonos komplex mátrixcsoporttal van dolgunk.

Azokat a mátrixokat, amelyek eleget tesznek az $A^+ \cdot A = 1$ megkötésnek, unitér mátrixoknak nevezzük. A^+ itt az A mátrix adjungáltja, melyet A -ból a főátlóra való tükrözéssel (A^t), és az elemek komplex konjugáltjukkal való helyettesítésével nyerünk. Az ortogonális mátrixokat az $A^t \cdot A = 1$ tulajdonság jellemzi. (Látható, hogy valós mátrixok esetén az ortogonalitás és az unitaritás azonos követelmény.)

Az $n \times n$ -es unitér mátrixok az $U(n)$, míg az $n \times n$ -es ortogonális mátrixok az $O(n)$ csoport mátrixrepresentációját alkotják.

Egy n -dimenziós komplex mátrix n^2 komplex számot, következésképpen $2n^2$ valós számot jelent. Ezek folytonosan változhatnak, ezért azt mondjuk, hogy az n -dimenziós komplex mátrixok $2n^2$ -paraméteres csoportot alkotnak. Az unitér mátrixok elemeire nézve az $A^+ \cdot A = 1$ megkötés n^2 egyenletet jelent, ezért azok n^2 -paraméteresek. A speciális unitér csoport a $\det A = +1$ egyenlőség miatt $(n^2 - 1)$ -paraméteres. Az ortogonális komplex mátrixok csoportja $n(n - 1)$ -paraméteres.

A mátrixrepresentációk között is kitüntetett helyet foglalnak el a *tenzorrepresentációk*. Különösen kényelmessé teszi őket az a körülmény, hogy segítségükkel könnyen számot adhatunk a sokrészecske-rendszert jellemző permutációs szimmetriáról.

Az azonos részecskék alkotta rendszer leírására szolgáló Lie-algebrák operátorai felcserélhetők a részecskék permutációját leíró operátorokkal. Ennélfogva az egy multipllettbe tartozó állapo-

tok ugyanolyan permutációs szimmetriával rendelkeznek. Az általános definíciók helyett inkább csak érzékeltetjük ismét a koncepciót, a másodrangú tenzorok egyszerű példája segítségével.

Tekintsük a háromdimenziós vektortér (V_3) egy elemét, melyet most $\mathbf{x} \equiv (x_1, x_2, x_3)$ -mal jelölünk, és amely egy általános lineáris transzformáció során az

$$x'_i = \sum_{k=1}^3 a_{ik} x_k \quad (10)$$

módon transzformálódik. [Az n -dimenziós tér általános lineáris transzformációit olyan mátrixok jellemzik, amelyekre nézve az egyetlen kikötés, hogy nem szingulárisak: $\det \mathbf{A} \neq 0$. Ezek a transzformációk csoportot alkotnak, melynek jele: $GL(n)$. Nyilvánvalóan: $GL(n) \supset SL(n)$, $GL(n) \supset U(n)$, $GL(n) \supset O(n)$...] Legyen $\mathbf{y} \equiv (y_1, y_2, y_3)$ a vektortérnek egy másik eleme. A 9 db $x_k y_l$ szorzat transzformációját az

$$x'_i y'_j = \sum_{k,l} a_{ik} a_{jl} x_k y_l \quad (11)$$

egyenlet adja. Az $F_{ij} \equiv x_i y_j$ mennyiségekre azt mondjuk, hogy azok a V_3 vektortér felett értelmezett másodrangú tenzor elemei. Az F_{ij} tenzorok egyúttal vektorteret is alkotnak, melyet a V_3 vektortér önmagával képezett direkt szorzatának ($V_3 \otimes V_3$) nevezünk. Az $a_{ik} a_{jl}$ elemek szintén csoportot alkotnak, amelyet a $GL(3)$ csoport önmagával képezett direkt szorzatának [$GL(3) \otimes GL(3)$] nevezünk. Ez a csoport 9×9 -es mátrixok képében a $GL(3)$ csoport egy reprezentációját adja. (Két különböző vektortér és azok transzformációcsoportjainak direkt szorzata hasonlóképpen értelmezhető.)

Képezve az

$$S_{ik} = S_{ki} = \frac{1}{2} (F_{ik} + F_{ki}), \quad (12)$$

$$A_{ik} = -A_{ki} = \frac{1}{2} (F_{ik} - F_{ki})$$

menyiséget, a tenzor egy 6 komponensű szimmetrikus (S_{ik}) és egy 3 komponensű antiszimmetrikus (A_{ik}) részre esik szét. S_{ik} -ra és A_{ik} -ra azt mondjuk, hogy GL(3)-ra nézve irreducibilis tenzorok.

Más dimenziószámú lineáris tér fölött értelmezett tenzorok definíciója értelemszerű általánosítással nyerhető. Ha pedig a vektorok komponenseiből nem kétszeres, hanem r -szeres szorzatokat készítünk, akkor az r -edrangú tenzor meghatározásához jutunk. Az n -dimenziós vektortér felett értelmezett r -edrangú tenzorok azonban nem bonthatók fel csupán teljesen szimmetrikus és teljesen antiszimmetrikus részekre, mint ahogyan az az előző egyszerű példánkban volt, hanem ennél bonyolultabb szimmetriájú komponensek is előfordulnak. Hogy miféle szimmetriával rendelkeznek az n -dimenziós vektortér felett értelmezett r -edrangú tenzorok a permutációval szemben (vagyis melyek az irreducibilis tenzorok a szóban forgó transzformációcsoportra nézve), annak felkutatására a *Young-ábrák* szolgálnak. Éspedig a következő módon:

1. Bontsuk fel r -et n db λ_i nemnegatív egész szám összegére oly módon, hogy teljesüljenek az alábbi összefüggések:

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n = r, \quad (13)$$

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n \geq 0.$$

2. Minden felbontásnak megfeleltetünk egy Young-ábrát a következő illusztráció szerint:

$$n \left\{ \begin{array}{l} \overbrace{\square \square \square \square \square \square}^{\lambda_1} \\ \overbrace{\square \square \square \square}^{\lambda_2} \\ \vdots \\ \underbrace{\square}_{\lambda_n} \end{array} \right. \quad (14)$$

Példánkban $\lambda_1=6, \lambda_2=4, \dots, \lambda_n=1$ értéket választottunk. Ezt röviden $[6, 4, \dots, 1]$ -gyel jelöljük, a $\lambda_1, \dots, \lambda_k$ felbontást hasonlóan $[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n]$ -nel.

3. A tenzor szimmetrikus a soron belüli, és antiszimmetrikus az oszlopon belüli felcserélésre.

Példaként tekintsük a már említett egyszerű esetet: $r=2$. A lehetséges felbontások a következők: a) $\lambda_1=1, \lambda_2=1$; illetve s) $\lambda_1=2, \lambda_2=0$. A megfelelő Young-ábrák:

$$\begin{aligned} \text{a) } \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} &\equiv [1, 1], \\ \text{s) } \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} &\equiv [2]. \end{aligned} \tag{15}$$

Az a) felbontás az antiszimmetrikus, míg az s) felbontás a szimmetrikus tenzort szolgáltatja.

Tekintettel arra, hogy az irreducibilis tenzor egy transzformációs csoportra nézve van értelmezve, egy másik transzformációs csoportra áttérve az irreducibilitás tényét külön meg kell vizsgálni. Bizonyítás nélkül megjegyezzük itt, hogy a $GL(n)$ -re nézve irreducibilis tenzorok irreducibilis tenzorok $U(n)$ -re nézve is, de már nem azok $O(4)$ -re nézve.

Az irreducibilis reprezentációkat tehát annyi egész számmal tudjuk jellemezni, ahány sora van a Young-ábrának. A $GL(n)$ és az $U(n)$ csoport esetében ez n , az $SU(n)$ esetében $n-1$, az $O(n)$ és $SO(n)$ esetében $v=n/2$, ha n =páros és $v=(n-1)/2$, ha n =páratlan, az $Sp(n)$ esetében $v=n/2$ számot jelent.

Egy (tetszőleges) G csoportra nézve irreducibilis tenzorok a G csoportnak az irreducibilis tenzorreprezentációját definiálják. Annak a kérdésnek az eldöntése, hogy a G csoport irreducibilis reprezentációja milyen irreducibilis reprezentációit tartalmazza egy $G' \subset G$ részcsoporthoz, külön vizsgálatot igényel. Ennek a távolról sem triviális csoportelméleti feladatnak nagy jelentősége van a fizikai alkalmazásokban, amint azt a sokrészecske-rendszer bázisállapotainak felkutatása kapcsán a következőkben is látni fogjuk.

2.3. Bázisállapotok, dinamikai szimmetriák

Ha a vizsgált rendszer Hamilton-operátora G csoportszerkezettel rendelkezik, azaz kifejezhető a G csoport generátoraival, akkor a *bázisállapotokat* egy G -ből induló, teljes csoportlánc tagjainak irreducibilis reprezentációi szolgáltatják:

$$G \supset G' \supset G'' \supset \dots \quad (16)$$

A csoportláncot egymásba skatulyázott alcsoportok alkotják, amelyek rendszerint az $O(3)$ vagy $O(2)$ csoportig vezetnek. Az a tény, hogy a láncot az $O(3)$ vagy $O(2)$ csoport zárja le, azt juttatja kifejezésre, hogy a rendszer a térbeli (vagy síkbeli) elforgatásokkal szembeni invariáns, és az impulzusmomentum (vagy annak vetülete) a rendszer állapotait jellemző jó kvantumszám. A csoportlánc teljességének megvilágításához a csoportokhoz tartozó algebrákat használhatjuk fel. A G csoport generátorai a kommutációs relációra nézve egy zárt halmazt, Lie-algebrát alkotnak. Megkeressük ezeknek egy részhalmazát, amelyek ugyancsak zártak a kommutációs relációra nézve. Ezek az elemek az előző Lie-algebrának egy részalgebráját alkotják, az általuk generált G' Lie-csoport pedig alcsoportja G -nek. A következő lépésben hasonlóképpen jutunk G'' -re. Mindezt annak szem előtt tartásával végezzük, hogy a végén az $O(3)$, illetve $O(2)$ csoportra jussunk, a rendszer szimmetriájának megfelelően; vagyis ezek generátorait megtartjuk a láncban szereplő minden algebra elemei között. Ha G^i és G^{i+1} között nem lehet további lépést közbeiktatni az előzőek szellemében, akkor az így nyert (16) típusú csoportláncot teljesnek nevezzük. Ekkor a csoportok irreducibilis reprezentációját jellemző indexek szolgáltatják a bázisállapotok kvantumszámait. A bázisállapotok felkutatása tehát az előző fejezet végén említett matematikai problémára redukálódott: azt kell tudnunk, hogy a G csoport irreducibilis reprezentációja mely irreducibilis reprezentációját tartalmazza a G' csoportnak és így tovább. Ha a vizsgált rendszer r részecs-

kéből áll, akkor a kérdés az r -edrangú tenzorrepresentációkra vonatkozik.

Lehetséges, hogy több, a követelményeinknek eleget tevő csoportlanc is létezik. Akkor valamennyien egy-egy bázist szolgáltatnak, amely bázisok, természetesen, egymásba transzformálhatók.

Ha a Hamilton-operátor kifejezhető egy (16) típusú csoportlanc Casimir-operátoraival, akkor azt mondjuk, hogy a rendszernek a szóban forgó csoportlánccal jellemezhető *dinamikai szimmetriája* van. Az ilyen Hamilton-operátor az (1) általános kifejezésben szereplő együtthatók speciális értékei mellett valósul meg, nevezetesen: a szóban forgó Casimir-operátorokon kívül a Hamilton-operátor összes többi tagjának az együtthatója nulla értéket vesz fel. A dinamikai szimmetria tehát a modell valamely határesetét jelenti. Ekkor H sajátértékproblémája analitikusan megoldható, a rendszer energiáját zárt formula adja. Más fizikai mennyiségek várható értéke is egyszerűen számítható.

Egy G csoportszerkezetű Hamilton-operátorral rendelkező kölcsönhatóbozon-moddellnek rendszerint több dinamikai szimmetriája létezik.

Megjegyezendő azonban, hogy a dinamikai szimmetriának ez az értelmezése általánosabb, mint amit a szimmetriacsoportok kapcsán említettünk. A Hamilton-operátorban szereplő G' , G'' , ... csoportok Casimir-operátora miatt G nem szimmetriacsoportja, hanem dinamikai csoportja a rendszernek. Multipliettjeik nem degeneráltak, hanem felhasadnak, de az állapotok jellemzésére jó kvantumszámok a csoportok irreducibilis reprezentációit jellemző indexek. Azt lehet mondani, hogy a hidrogénatom vagy a harmonikus oszcillátor példájával illusztrált korábbi definíciónk értelmében az itt adott meghatározás sérült dinamikai szimmetriákat is megenged, de, mint említettük, az ilyen értelemben vett dinamikai szimmetria fellépése is a kölcsönhatás speciális alakjának köszönhető.

A helyzet azzal analóg, mint amit a mágneses térben mozgó spin nélküli részecske kapcsán említettünk. A (6)-beli Hamilton-operá-

torban a z irányú mágneses tér miatt jelenlévő KJ_z tag rontja el a H_0 szimmetriáját (amely az impulzusmomentumot csak J^2 formában tartalmazta). Ennek a rendszernek a jellemzésére egy meghatározott J érték mellett az $O(3) \supset O(2)$ csoportlánc szolgál.

A háromdimenziós harmonikus oszcillátor $SU(3)$ szimmetriájának hasonló jellegű megsértése a magfizikában igen gyümölcsözőnek bizonyult. Az Elliott-modell a magok leírásához abból indul ki, hogy azokat háromdimenziós harmonikusoszcillátor-potenciálban mozgó nukleonok együttesének tekinti. Ilyenkor a rendszernek az $SU(3)$ éppúgy szimmetriacsoportja, mint egyetlen részecske esetében volt. Ezután figyelembe veszi a nukleonok között működő kölcsönhatást, amelyről azt tételezi fel, hogy kvadrupólus típusú (a kölcsönhatás nyilvánvalóan multipólussorba fejthető, és ebből a modell csak egy tagot tart meg). Ennek következtében az $SU(3)$ multiplettek felhasadnak. A Hamilton-operátor a

$$H = H_{\text{osc}} - 36VC_{\text{SU}(3)} + 3VL^2 \quad (17)$$

alakba írható, ahol H_{osc} az oszcillátorpotenciálban kölcsönhatás nélkül mozgó nukleonok Hamilton-operátora, V a maradék kéttest-kölcsönhatás erősségét jellemző tényező, $C_{\text{SU}(3)}$ az $SU(3)$ csoport Casimir-operátora, L^2 az impulzusmomentum-négyzet, vagyis az $O(3)$ csoport Casimir-operátora. Az állapotok multiplettekbe szerveződését most az $SU(3) \supset O(3)$ csoportlánc jellemzi. A Hamilton-operátor (17) alakjából az is kitűnik, hogy az állapotok rotációs sávot alkotnak, amelyhez az

$$\frac{1}{2\Theta} = 3V \quad (18)$$

egyenlet által definiált Θ tehetetlenségi nyomaték tartozik. Az Elliott-modell ily módon (a magelmélet történetében elsőként) mikroszkopikus leírását adta a mag egészére jellemző kollektív viselkedésnek, a rotációnak.

Az elemi részecskék spektrumának rendszerezésére Gell-Mann és Ne'eman által bevezetett $SU(3)$ dinamikai szimmetria hasonló

értelemben sérül, az $SU(3) \supset SU(2) \otimes U(1) \supset SO(2) \otimes U(1)$ csoportlánccal jellemzett módon.

A kölcsönhatóbozon-közelítésről eddig elmondottak szemléltetése érdekében vegyük szemügyre az ilyen *modellek* egy egyszerű példáját. A bozonok számára két különböző egyrészesce-állapotot engedünk meg, de mindkettőhöz zérus impulzusmomentum és pozitív paritás jár. A két állapothoz tartozó keltő és eltüntető operátorokat jelölje s^+ , σ^+ , s és σ . A felcserélési relációk:

$$\begin{aligned} [s, s^+] &= [\sigma, \sigma^+] = 1, \\ [s, s] &= [\sigma, \sigma] = [s^+, s^+] = [\sigma^+, \sigma^+] = \\ &= [s, s^+] = [s^+, \sigma^+] = [s, \sigma] = [s, \sigma^+] = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

A keltő és eltüntető operátorokból képzett, a teljes bozonszámot megőrző bilineáris operátorok: s^+s , $\sigma^+\sigma$, σ^+s és $s^+\sigma$. Közülük az első és második az s , illetve σ állapotban lévő bozonok számát méri: $n_s = s^+s$, $n_\sigma = \sigma^+\sigma$. Célszerű bevezetni e négy operátornak a következő lineárkombinációját:

$$\begin{aligned} N &= n_s + n_\sigma = s^+s + \sigma^+\sigma, \\ t_3 &= \frac{1}{2} (\sigma^+\sigma - s^+s), \\ t_1 &= \frac{1}{2} (\sigma^+s + s^+\sigma), \\ t_2 &= \frac{1}{2} (\sigma^+s - s^+\sigma). \end{aligned} \quad (20)$$

Ezen operátorok a felcserélési relációra nézve zárt halmazt, azaz Lie-algebrát alkotnak, melynek elemei az $U(2)$ csoportot generálják. Az operátorok közül az első a bozonok számát adja. Mivel alapfeltevésünknek megfelelően modellünkben a teljes bozonszám megmarad, ezért figyelmen kívül hagyjuk N -et. A maradék három operátor szintén Lie-algebrát alkot a kommutációra nézve. Ez az algebra éppen az impulzusmomentum-algebra, vagy ami azzal

azonos, az izospin-algebra. Ez utóbbit használva szemléltetésül mondhattuk volna azt, hogy σ a proton-, s pedig a neutronállapotot jelöli, egy olyan egyszerű leírásban, amelyben a hely- és spinfüggő részeket figyelmen kívül hagytuk. Ennek az algebrának az elemei az $SU(2)$ csoportot generálják. [A félégész impulzusmomentum-értékeket is megengedve ez az impulzusmomentum-algebrához tartozó csoport. A korábban említett $O(3)$ a csak egész értékeket felvevő impulzusmomentum — például pályamomentum — algebrájához tartozik.] A Hamilton-operátor $SU(2)$ csoport-szerkezettel rendelkezik, egytest- és kéttest-kölcsönhatásokat tartalmazó általános alakja a következő:

$$H = \sum_i \varepsilon_i t_i + \sum_{ij} u_{ij} t_i t_j. \quad (21)$$

A bázist az $SU(2) \supset SO(2)$ csoportlánc szolgáltatja, állapotait a t^2 és t_3 operátorok (a csoportlánc tagjainak Casimir-operátorai) τ és τ_3 sajátértékei jellemzik. A dinamikai szimmetriának megfelelő Hamilton-operátorok közül megemlítjük a

$$H = -\alpha t_3^2 \quad (22)$$

esetet. Az energiát (22)-nek megfelelően az

$$E = -\alpha \tau_3^2 \quad (23)$$

adja. A (22) az egydimenziós Morse-oszcillátor Hamilton-operátora, amelyet differenciálegyenlet (Schrödinger-egyenlet) leírásban a

$$V(x) = e^{-2x} + 2e^{-x} \quad (24)$$

potenciál jellemez, és amely molekulafizikai problémákkal kapcsolatban tart számot érdeklődésre. A (21) típusú Hamilton-operátorral rendelkező modelleket szokás *Lipkin-modellnek* nevezni.

3. Kölcsönhatóbozon-modellek

3.1. A kölcsönhatóbozon-modellek családfája

Napjainkra a kölcsönhatóbozon-modellek száma annyira megnőtt, hogy áttekintésüket a történelmi út követése helyett célszerűbb logikai sorrendben végezni. A következőkben mi is ezt választjuk.

A *vibronmodellben* a tekintetbe vett egyrészecske-állapotokhoz 0^+ , illetve 1^- spin-paritás tartozik (σ^- , illetve π -állapot). Ennek megfelelően a Hamilton-operátor $U(4)$ csoportszerkezettel rendelkezik [1—3]. Ez a modell a dipólus típusú kollektivitás leírására való. Kétatomos molekulák [4] és az atommagok molekulaszerű gerjesztéseinek leírására alkalmazták néhány esetben [5—7]. Egy továbbfejlesztett változatában háromatomos molekuláknak két kémiai kötése mentén lezajló kollektív mozgását tanulmányozták [8]. Mindkét kötés mentén $U(4)$ -es csoportszerkezetű Hamilton-operátor jellemzi a rotációt-vibrációt, ezért a teljes rendszer Hamilton-operátora $U^1(4) \otimes U^2(4)$ csoportszerkezettel rendelkezik.

A *kölcsönhatóbozon-modell—1 (IBM—1)* a történetileg elsőként megalkotott modell [5—12]. A leírást ebben a modellben 0^+ -os és 2^+ -os spin-paritású egyrészecske-állapotokra (s - és d -állapotokra) alapozzák. A Hamilton-operátor csoportszerkezete $U(6)$. A modellt széles körben alkalmazták közepes és nehéz páros protonszámú és páros neutronszámú atommagok alacsonyán fekvő kollektív állapotainak leírására [13]. E modell lényegében ekviva-

lens a kollektív mozgás folyadékcsepp- vagy geometriai modell-jével [14].

A *kölcsönhatóbozon-modell—2* (IBM—2) leírás az előző általánosítása oly módon, hogy az s és d bozonokat egy újabb szabadsági fokkal látjuk el: mindketten lehetnek proton-, illetve neutronbozonok [15]. A Hamilton-operátor csoportszerkezete $SU(2) \otimes U(6)$, ahol az első tényező a proton-neutron szabadsági fok altérében, az utóbbi pedig az impulzusmomentum-altérben jellemzi a rendszert. E fejlettebb változat lehetőséget nyújt az s és d bozonokra alapozott leírás és a héjmodellkép viszonyának felderítésére. Eredményül az adódik, hogy egy s állapotú protonbozon egy 0 impulzusmomentumú állapotba összecsatolt protonpárt, míg egy d állapotú neutronbozon egy 2-es impulzusmomentumú állapotba összecsatolt neutronpárt jelent, és így tovább.

Az s - d bozonközelítés mikroszkopikus megalapozása veti fel a proton-neutron párok alkotta bozonok szükségességét. Ezek tekintetbevétele vezetett az IBM—3, majd az IBM—4 változatra [16]. Mindkettőben szerepel proton-neutron pár mint bozon, az utóbbi az izospin-formalizmust teljesen következetesen építi be a modellbe. A Hamilton-operátoruk csoportszerkezete $SU(3) \otimes U(6)$, illetve $SU(4) \otimes U(6)$. Alkalmazásuk a könnyű magok tartományában előnyösebb, mint az egyszerűbb változatoké.

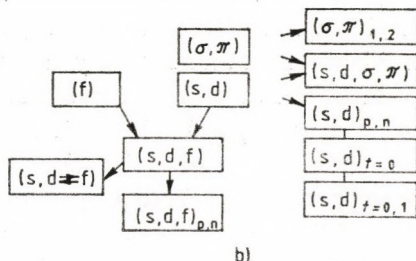
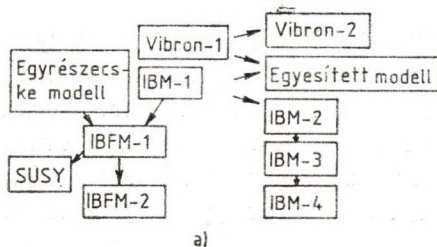
Az *egyesített modellben* a dipólus- és a kvadrupólusmodell egyrészecske-állapotait egyaránt tekintetbe veszik [17]. Ennek megfelelően 0^+ , 2^+ , 0^+ , és 1^- spin-paritású állapotokból (s -, d -, σ - és π -állapotokból) indul ki a leírás. A Hamilton-operátor csoportszerkezete $U(6) \otimes U(4)$. E modell alkalmazása azokban az esetekben válik szükségessé, amelyekben mind a dipólus-, mind a kvadrupóluskollektivitás fontos szerephez jut. Az első számításokat [18] a nehéz magok α -klaszterizációjával kapcsolatban végezték.

A *kölcsönható bozon-fermion modell* (IBFM—1) az IBM—1-nek olyan kiterjesztése, amelyben a kollektív viselkedésért felelős bozonokon kívül a leírásba explicit módon belefoglalják a nukleonok egyrészecskés szabadsági fokait [19,20]. Ha m számú fer-

mion egyrészecske-állapotot veszünk tekintetbe, akkor a Hamilton-operátor csoportszerkezete $U^B(6) \otimes U^F(m)$. A már ismert b_i^+ és b_i bozonkeltő és -eltüntető operátorokon kívül még a_j^+ és a_j fermionkeltő és -eltüntető operátorok is fellépnek a fizikai mennyiségek operátoraiban. A modell azonban mindkét fajta részecskeszám megmaradását megköveteli, ezért csak a $b_i^+ b_j$ és $a_j^+ a_k$ bilineáris szorzatok fordulhatnak elő. Ebben a keretben a páratlan nukleonszámú magok tulajdonságai is vizsgálhatók. További általánosításként ismét bevezethetjük a proton-neutron szabadsági fokot, ahogyan azt az IBM—2 kapcsán láttuk, és így nyerjük az *IBFM*—2 leírást.

Az előző bekezdésben vázolt módon a csak bozonokból, illetve bozonokból és fermionokból álló rendszerek (páros-páros, illetve páros-páratlan és páratlan-páratlan magok) egységesen írhatók le. E modell dinamikai szimmetriái ezért valamilyen *bozon-fermion szimmetriát* fejeznek ki, amely jellegében eltér a legtöbb eddig ismert szimmetriától. A modell egy további általánosításával a leírás alkalmassá tehető a *szuperszimmetriák* (*SUSY*) magfizikai példákön való vizsgálására. Szuperszimmetrián az olyan transzformációval szemben való invarianciát értjük, amely transzformáció bozont fermionba visz át, és megfordítva: fermiont bozonba. A szükséges általánosítás az *IBFM*-hez képest: a bozonok és fermionok számának külön-külön való megmaradásának megkövetelése helyett csupán a részecskék teljes számának megmaradását kell előírni. A már ismerős $b_i^+ b_l$ és $a_j^+ a_k$ bilineáris szorzatokon kívül ekkor fellépnek a $b_i^+ a_k$ és $a_j^+ b_l$ mennyiségek is. Az így kiterjesztett leírást szembesítve a kísérleti tapasztalattal magspektroszkópiai adatok evidenciát szolgáltatottak szuperszimmetria közelítő megvalósulására [21].

Az 1. ábra a leggyakrabban idézett kölcsönható bozon típusú modellek egymással való összefüggését szemlélteti, az (a) részben a modellek neveit, a (b) részben azok alapvető építőköveit feltüntetve.



1. ábra. A leggyakrabban idézett kölcsönható bozon típusú modellek összefüggése a modellek neveivel (a), alapvető építőkövekkel szemléltetve (b). Az s, d, σ és π betűk bozonokat jelölnek a szövegben mondottak szerint, f jelentése fermion, p=proton, n=neutron, t az izospin

3.2. Vibronmodell: a dipólusállapotok kölcsönhatóbozonmodellje

3.2.1. Kétatomos molekulák, magmolekulák

Vizsgáljuk egy kétatomos molekula kollektív mozgását! Ez rotációt és vibrációt jelent, melynek során az elektronkonfiguráció (az elektronok eloszlása az egyrészecske-állapotok között) nem változik. Az ilyen mozgás leírása a két atom magja által definiált helyzetvektor segítségével történik; a domináns szabadsági fokok dipólus típusúak.

Az atommagoknak is van molekulaszerű gerjesztésük. Ezek az állapotok könnyű (4 és 40 közé eső tömegszámú) magok reakciói-

ban jönnek létre. Az ütközés során — bizonyos energiaértékeknél — bekövetkezhet az, hogy a két atommag összetapad, és számottevő ideig megmarad ebben a molekulaszerű állapotban, mielőtt teljesen egygé olvadna vagy újra szétszakadna. A számottevő idő természetesen a reakció időskáláján értendő: többszöröse annak, mint ami az egymáson történő egyszerű áthaladáshoz tartozik adott sebességek mellett; ám ez még mindig igen gyorsan bomló állapotot jelent. Ezek az állapotok a reakció hatáskezelészetének energiafüggésében mutatkoznak meg rezonanciák alakjában. Az ilyen állapotok az atommag egy sajátos kollektív viselkedéséről árulkodnak, és e szemléletes kép azt sugallja, hogy ezt a fajta kollektivitást ugyanúgy a dipólus szabadsági fokokkal hozzuk kapcsolatba, mint a kétatomos molekulák esetében. Itt a két klaszter tömegközéppontját összekötő helyzetvektorral jellemezhetjük a rendszer viselkedését. A magmolekulák dipólus szabadsági fokokra alapozott leírását Iachello javasolta 1981-ben [2], bevezetve ezáltal a magfizikába is a vibronmodellt, a dipólusállapotok kölcsönhatóbozon-modelljét, amit a molekulafizikai indítatással kevéssel korábban már megalapozott [1]. A modell részletes taglalása a [3, 4] munkákban található.

3.2.2. Bozonoperátorok, spektrumkalkulus

A vibronmodellben a bozonok számára rendelkezésre álló egyrészecske-állapotokhoz 0^+ és 1^- spin-paritás tartozik. Az ezekbe az állapotokba részecskéket keltő operátorok jele σ^+ és π_μ^+ ($\mu = -1, 0, 1$), az eltüntető operátoroké pedig σ és π_μ . Felcserélési relációik:

$$\begin{aligned} [\sigma, \sigma^+] &= 1, \quad [\sigma, \sigma] = 0, \quad [\sigma^+, \sigma^+] = 0, \\ [\pi_\mu, \pi_\mu^+] &= \delta_{\mu\mu'}, \quad [\pi_\mu, \pi_{\mu'}] = 0, \quad [\pi_\mu^+, \pi_{\mu'}^+] = 0, \\ [\sigma, \pi_\mu^+] &= 0, \quad [\sigma, \pi_\mu] = 0, \quad [\sigma^+, \pi_\mu^+] = 0, \quad [\sigma^+, \pi_\mu] = 0. \end{aligned} \quad (25)$$

Ezen operátorokból kell megszerkesztenünk a Hamilton-operátort. Az előzőekben mondottak szerint ez egy olyan sorfej-

tést jelent, amelyben a másodrendű tagig megyünk el. Tekintettel kell lennünk arra is, hogy az energia operátora forgásinvariáns [O(3)-skalár] és hermitikus. Célszerű ezért operátorainkat a forgatás során egyszerűen traszformálódó szférikus tenzorok segítségével kifejezni. A részecskekeltő operátoraink ilyenek, az eltüntető operátorok azonban nem. Helyettük ezért újakat vezetünk be, amelyek velük egyszerűen kifejezhetők, de amelyek rendelkeznek ezzel a traszformációs tulajdonsággal. Általánosan fogalmazva: egy l multipolaritású részecskekeltető $b_{l,\mu}$ operátorból a

$$\tilde{b}_{l,\mu} = (-1)^{l-\mu} b_{l,-\mu} \quad (26)$$

összefüggéssel képezhetünk szférikus tenzort. Ebből adódóan

$$\tilde{\sigma} = \sigma, \quad \tilde{\pi}_\mu = (-1)^{1-\mu} \pi_{-\mu}. \quad (27)$$

Két szférikus tenzorból ($t_{l,\mu}$ és $t_{l',\mu'}$) újabb szférikus tenzort állíthatunk elő, az impulzusmomentum-csatolás szabályai szerint:

$$[t_l \times t_{l'}]_\kappa^{(k)} = \sum_{\mu\mu'} (l\mu \ l'\mu' | k\kappa) t_{l,\mu} t_{l',\mu'}, \quad (28)$$

ahol a $(\quad | \quad)$ szimbólum a Clebsch—Gordan-együtthatót jelöli. A (28) egyenlet a két operátor tenzorszorzatát definiálja. A $t_{l,\mu}$ és $u_{l,\mu}$ operátorok skalárszorzatát pedig a

$$(t_l \cdot u_l) = (-1)^l \sqrt{2l+1} [t_l \times u_l]_0^{(0)} = \sum_\mu (-1)^\mu t_{l,\mu} u_{l,-\mu} \quad (29)$$

összefüggés szolgáltatja.

Az (1) sorfejtés — a forgásinvarianciát és a hermiticitást tekintetbe véve — a vibronmodell esetében a következő Hamilton-operátort szolgáltatja:

$$\begin{aligned} H = & h_0 + e_1^{(1)} [\sigma^+ \times \tilde{\sigma}]_0^{(0)} + e_2^{(1)} [\pi^+ \times \tilde{\pi}]_0^{(0)} + \\ & + e_1^{(2)} [[\pi^+ \times \pi^+]^{(0)} \times [\tilde{\pi} \times \tilde{\pi}]^{(0)}]_0^{(0)} + \\ & + e_2^{(2)} [[\pi^+ \times \pi^+]^{(2)} \times [\tilde{\pi} \times \tilde{\pi}]^{(2)}]_0^{(0)} + \\ & + e_3^{(2)} [[\pi^+ \times \pi^+]^{(0)} \times [\tilde{\sigma} \times \tilde{\sigma}]^{(0)} + [\sigma^+ \times \sigma^+]^{(0)} \times [\tilde{\pi} \times \tilde{\pi}]^{(0)}]_0^{(0)} + \\ & + e_4^{(2)} [[\sigma^+ \times \sigma^+]^{(0)} \times [\tilde{\sigma} \times \tilde{\sigma}]^{(0)}]_0^{(0)} + \\ & + e_5^{(2)} [[\pi^+ \times \sigma^+]^{(1)} \times [\tilde{\pi} \times \tilde{\sigma}]^{(1)}]_0^{(0)}. \end{aligned} \quad (30)$$

Az $e_i^{(k)}$ együttthatók az (1)-beli ε_{ij} és u_{ijkl} együttthatók lineárkombinációi.

A spektrum kiszámításához a következő lépést az N bozon-szám megválasztása jelenti. Ez a σ - és π -állapotban lévő bozonok együttes számát adja ($N = n_\sigma + n_\pi$), alapfeltevésünk szerint megmaradó mennyiség. N az $U(4)$ csoport reprezentációját megadó egyetlen index, mért a bozonokra érvényes felcserélési szimmetria miatt az $U(4)$ csoportnak csak a teljesen szimmetrikus reprezentációi játszanak szerepet, melynek Young-ábrája 1 soros:

$$\underbrace{\square \square \square \dots \square}_N = [N, 0, 0, 0]. \quad (31)$$

N megmaradó volta miatt a Hamilton-operátor (30) alakja egyszerűsíthető; például a két egytest-tag közül az $n_\sigma = N - n_\pi$ összefüggés az egyiket kiejti. Ezen egyszerűsítések után a Hamilton-operátor általános alakja 5 paraméterrel adható meg. A

$$J_\mu^{(1)} = \sqrt{2} [\pi^+ \times \tilde{\pi}]_\mu^{(1)}, \quad (32)$$

$$D_\mu^{(1)} = [\pi^+ \times \tilde{\sigma} + \sigma^+ \times \tilde{\pi}]_\mu^{(1)}$$

operátorok bevezetésével ez a

$$H = h_0'' + e_1''^{(1)} n_\pi + e_1''^{(2)} n_\pi^2 + e_2^{(2)} J^2 + e_3''^{(2)} D^2$$

formára hozható. Itt a h_0'' , $e_1''^{(1)}$, ... paraméterek ismét lineárkombinációi a (30)-ban szereplő paramétereknek. Az n_σ és n_π részecskeszám-operátorok összefüggése a keltő és eltüntető operátorokkal:

$$n_\pi = \sqrt{3} [\pi^+ \times \tilde{\pi}]_0^{(0)}, \quad (34)$$

$$n_\sigma = [\sigma^+ \times \tilde{\sigma}]_0^{(0)}.$$

J az impulzusmomentum, D pedig a dipólusmomentum operátora.

Ezek után még a megfelelő bázisállapotokra van szükségünk, hogy az energiamátrixot meghatározhassuk.

3.2.3. Bázisállapotok, dinamikai szimmetriák

A dinamika szimmetriákat (és a bázisállapotokat) részalgebrák vagy részcsoporthoz egymásba skatulyázott láncolatával jellemezzük. Az a tény, hogy az itt vizsgált fizikai problémában — mint sok más esetben is — az impulzusmomentum jó kvantumszám, e láncokra nézve is jelent előírást. Egyrészt az $O(3)$ -nak elő kell fordulnia minden láncban, másrészt pedig célszerű a bennük szereplő összes csoport operátorát tenzorszorzat (meghatározott impulzusmomentumot képviselő operátor) formájában előállítani. Az $U(4)$ csoport 16 generátora ekkor a következő lesz:

$$\begin{aligned} [\pi^+ \times \tilde{\pi}]_{\mu}^{(2)} & \quad (5 \text{ db}), \\ [\pi^+ \times \tilde{\pi}]_{\mu}^{(1)} & \quad (3 \text{ db}), \\ [\pi^+ \times \tilde{\pi}]_{\mu}^{(0)} & \quad (1 \text{ db}), \\ [\pi^+ \times \tilde{\sigma}]_{\mu}^{(1)} & \quad (3 \text{ db}), \\ [\sigma^+ \times \tilde{\pi}]_{\mu}^{(1)} & \quad (3 \text{ db}), \\ [\sigma^+ \times \tilde{\sigma}]_{\mu}^{(0)} & \quad (1 \text{ db}). \end{aligned} \tag{35}$$

Keressük ezen algebra összes olyan részalgebráját, amely tartalmazza $o(3)$ -at [$o(3)$ -mal az $O(3)$ csoporthoz tartozó algebrát jelöljük]. A lehetőségeket kimeríti a következő két algebralánc.

I. *Algebralánc.* A 9 db

$$\begin{aligned} [\pi^+ \times \tilde{\pi}]_{\mu}^{(2)} & \quad (5 \text{ db}), \\ [\pi^+ \times \tilde{\pi}]_{\mu}^{(1)} & \quad (3 \text{ db}), \\ [\pi^+ \times \tilde{\pi}]_{\mu}^{(0)} & \quad (1 \text{ db}) \end{aligned} \tag{36}$$

operátor az $u(3)$ algebrát, a 3 db

$$[\pi^+ \times \tilde{\pi}]_{\mu}^{(1)} \quad (3 \text{ db}) \tag{37}$$

operátor az $o(3)$ algebrát. Végül, az 1 db

$$[\pi^+ \times \tilde{\pi}]_0^{(1)} \quad (1 \text{ db}) \tag{38}$$

operátor az $o(2)$ algebrát alkotja. Így, az első teljes lánc:

$$(I) \quad u(4) \supset u(3) \supset o(3) \supset o(2). \quad (39)$$

II. *Algebralánc.* A 6 db

$$[\pi^+ \times \pi]_\mu^{(1)} \quad (3 \text{ db}), \quad (40)$$

$$[\pi^+ \times \tilde{\sigma} + \sigma^+ \times \tilde{\pi}]_\mu^{(1)} \quad (3 \text{ db})$$

operátor az $o(4)$ algebrát alkotja. A továbbiak az előzőek szerint folytatódhatnak, és így nyerjük a második láncot:

$$(II) \quad u(4) \supset o(4) \supset o(3) \supset o(2). \quad (41)$$

A bázisállapotokat az egyes láncokban szereplő csoportok irreducibilis ábrázolásai definiálják. Mint említettük, a bozonok szimmetriája miatt $U(4)$ reprezentációja $[N, 0, 0, 0]$ alakú. Ez az $U(3)$ -nak csak teljesen szimmetrikus reprezentációját tartalmazza: $[n_\pi, 0, 0]$, n_π a π -bozonok száma. Az $O(3)$ irreducibilis reprezentációját jellemző indexet L -lel, $O(2)$ -ét pedig M -mel jelölve az I. csoportlánc által definiált kvantumszámok összefüggései a következők:

$$n_\pi = N, N-1, \dots, 1, 0;$$

$$L = n_\pi, n_\pi - 2, \dots, 1 \text{ vagy } 0; \quad (42)$$

$$M = L, L-1, \dots, 0, -1, \dots, -L.$$

Az L és M fizikai jelentése, természetesen, az impulzusmomentum és annak vetülete.

A II. csoportláncban szereplő $O(4)$ csoport irreducibilis reprezentációját az $[\omega, 0]$ szimbólum adja; a kvantumszámok összefüggései pedig:

$$\omega = N, N-2, \dots, 1 \text{ vagy } 0;$$

$$L = \omega, \omega - 1, \dots, 1, 0; \quad (43)$$

$$M = L, L-1, \dots, 0, -1, \dots, -L.$$

Az I. és II. dinamikai szimmetriának megfelelő Hamilton-operátorok a kérdéses csoportlánc Casimir-operátoraival fejezhetők

ki:

$$H_I = \gamma C_{1U(3)} + \delta C_{2U(3)} + \beta C_{2O(3)} + \varepsilon, \quad (44)$$

$$H_{II} = \alpha C_{2O(4)} + \beta C_{2O(3)} + \varepsilon.$$

Itt $C_{1U(3)}$ az $U(3)$ csoport lineáris Casimir-operátorát, $C_{2U(3)}$ a kvadratus Casimir-operátorát jelöli és így tovább. Az ortogonális csoportoknak nincs lineáris Casimir-operátoruk. A megfelelő energiaformulák:

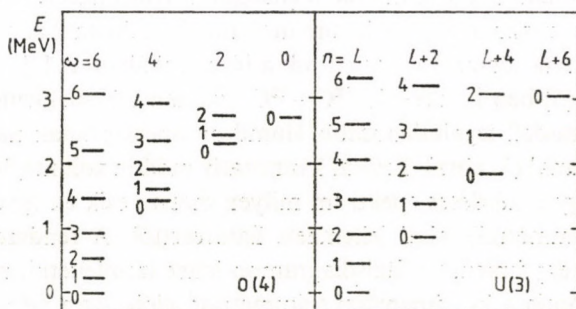
$$E_I = \gamma n_\pi + \delta n_\pi(n_\pi + 2) + \beta L(L + 1) + \varepsilon. \quad (45)$$

$$E_{II} = \alpha \omega(\omega + 2) + \beta L(L + 1) + \varepsilon.$$

Az $O(4)$ dinamikai szimmetria leírásában olykor szokásos ω helyett a $\nu = \frac{1}{2}(N - \omega)$ kvantumszám bevezetése. A 2. ábra tipikus spektrumot mutat bal felől az $O(4)$, jobb felől pedig az $U(3)$ dinamikai szimmetriára, $N=6$ esetre.

A dinamikai szimmetriák a modell egyszerű határeseteit tesztelik meg. Ezeknek az eseteknek a geometriai — a potenciálképre alapozott — leíráshoz való viszonyát már felderítették [4, 22, 23]. Az $O(4)$ -es spektrum közelítőleg a háromdimenziós Morse-oszcillátor

$$V(r) = V_0(e^{-2a(r-r_0)} - 2e^{-a(r-r_0)}) \quad (46)$$



2. ábra. A vibronmodell dinamikai szimmetriáinak megfelelő tipikus spektrumok $N=6$ esetre

potenciáljából adódó spektrumnak felel meg. Az U(3)-as spektrumnak közelítőleg megfelelő spektrumot több potenciál is szolgáltat, így például a Pöschler—Teller-potenciál:

$$V(r) = -\frac{V_0}{ch^2 ar}, \quad (47)$$

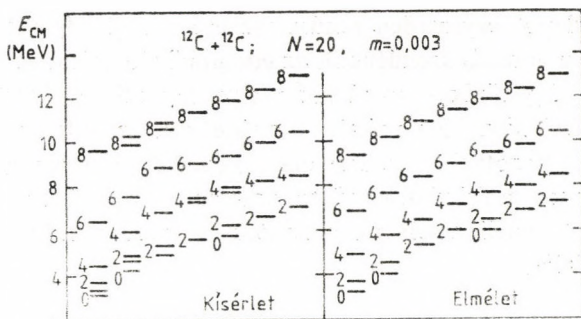
valamint a Woods—Saxon-potenciál:

$$V(r) = -\frac{V_0}{1 + e^{a(r-r_0)}}. \quad (48)$$

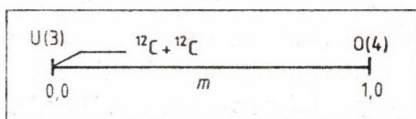
A kémiai molekulák osztályozására szolgáló rigiditási paraméter szerint az O(4)-es határeset a merev, míg az U(3)-as határeset a puha molekulának felel meg. Az O(4) dinamikai szimmetria dipólusdeformációval rendelkező egyensúlyi állapothoz képest történő kollektív mozgást (forgást és anharmonikus rezgést) ír le, míg az U(3) esetben a kollektív spektrum alapállapota gömbszimmetrikus.

3.2.4. Alkalmazások

A vibronmodell első magfizikai alkalmazását Erb és Bromley adta [5,] akik a $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ rendszer rezonanciaállapotait írták le az O(4)-es dinamikai szimmetria segítségével. Rugalmas α -szórásban jelentkező rezonanciák spektrumának mindkét dinamikai szimmetriával történő összevetését találjuk a [6] munkában. A [7] vizsgálat pedig az [5]-ben is szereplő $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ rezonanciák spektrumát veti össze a modell legáltalánosabb Hamilton-operátorának megfelelő spektrummal (3. ábra). Ezáltal kvantitatív módon volt meghatározható, hogy a kérdéses spektrum milyen messze esik az egyes dinamikai szimmetriák által jellemzett határesettől. A rendszer helyzetét egy egydimenziós fázisdiagramon lehet szemléltetni, melynek két végpontja a két dinamikai szimmetriát jelöli. Arra nézve, hogy egy ilyen jellegű diagram pontjait milyen értelemben jelölnek fázisokat, illetve fázisátmeneteket a 3.3.4. pont szolgál útmutatóval.



3. ábra. A kísérleti és a modellspektrum összehasonlítása a $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ rezonanciák esetében



4. ábra. A $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ rendszer helyzete a fázisdiagramon

Az m változót a Hamilton-operátorban fellépő Casimir-operátorokból úgy szerkesztjük meg, hogy 0 és 1 közé eső értékeket vehet fel, $m=0$ az $U(3)$, $m=1$ pedig az $O(4)$ határeset megvalósulását jelenti. A 3. ábra kísérleti spektruma az $U(3)$ -hoz közeli helyzetnek felel meg: $m=0,003$ (4. ábra).

A vibronmodell eddigi — meglehetősen kis számú — magfizikai alkalmazásáról elmondható, hogy ezek eléggé egyszerű közelítések a probléma természetéhez képest. Könnyű magok magasan gerjesztett rezonanciaállapotairól van szó, melyek leírásában — egy fejlettebb szinten — tekintetbe kellene venni a több nyitott reakciócsatornát, a dipólus szabadsági fokon kívül a kvadrupólus szabadsági fokot is, többféle klaszterkonfiguráció keveredését stb. Mégis reményünk van arra, hogy az algebrai leírás segítségünkre lesz a magmolekulák természetének megértésében. Egyfelől azért, mert a magas gerjesztési energiák tartományában előforduló sok kis

spinű állapot egyszerűen megszerezhető a segítségével [24, 25, 26]. Ezt a vonását szemléltetik az eddigi alkalmazásai is. Másfelől pedig — úgy tűnik — az algebrai leírás kevesebb erőfeszítés árán terjeszthető ki a bonyolultabb esetekre, mint a differenciálegyenletekre alapozott elmélet. Erre utal a következő pontban említendő többatomos molekulák elmélete, valamint a később sorra kerülő egyesített modell, amely a kvadrupólus szabadsági fokot is magában foglalja.

3.2.5. Három- és többatomos molekulák

Egy háromatomos molekula kollektív mozgásának hat belső szabadsági foka van, amit felvehetünk két vektor formájában, amelyek az egyik atomnak a másik kettőhöz viszonyított helyzetét jellemzik. A kétatomos molekula kollektív mozgásának leírására elegendő volt egy ilyen helyzetvektor, és a Hamilton-operátor $U(4)$ csoportszerketű volt. Most a kétszeres szabadsági fokú rotációról és vibrációról $U^{(1)}(4) \times U^{(2)}(4)$ csoportszerkezetű Hamilton-operátor ad számot. Általánosan: a G csoportszerkezettel jellemezhető szabadsági fokok összeadása $G \times G$ csoportszerkezetre vezet.

A keltő és eltüntető operátorokat röviden $b_{i\alpha}^+$ és $b_{i\alpha}$ -val jelöljük. Itt $i=1$ vagy 2 , $\alpha=1, 2, 3$, vagy 4 , és ezek rendre a σ_1^+ , $\pi_{1\mu}^+$, σ_2^+ , $\pi_{2\mu}^+$, σ_1 , $\pi_{1\mu}$, σ_2 , $\pi_{2\mu}$ ($\mu=1, 0, -1$) operátorokat jelölik. A különböző i indexű operátorok felcserélhetők:

$$[b_{1\alpha}, b_{2\alpha'}^+] = [b_{1\alpha}, b_{2\alpha'}] = [b_{2\alpha}, b_{1\alpha'}^+] = [b_{2\alpha}, b_{1\alpha'}] = 0, \quad (49)$$

míg az azonos i indexűek felcserélési relációja:

$$\begin{aligned} [b_{i\alpha}, b_{i\alpha'}^+] &= \delta_{\alpha\alpha'} \\ [b_{i\alpha}, b_{i\alpha'}] &= [b_{i\alpha}^+, b_{i\alpha'}] = 0 \end{aligned} \quad (i = 1, 2). \quad (50)$$

A bázisállapotok formája:

$$b_{1\alpha}^+ \dots b_{1\alpha}^+ b_{2\beta}^+ \dots b_{2\beta}^+ |0\rangle. \quad (51)$$

A Hamilton-operátor:

$$H = H_1 + H_2 + H_{12}, \quad (52)$$

ahol H_1 és H_2 a már ismert (1) alakú a szükséges 1-es, illetve 2-es indexszel ellátva, míg H_{12} formája:

$$H_{12} = \sum_{ijkl} w_{ijkl} G_{1ij} G_{2kl}, \quad (53)$$

ha továbbra is a kéttest-kölcsönhatásra korlátozódunk. Többtest-erők figyelembevétele H_{12} -ben éppúgy, mint H_1 -ben a G -k szerint magasabb rendű tagok megjelenését eredményezi. Konstrukciójából adódóan H megőrzi N_1 -et és N_2 -t, vagyis a σ - és π -bozonok együttes számát, mindkét helyzetvektor mentén lezajló kollektív mozgásra vonatkozóan. H -t ez esetben is célszerű szférikus tenzorokkal kifejezni.

A modell csoportszerkezete lényegesen gazdagabb, mint az előző esetben. A korábbi kettővel szemben itt tíz olyan csoportlánc található, amely az $O(3)$ -ra vezet a Hamilton-operátor csoportszerkezetét megadó $U^{(1)}(4) \times U^{(2)}(4)$ -ből.

E modell alapjait a [27, 8] munkák ismertetik, [8]-ban példákkal illusztrált részletes tárgyalását találjuk a merev — $O(4)$ -et tartalmazó dinamikai szimmetriájú — háromatomos molekuláknak.

A négyatomos molekulák kollektív mozgását leíró algebrai modell az előzőek általánosításával nyerhető. A Hamilton-operátor csoportszerkezete

$$U^{(1)}(4) \times U^{(2)}(4) \times U^{(3)}(4). \quad (54)$$

Általánosan: a $(k+1)$ -atomos molekulák Hamilton-operátorának csoportszerkezete:

$$U^{(1)}(4) \times U^{(2)}(4) \times \dots \times U^{(k)}(4). \quad (55)$$

3.3. Kölcsönhatóbozon-modell—1 (IBM—1): a kvadrupólusállapotok modellje

A zárt héjak közé eső tartományban elhelyezkedő páros-páros atommagok kisenergiás spektruma aránylag egyszerű szerkezetet mutat. Ezt a szerkezetet a kvadrupólus típusú kollektív viselkedés segítségével lehetett megérteni. Kezelésére elsőként [28] olyan elméletet dolgoztak ki, amely a mag deformációját írja le geometriai változók segítségével. A kollektivitás geometriai modelljét igen kiterjedten és részletesen tanulmányozták az elmúlt három évtizedben; erről ad áttekintést e kötet első tanulmánya is. Az IBM—1 — a történetileg elsőként megalkotott kölcsönhatóbozon-modell — ugyanennek a fajta kollektivitásnak egy alternatív, algebrai leírását adja. E fejezet végén kitérünk e két elméletnek az egymáshoz való viszonyára, röviden megemlítve az összehasonlítás kapcsán egyéb kollektív modelleket is.

E modelltől — tekintettel elsőszülött voltára a kölcsönhatóbozon-modellek családjában — számos kitűnő áttekintés jelent meg, így például az összefoglaló irodalomjegyzékben felsorolt 7. 8. és 12. munkák. Az elmélet részletes kifejtését a [10—12] cikkek mutatják be, alkalmazására pedig — többek között — a [13, 29, 30] kötetekben találunk számos példát.

3.3.1. Bozonoperátorok, spektrumkalkulus

A tekintetbe vett egyrészecske-állapotokhoz 0^+ és 2^+ spin-paritás tartozik, jelük s és d . A keltő operátorok: s^+ és d_μ^+ ($\mu = -2, -1, 0, 1, 2$), az eltüntető operátorok s és d_μ . Ez utóbbiak helyett a szokásos definícióval ismét bevezetjük az \tilde{s} és \tilde{d}_μ operátorokat, mivel ezeknek kellemesebbek a transzformációs tulajdonságaik.

A kéttest-kölcsönhatásra korlátozódó (1) Hamilton-operátor alakja tekintetbe véve a forgásinvarianciát és a hermititást is:

$$\begin{aligned}
H = & \varepsilon_s(s^+ \cdot \tilde{s}) + \varepsilon_d(d^+ \cdot \tilde{d}) + \\
& + \sum_{L=0,2,4} \frac{1}{2} \sqrt{2L+1} C_L [[d^+ \times d^+]^{(L)} \times [\tilde{d} \times \tilde{d}]^{(L)}]^{(0)} + \\
& + (1/\sqrt{2}) \tilde{v}_2 [[d^+ \times d^+]^{(2)} \times [\tilde{d} \times \tilde{s}]^{(2)} + [d^+ \times s^+]^{(2)} \times [\tilde{d} \times \tilde{d}]^{(2)}]^{(0)} + \\
& + \frac{1}{2} \tilde{v}_0 [[d^+ \times d^+]^{(0)} \times [\tilde{s} \times \tilde{s}]^{(0)} + [s^+ \times s^+] \times [\tilde{d} \times \tilde{d}]^{(0)}]^{(0)} + \\
& + u_2 [[d^+ \times s^+]^{(2)} \times [\tilde{d} \times \tilde{s}]^{(2)}]^{(0)} + \frac{1}{2} u_0 [[s^+ \times s^+]^{(0)} \times [\tilde{s} \times \tilde{s}]^{(0)}]^{(0)}.
\end{aligned} \tag{56}$$

Az $N=n_s+n_d$ teljes bozonszám megmaradása miatt (56) egyszerűbb alakra hozható, és ha elhagyjuk azokat a tagokat, amelyek csak az alapállapot energiájához járulnak hozzá — más szóval a gerjesztési spektrum analízisére szorítkozunk csupán —, akkor a Hamilton-operátor 6 paraméterrel fejezhető ki. Bevezetve az

$$\begin{aligned}
n_d &= (d^+ \cdot \tilde{d}), \\
P &= \frac{1}{2} (\tilde{d} \cdot \tilde{d}) - \frac{1}{2} (\tilde{s} \cdot \tilde{s}), \\
L &= \sqrt{10} [d^+ \times \tilde{d}]^{(1)}, \\
Q &= [d^+ \times \tilde{s} + s^+ \times \tilde{d}]^{(2)} - \frac{1}{2} \sqrt{7} [d^+ \times \tilde{d}]^{(2)}, \\
T_3 &= [d^+ \times \tilde{d}]^{(3)}, \\
T_4 &= [d^+ \times \tilde{d}]^{(4)}
\end{aligned} \tag{57}$$

operátorokat — melyek közül n_d a d-állapotban lévő bozonok számát, L az impulzusmomentumot, Q a kvadrupólusmomentumot jelenti — a következő kifejezést kapjuk:

$$\begin{aligned}
H' = & \varepsilon'' n_d + \alpha_0 (P^+ \cdot P) + \alpha_1 (L \cdot L) + \alpha_2 (Q \cdot Q) + \\
& + \alpha_3 (T_3 \cdot T_3) + \alpha_4 (T_4 \cdot T_4).
\end{aligned} \tag{58}$$

A rendszer energiasajátértékei a H' operátor mátrixának diagonalizálásával nyerhetők. Általános esetben ezt numerikusan végzik.

Az atommag egyéb tulajdonságai hasonló módon számíthatók. Például elektromágneses átmeneti valószínűségek vagy statikus momentumok meghatározásához először a megfelelő operátort kell felírni bozonoperátorokkal kifejezve. Első közelítésben feltételezik, hogy ezek az operátorok egytest-operátorok. Néhány példa:

$$\begin{aligned} T_0^{(E0)} &= \beta_0[d^+ \times \tilde{d}]_0^{(0)} + \gamma_0[s^+ \times \tilde{s}]_0^{(0)} \\ T_m^{(M1)} &= \beta_1[d^+ \times \tilde{d}]_m^{(1)} \\ T_m^{(E2)} &= \alpha_2[d^+ \times \tilde{s} + s^+ \times \tilde{d}]_m^{(2)} + \beta_2[d^+ \times \tilde{d}]_m^{(2)}. \end{aligned} \quad (59)$$

Szükség esetén többtest-tagokkal is kiegészíthetők.

Eredetileg és általában az átmeneti valószínűségeket leíró paramétereket az energia paramétereitől függetlenül határozzák meg a kísérleti adatokhoz való illesztésből. Az IBM—1 esetében azonban az utóbbi idő erőfeszítéseinek egy része éppen arra irányult, hogy a leggyakrabban vizsgált E2 átmeneteket az energiaformula paramétereivel írják le. Az ilyen jellegű vizsgálatokról konzisztens Q-formalizmus címszó alatt találunk beszámolót az irodalomban. Ezzel kapcsolatban a [31] munkára utalunk.

3.3.2. Bázisállapotok, dinamikai szimmetriák

A Hamilton-operátor az U(6) csoport 36 generátorával van kifejezve. Ezek szférikus tenzorokká összezsacatolva a következők:

$$\begin{aligned} [d^+ \times \tilde{d}]_\mu^{(4)} & \quad (9 \text{ db}), \\ [d^+ \times \tilde{d}]_\mu^{(3)} & \quad (7 \text{ db}), \\ [d^+ \times \tilde{d}]_\mu^{(2)} & \quad (5 \text{ db}), \\ [d^+ \times \tilde{d}]_\mu^{(1)} & \quad (3 \text{ db}), \\ [d^+ \times \tilde{d}]_\mu^{(0)} & \quad (1 \text{ db}), \\ [d^+ \times \tilde{s}]_\mu^{(2)} & \quad (5 \text{ db}), \\ [s^+ \times \tilde{d}]_\mu^{(2)} & \quad (5 \text{ db}), \\ [s^+ \times \tilde{s}]_\mu^{(0)} & \quad (1 \text{ db}). \end{aligned} \quad (60)$$

Ez esetben a részalgebráknak három olyan lánc létezik, amely megfelel 2.3. alfejezetbeli követelményeinknek.

I. *Algebralánc.* A 25 db

$$\begin{aligned} [d^+ \times \tilde{d}]_{\mu}^{(4)} & \quad (9 \text{ db}), \\ [d^+ \times \tilde{d}]_{\mu}^{(3)} & \quad (7 \text{ db}), \\ [d^+ \times \tilde{d}]_{\mu}^{(2)} & \quad (5 \text{ db}), \\ [d^+ \times \tilde{d}]_{\mu}^{(1)} & \quad (3 \text{ db}), \\ [d^+ \times \tilde{d}]_{\mu}^{(0)} & \quad (1 \text{ db}) \end{aligned} \quad (61)$$

operátor az $u(5)$ algebrát, a 10 db

$$\begin{aligned} [d^+ \times \tilde{d}]_{\mu}^{(3)} & \quad (7 \text{ db}), \\ [d^+ \times \tilde{d}]_{\mu}^{(1)} & \quad (3 \text{ db}), \end{aligned} \quad (62)$$

operátor az $o(5)$ algebrát, a 3 db

$$[d^+ \times \tilde{d}]_{\mu}^{(1)} \quad (3 \text{ db}) \quad (63)$$

operátor az $o(3)$ algebrát, az 1 db

$$[d^+ \times \tilde{d}]_0^{(1)} \quad (1 \text{ db}) \quad (64)$$

operátor az $o(2)$ algebrát alkotja. Így az első lánc:

$$(I) \quad u(6) \supset u(5) \supset o(5) \supset o(3) \supset o(2).^{(*)} \quad (65)$$

A megfelelő csoportok irreducibilis ábrázolásait rendre az $[N, 0, 0, 0, 0, 0]$, $[n_d, 0, 0, 0, 0]$, $[v, 0]$, $[L]$, $[M]$ szimbólumok jellemzik. N az összes, n_d a d -bozonok száma, $v = \frac{1}{2}(N - \omega)$. Lehetséges értékeik:

$$n_d = N, N-1, \dots, 1, 0 \quad (66)$$

$$v = n_d, n_d - 2, \dots, 1 \text{ vagy } 0.$$

* $o(2)$ -t itt is, és más hasonló láncok végén is akkor kell megtartani, ha a rendszerre külső erőter hat. Ennek hiányában elhagyható.

L lehetséges értékeit a következőképpen kapjuk. Egy adott n_d értéket bontsunk fel három nemnegatív egész szám összegére az összes lehetséges módon, így

$$n_d = 2n_\beta + 3n_\Delta + \lambda, \quad (67)$$

ahol

$$n_\beta = \frac{1}{2}(n_d - \nu); \quad n_\beta = 0, 1, \dots, \frac{1}{2}n_d \quad \text{vagy} \quad \frac{1}{2}(n_d - 1), \quad (68)$$

n_Δ és λ pedig nemnegatív egész szám. Ekkor L lehetséges értékei:

$$L = \lambda, \lambda + 1, \lambda + 2, \dots, 2\lambda - 2, 2\lambda. \quad (69)$$

Megjegyzendő, hogy $2\lambda - 1$ hiányzik! Végül

$$M = -L, -L + 1, \dots, 0, \dots, L - 1, L. \quad (70)$$

Az analitikus formában nyerhető energiakifejezés:

$$E_1 = \varepsilon n_d + \alpha \frac{1}{2} n_d (n_d - 1) + \beta [n_d (n_d + 3) - \nu (\nu + 3)] + \\ + \gamma [L(L + 1) - 6n_d]. \quad (71)$$

II. *Algebrálánc.* A következő 8 operátor,

$$[d^+ \times \tilde{d}]_\mu^{(1)} \quad (3 \text{ db}),$$

$$[d^+ \times \tilde{s} + s^+ \times \tilde{d}]_\mu^{(2)} \pm \frac{\sqrt{7}}{2} [d^+ \times \tilde{d}]_\mu^{(2)} \quad (5 \text{ db}),$$

az $\text{su}(3)$ algebrát alkotja. A folytatás az előző láncban bemutatottak ismétlése, így a második teljes lánc:

$$(II) \quad u(6) \supset \text{su}(3) \supset o(3) \supset o(2). \quad (73)$$

Az $\text{SU}(3)$ reprezentációt megadó $[f_1, f_2]$ szimbólum helyett szokás bevezetni a (λ, μ) jelölést a $\lambda = f_1 - f_2$, $\mu = f_2$ helyettesítéssel. Az $U(6)$ csoport N irreducibilis prezentációja a következő

irreducibilis $SU(3)$ reprezentációkat tartalmazza:

$$\begin{aligned}
 [N] = & (2N, 0) + (2N-4, 2) + \dots + \\
 & + \left\{ (0, N), \quad \text{ha } N \text{ páros} \right\} + \\
 & + \left\{ (2, N-1), \text{ ha } N \text{ páratlan} \right\} + \\
 & + (2N-6, 0) + (2N-10, 2) + \dots + \left\{ (0, N-3), \text{ ha } N \text{ páros} \right\} + \\
 & + \left\{ (2, N-4), \text{ ha } N \text{ páratlan} \right\} + \\
 & + (2N-12, 0) + (2N-16, 2) + \dots + \\
 & + \left\{ (0, N-6), \text{ ha } N \text{ páros} \right\} + \left\{ (2, N-7), \text{ ha } N \text{ páratlan} \right\} + \dots .
 \end{aligned} \quad (74)$$

A (λ, μ) ábrázolás által tartalmazott L -ek meghatározására ismét be kell vezetnünk egy segédmenységet, ami egész számos értéket vehet fel, és amit K -val jelölünk.

$$L = K, K+1, K+2, \dots, (K + \max \{\lambda, \mu\}), \quad (75)$$

ahol

$$K = \min \{\lambda, \mu\}, \min \{\lambda, \mu\} - 2, \dots, 1, \text{ vagy } 0; \quad (76)$$

kivéve, ha $K=0$, amikor

$$L = \max \{\lambda, \mu\}, \max \{\lambda, \mu\} - 2, \dots, 1 \text{ vagy } 0. \quad (77)$$

Az energiaformula:

$$E_{II} = \kappa(\lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu + 3\lambda + 3\mu) + \kappa' L(L+1). \quad (78)$$

III. *Algebralánc.* A 15 db

$$\begin{aligned}
 [d^+ \times \tilde{d}]_{\mu}^{(3)} & \quad (7 \text{ db}), \\
 [d^+ \times \tilde{d}]_{\mu}^{(1)} & \quad (3 \text{ db}), \\
 [d^+ \times \tilde{s} + s^+ \times \tilde{d}]_{\mu}^{(2)} & \quad (5 \text{ db}),
 \end{aligned} \quad (79)$$

operátor az $o(6)$ algebrát alkotja. A folytatás az I esetével azonos, és így jutunk a következő lánchoz:

$$(III) \quad u(6) \supset o(6) \supset o(5) \supset o(3) \supset o(2). \quad (80)$$

Az $O(6)$ csoport irreducibilis ábrázolását a $\sigma \equiv [\sigma, 0, 0]$ szimbólum adja, a kvantumszámok összefüggései pedig:

$$\begin{aligned}\sigma &= N, N-2, \dots, 1 \text{ vagy } 0; \\ v &= \sigma, \sigma-1, \dots, 0.\end{aligned}\tag{81}$$

A továbbiak megint csak az I dinamikai szimmetriánál mondtak szerint adódnak. Az energiaformula:

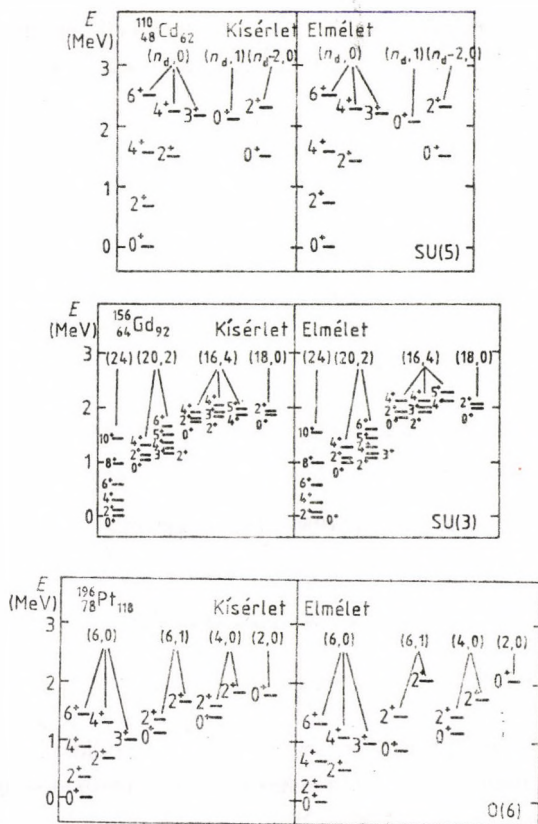
$$E_{\text{III}} = A \frac{1}{4} (N-\sigma)(N+\sigma+4) + B \frac{1}{6} v(v+3) + CL(L+1).\tag{82}$$

Megjegyezzük, hogy az IBM—1 (71, 78, 82) energiakifejezéseiből egy-egy additív állandót az általánosan használt gyakorlatnak megfelelően elhagytunk. Ez azért így szokásos, mert az állandó csak a mag kötési energiájához járul hozzá, és a modelt általában úgy használják, hogy az alapállapot energiáját nullának veszik.

E modell mindhárom dinamikai szimmetriája megvalósul a természetben. Vannak olyan atommagok, amelyeknek állapotai a (65), (74), illetve (81) által előírt módon rendeződnek multiplettekbe, és amelyeknek gerjesztési energiái (és egyéb jellemzői) a dinamikai szimmetriák egyszerű képleteivel leírhatók. Egy-egy jól ismert példát mutat erre nézve az 5. ábra.

Azok a tartományok, ahol az $U(5)$ -ös dinamikai szimmetria jól írja le a magok tulajdonságait, a mágikus számok környékén helyezkednek el, az $SU(3)$ -as dinamikai szimmetria a mágikus számoktól távol, míg az $O(6)$ -os az izotóptáblázatnak azon sarkaiban látszik megvalósulni, amelyeket az előbb említett két tartomány kerít be. Ezek a dinamikai szimmetriák csak közelítőleg jellemzik az egyes magokat, sérülésük mértékét jellemezhetjük például a kísérleti és elméleti energiaértékek eltéréseivel. Azokban az esetekben, amikor egy-egy szimmetria jól megvalósulásáról beszélnek, ez az eltérés 5% és 20% között van.

A modell alkalmazhatósági tartományába eső legtöbb páros-páros mag valamilyen átmeneti helyzetet testesít meg a dinamikai



5. ábra. Az IBM—1 dinamikai szimmetriáinak megfelelő kísérleti és elméleti spektrumok

szimmetriák között. Szemléltetésül megint csak célszerű fázisdiagramot használni a 3.2.4. pontban mondottak mintájára. Most három határesetünk van, ezeket egy háromszög csúcsaiban lehet elhelyezni, így egy kétdimenziós fázisdiagramot kapunk (6. ábra). Vannak olyan magok, amelyeket két dinamikai szimmetria közötti átmenetként lehet jellemezni, ezeknek helyzetét ábránkon a háromszög oldalainak egy pontja jellemzi. Vannak olyan magok is, ame-

lyek leírásához mindhárom határesetet össze kell keverni — a modell általános Hamilton-operátort kell használni —, ezek a háromszög belsejében helyezkednek el.



6. ábra. Az IBM—1 fázisdiagramja

3.3.3. A modell kiterjesztései

Az IBM—1-et több irányba is kiterjesztették.

Elsőként a fizikai mennyiségek operátoraiban megjelenő magasabb rendű tagokat kell megemlítenünk, így például az elektromágneses átmenetek leírására gyakran kéttest-tagokat is figyelembe kell venni az átmeneti operátorban [11]. A Hamilton-operátorral kapcsolatban pedig felvetették a harmadrendű tagok hozzáadásának lehetőségét [32]. E téren azonban még nem végeztek részletes analízist.

A modell egy másik irányú kiterjesztését jelenti az egyéb kollektív szabadsági fokok beépítése. A bozonok nyelvén ez azt jelenti, hogy más egyrészecske-állapotokat — másfajta bozonokat — is tekintetbe kell venni. Külön fejezetben fogunk szólni arról a — történetileg is később létrejött — eljárásról, amely a vibronmodell dipólusbozonjait és az IBM—1 kvadrupólusbozonjait foglalja össze. A 3^- spin-paritású f-bozonok bevezetésével az oktapólus

[33], míg a 4^+ -os g-bozonok által a hexadekapólus szabadsági fokok vehetők tekintetbe [34]. Egyes magtartományokban gyümölcsözőnek bizonyult egy-egy, az eddigiektől különböző energiájú s' - és d' -bozon bevezetése is [35]. A kölcsönhatóbozon-modell az új kollektív szabadsági fokok beépítése által vált alkalmasá az óriásrezonanciák tárgyalására [36, 37].

Ismét más természetű kiterjesztést jelent nem kollektív szabadsági fokokkal kibővíteni a konfigurációs teret. Az ilyen irányú bővítések közül a legtöbb figyelmet a kölcsönható bozon-fermion modell keltette, amelyre mi is külön fejezetben térünk ki. Nem ez azonban az egyetlen lehetőség. Ún. kétkvázirészecskes állapotok bevonását is tanulmányozták, és ily módon írták le a közelítés keretében a nagy spinű állapotokat [38, 39].

3.3.4. Az IBM—1 és a geometriai kollektív modell

A kölcsönhatóbozon-modell és a geometriai kollektív modell viszonyát taglaló vizsgálatok széles köréből két mozzanatot emelünk ki. Az első a dinamikai szimmetriák és a geometriai leírás összefüggése.

A modell geometriai tartalmának feltárása jórészt annak a módszernek a segítségével történt, amelyet Gilmore vezetett be egy $U(n)$ csoportszerkezetű kvantummechanikai rendszer klaszikus határesetének tanulmányozására [40]. Belátható, hogy az $U(5)$ -ös dinamikai szimmetria egy gömbszimmetrikus mag anharmonikus rezgését írja le, az $SU(3)$ -as dinamikai szimmetria egy tengelyszimmetrikus permanens deformációval rendelkező mag forgását, míg az $O(6)$ -os határeset egy olyan mag rotációját jellemzi, amelynek alakparamétere a (Bohr és Mottelson által bevezetett γ paraméter) nem rendelkezik jól meghatározott értékkel. A klasszikus — geometriai — változók segítségével tanulságos újra megvizsgálni a 6. ábrán bemutatott fázisdiagramon előforduló átmeneteket is. Tekintsük az egy részecskére eső energiát (ε)

mint egy folytonos η paraméter függvényét, amely paraméter változása a háromszög egyik oldala mentén az egyik csúcsból a másikba vezet át. Az $N \rightarrow \infty$ határesetben fázisátmeneteket tapasztalunk: az $\varepsilon(\eta)$, a $\frac{\partial \varepsilon}{\partial \eta}(\eta)$ vagy valamely magasabb rendű derivált szakadásos függvény lesz. Ennek megfelelően nulladrendű, elsőrendű, másodrendű stb. fázisátmenetről beszélünk. A véges bozonszám a határesetben jelentkező meredek ugrást némiképpen „lekeríti”. Ebből a szempontból a különböző átmenetek a következőképpen viselkednek: az $U(5) \rightarrow SU(3)$ átmenet elsőrendű fázisátalakulás, az $O(6) \rightarrow U(5)$ átmenet másodrendű fázisátalakulás, míg az $SU(3) \rightarrow O(6)$ átmenet nem jelent fázisátalakulást.

A modell általános alakjának a geometriai kollektív modellel való összefüggését Moshinsky [14] nyomán abban összegezhetjük, hogy az IBM—1 lényegében azonos a Bohr—Mottelson-modell frankfurti kiterjesztésével. Ez utóbbit Greiner és munkatársai alkották meg [41] oly módon, hogy a kollektív modell Hamilton-operátorában az általános koordinátákat harmadik hatványon tartalmazó tagokat is figyelembe vettek.

E helyen kell megemlítenünk — ha csak vázlatosan is — az IBM—1-nek néhány más kollektív modellel való kapcsolatát is. A kvadrupóluskollektivitásnak bozonváltozókkal történő megfogalmazása terén a kölcsönhatóbozon-modellnek elődje volt Janssen, Jolos és Döna munkája [42]. A bozonok bevezetésének és interpretálásának módja azonban nem azonos a két leírásban. A fő különbség az, hogy az IBM-ben a kvadrupólusbozonok öt szabadsági fokán kívül explicit módon bevezetnek egy skalárbozont is. Az így nyert formalizmus igen kényelmesnek bizonyult a kísérleti adatok analízise szempontjából, és gyümölcsözőnek hasonló modellek megalkotása terén.

Az IBM—2 bemutatása után még visszatérünk a kollektív modellek egymáshoz való viszonyának kérdésére, bevonva az összehasonlításba a mikroszkopikus leírások összevetését is.

3.4. Kölcsönhatóbozon-modell—2 (IBM—2): a proton-neutron szabadsági fok

Az IBM—1 anélkül írja le a magok kollektív állapotait bozon szabadsági fokok segítségével, hogy tudna azok mikroszkopikus szerkezetéről. Ebben a kollektív modellhez hasonló. Abból a célból, hogy kapcsolatot keressenek a kollektív (bozon) és a mikroszkopikus (nukleon) szabadsági fokok között, kidolgozták e modellnek egy továbbfejlesztett változatát [15, 43]. Ezt nevezik IBM—2-nek. Erről szintén számos áttekintés jelent meg, így például a 8., 9. és 12. összefoglaló munka, valamint a [44, 45] hivatkozások.

3.4.1. A modell

Az IBM—2-ben a leírást 0^+ -os és 2^+ -os egyrészezske-állapotokat elfoglaló proton- és neutronbozonokra alapozzák. A keltő és eltüntető operátorok rendszre: s_p^+ , d_p^+ , s_p , d_p , s_n^+ , d_n^+ , s_n , d_n . Az eltüntető operátorokat ez esetben is célszerű a már ismert transzformáció segítségével szférikus tenzorokkal kifejezni. A proton- és neutronbozonok számának megmaradását külön-külön megkövetelik. Ebből adódóan a Hamilton-operátor alakja:

$$H = H_p + H_n + V_{pn}, \quad (83)$$

ahol H_p a protonbozonok, H_n a neutronbozonok (56) alakú Hamilton-operátora, V_{pn} pedig a proton- és neutronbozonok kölcsönhatását leíró tag. V_{pn} legáltalánosabb formája — kéttest-kölcsönhatásra korlátozódva:

$$\begin{aligned} V_{pn} = & \sum_{L=0,1,2,3,4} w_L [[d_p^+ \times \tilde{d}_p]^{(L)} \times [d_n^+ \times \tilde{d}_n]^{(L)}]^{(0)} + \\ & + w'_0 [[s_p^+ \times \tilde{s}_p]^{(0)} + [s_n^+ \times \tilde{s}_n]^{(0)}]^{(0)} + \\ & + w''_0 [[s_p^+ \times \tilde{s}_p]^{(0)} + [d_n^+ \times \tilde{d}_n]^{(0)}]^{(0)} + \\ & + w'''_0 [[d_p^+ \times \tilde{d}_p]^{(0)} \times [s_n^+ \times \tilde{s}_n]^{(0)}]^{(0)} + \\ & + w'_2 [[d_p^+ \times \tilde{s}_p + s_p^+ \times \tilde{d}_p]^{(2)} \times [d_n^+ \times \tilde{s}_n + s_n^+ \times \tilde{d}_n]^{(2)}]^{(0)} + \\ & + w''_2 [[d_p^+ \times \tilde{d}_p]^{(2)} \times [d_n^+ \times \tilde{s}_n + s_n^+ \times \tilde{d}_n]^{(2)}]^{(0)} + \\ & + w'''_2 [[d_p^+ \times \tilde{s}_p + s_p^+ \times \tilde{d}_p]^{(2)} \times [d_n^+ \times \tilde{d}_n]^{(2)}]^{(0)}. \end{aligned} \quad (84)$$

A gyakorlati számítások céljára azonban megfelelőnek bizonyult egy a (83)-nál lényegesen egyszerűbb szerkezetű Hamilton-operátor:

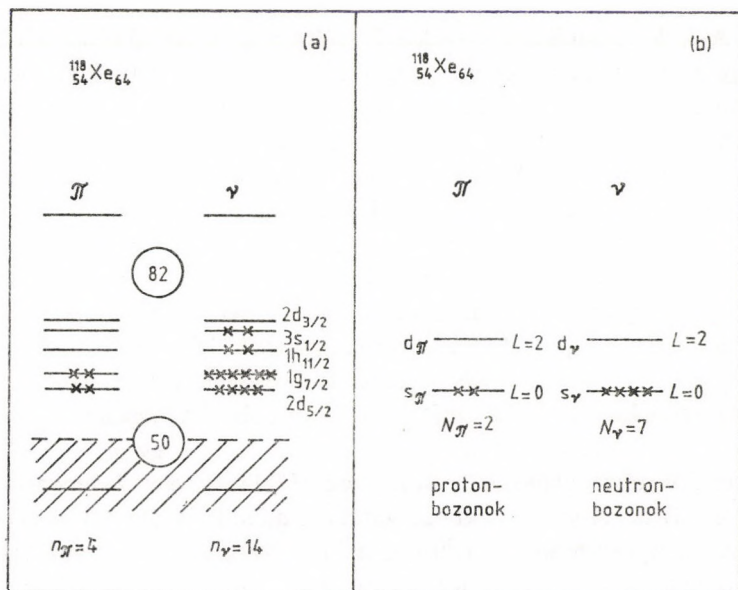
$$H = \varepsilon(n_{dp} + n_{dn}) + \kappa Q_p Q_n + \alpha M_{pn}. \quad (85)$$

Itt n_{dp} , illetve n_{dn} a d állapotú proton-, illetve neutronbozonok száma, Q_p és Q_n a megfelelő kvadrupólusoperátorok, M_{pn} pedig a Majoranna-operátor. Ez utóbbi tag a tiszta és kevert szimmetriájú állapotok (lásd a következő alfejezetben) energiáját távolítja el egymástól.

E modell csoportszerkezete lényegesen gazdagabb, mint az IBM—1 modellé volt, több dinamikai szimmetriát definiáló csoportláncot lehet találni. Ennek megfelelően az IBM—2 geometriai tulajdonságai és bonyolultabbak. A fázisdiagram háromdimenziós, nevezetesen egy tetraéder. E modell szerint háromtengelyű magalak fellépte is várható, ami az egyszerűbb változat szerint nem fordulhat elő. A részleteket illetően a [46] közlemény ajánlható.

Ez a leírás kapcsolatba hozható a magok héjmodellszerkezetével. Erre a fejezet végén külön kitérünk, de már itt is meg kell említenünk, hiszen ez a tény alapvetően meghatározza a modell fenomenologikus szintű felhasználását is. A magot úgy tekintjük, hogy azt egy zárt törzs és a valenciahéjon elhelyezkedő néhány nukleon alkotja. Több mint félig betöltött héjak esetében részecskék helyett lyukakat használnak a tárgyalásban. Az azonos típusú nukleonok $l=0$ -ás és $l=2$ -es impulzusmomentumú párokat alkotnak, és ezeket a párokat kezeljük bozonokként (7. ábra). Ismerve a magban lévő protonok és neutronok számát, ismerjük a bozonszámokat is. Meghatározva a modell paramétereit az ismert magok esetére, kiolvasható e paraméterek tendenciája a proton- és neutronsám függvényében. Egy ismeretlen páros-páros mag spektruma e paraméterek interpolálásával vagy extrapolálásával egyszerűen meghatározható. Ezt a prediktív képességet az IBM—2 nagy előnyeként könyvelik el.

A modell kiterjesztései közül megemlíjtük a $J=2$ -nél maga-



7. ábra. A $^{118}_{54}\text{Xe}$ -mag vázlatos héjmodell- (a) és bozonmodell-ábrázolása (b)

sabb spinű bozonok (nukleonpárok) figyelembevételét [47], valamint a konfigurációkeveredések számítását [48, 49]. Ez utóbbiban két bozonkonfiguráció együttes jelenlétét veszik figyelembe, a csatoló kölcsönhatás operátorát szintén a szokásos bilineáris szorzatokkal megadva.

3.4.2. Kevert szimmetriájú állapotok

A kölcsönhatóbozon-modell 1. változatában az N bozon alkotta rendszer összes lehetséges állapota az

$$s^N, s^{N-1}d, s^{N-2}d^2, \dots, sd^{N-1}, d^N \quad (86)$$

konfigurációkból alkotott teljesen szimmetrikus állapotként áll elő. (A jelölés a szokásos: az első konfiguráció N db s -állapotbeli bozont jelent, a második $N-1$ db s - és 1 db d -állapotbelit stb).

A kölcsönhatóbozon-modell 2. változatában az sd-téren kívül egy járulékos kétdimenziós térünk van a bozonok állapotának jellemzésére, amely tér a neutron-neutron típusú, illetve proton-proton típusú bozonok közötti választásnak felel meg. Matematikailag ezt a teret úgy lehet leírni, hogy a neutron-, illetve protonbozonokhoz hozzárendelünk egy $\pm 1/2$ értéket felvevő spinkvantumszámot. Ezt hívják F-spinnek. Az eljárás pontosan analóg azzal, ahogyan a feles spinű részecskéket tárgyalják az atomfizikában, vagy ahogyan az izospint a magfizikában bevezetik. Minden bozon $F=1/2$ spinnel rendelkezik, melynek lehetséges vetületei $M_F = \pm 1/2$. Megállapodás szerint a + előjelet a neutronbozonhoz rendelik. A leírást tehát most a korábbi 6-dimenziós (s és d egyrészecske-állapotok által kifeszített) tér helyett egy olyan 12-dimenziós térre alapozzuk, amely az előbbinek egy 2-dimenziós (F-spin) térrel való direkt szorzataként adódik. A Hamilton-operátor csoportszerkezete $U^L(6) \times SU^F(2)$. Az L index az impulzusmomentumra az F pedig a F-spinre utal. A sokbozon alkotta rendszer F-spinje a részecskék permutációs szimmetriájára jellemző ez utóbbi kétdimenziós altérben. Ám a bozonrendszer kötelező szimmetriája miatt ugyanilyen permutációs szimmetriája kell hogy legyen az $U^L(6)$ altérbeli komponensnek is. (Az eljárás megint pontosan másolja az izospin már jól ismert példáját. Ott a soknukleonrendszer teljes izospinje az izospinaltérbeli permutációs szimmetriát mutatja, ami viszont a fermionrendszer kötelező antiszimmetriája miatt megszabja az impulzusmomentum-térbeli permutációs szimmetriát is.) Az ilyen fajta permutációs szimmetriát egy kétsoros Young-ábrával jellemezhetjük. F lehetséges értékei az $F_{\max} = (N_p + N_n)/2$ és $F_{\min} = -|N_p - N_n|/2$ között találhatók: $F = F_{\max}, F_{\max} - 1, F_{\max} - 2, \dots, F_{\min}$. A maximális $F = N/2$ érték szolgáltatja a mindkét altérben teljesen szimmetrikus állapotokat. Az IBM—2-nek az $F = F_{\max} = N/2$ határesetre az IBM—1. Ekkor a (84) Hamilton-operátor transzformálható az előző fejezet (56) operátorába.

Az IBM eddigi alkalmazása kiderítette, hogy a teljesen szimmet-

rikus, maximális F-spin értékű állapotok a legkisebb energiájúak. (Mint arra mikroszkopikus számítások rávilágítottak, ez a tény a proton-neutron kölcsönhatás természetéből következik.) Kisebb F-spinnel rendelkező, ún. kevert szimmetriájú vagy F-spin-(F-vektor-) gerjesztett állapotokat csak a legutóbbi időben sikerült azonosítani [50, 51]. Eddig a legtöbb figyelmet a deformált magokban jelentkező 1^+ spin-paritású kollektív (M1) állapotoknak szentelték. Ez a módus geometriai leírásban a proton- és neutrondeformáció ellentétes ütemben történő rezgésének felel meg. Úgy tekinthetünk erre az állapotra, mint a magok egy újfajta kollektivitásának prototípusára [50], amelyhez hasonló jellegű állapotoknak egy egész sora létezhet a 2—3 MeV-os gerjesztési energia tartományában. Így például gömbszimmetrikus magoknak az $F_{\max}-1$ spin-gerjesztései 2^+ -os állapottal induló sávot alkotnak.

3.4.3. Az IBM és a héjmodell

A proton-neutron szabadsági fokkal kibővített kölcsönható-bozon-modell nemcsak egy jobb közelítést jelentő fenomenologikus leírást eredményezett — amiről az eddigiekben szoltunk —, hanem lehetőséget nyújtott e modell mikroszkopikus megalapozására is.

A mikroszkopikus leírás kiindulópontja a gömbszimmetrikus héjmodell [52]. Ebben a leírásban a nukleonok gömbszimmetrikus átlagpotenciálban mozognak, és közöttük maradék-kölcsönhatás (az átlagpotenciálba be nem foglalt kölcsönhatás) működik. Elvileg e modellből egyszerű módon kiszámítható a mag minden tulajdonsága (a maradék-kölcsönhatás mátrixának diagonalizálása révén), gyakorlatilag azonban ez leküzdhetetlen problémákra vezet. Ha csupán az utolsó, a félig betöltött héj (a valenciahéj) nukleonjait vesszük tekintetbe, a diagonalizálandó mátrix dimenziója nagyon nagy lehet. Pélcául a $^{154}_{62}\text{Sm}$ -magban a 12 valencia-proton azon a héjon foglal helyet, amelyet az 50 és 82 mágikus

számok határolnak, míg a 10 valencianeutron a 82—126 héjon. Ekkor a $J^\pi=0^+$, $J^\pi=2^+$ és a $J^\pi=4^+$ spin-paritású állapotok száma:

$$\begin{aligned} 41\ 654\ 193\ 516\ 917 & \quad (J^\pi = 0^+), \\ 346\ 132\ 052\ 934\ 899 & \quad (J^\pi = 2^+), \\ 530\ 897\ 397\ 260\ 575 & \quad (J^\pi = 4^+). \end{aligned}$$

Ezek a számok nyilvánvalóan kívül esnek a számítógép-kapacitás mai határain, de kívül esnek érdeklődési körünkön is. Figyelmünket elsősorban a kísérletileg tanulmányozható, alacsony energiájú vagy a mag szerkezetére nézve fontos információt hordozó állapotokra fordítjuk. Következésképpen a héjmodellben tekintetbe vett konfigurációs teret valahogyan csonkítanunk kell.

Csonkítsuk a teret az alábbi módon [15, 53]! Először készítsünk protonpár- és neutronpár-operátorokat:

$$\begin{aligned} S_p^+ &= \sum_{j_p} \alpha_{j_p} S_{j_p}^+, \quad S_{j_p}^+ = [a_{j_p}^+ \times a_{j_p}^+]_0^{(0)}, \\ S_n^+ &= \sum_{j_n} \alpha_{j_n} S_{j_n}^+, \quad S_{j_n}^+ = [a_{j_n}^+ \times a_{j_n}^+]_0^{(0)}, \\ D_{p,\mu}^+ &= \sum_{j_p j_{p'}} \beta_{j_p j_{p'}} D_{j_p j_{p'},\mu}^+, \quad D_{j_p j_{p'},\mu}^+ = [a_{j_p}^+ \times a_{j_{p'}}^+]_\mu^{(2)}, \\ D_{n,\mu}^+ &= \sum_{j_n j_{n'}} \beta_{j_n j_{n'}} D_{j_n j_{n'},\mu}^+, \quad D_{j_n j_{n'},\mu}^+ = [a_{j_n}^+ \times a_{j_{n'}}^+]_\mu^{(2)}, \end{aligned} \quad (87)$$

ahol az összegzés a főhéjon belüli egyrészecske-állapotokra terjed ki, és $a_{j_m}^+$ is a ($m=p$ vagy n) fermionkeltő operátort jelöl. Például az 50—82 főhéjban a megfelelő egyrészecske-állapotok a következők:

$$2d_{5/2}, \quad 1g_{7/2}, \quad 1h_{11/2}, \quad 3s_{1/2}, \quad 2d_{3/2}.$$

A csonkított tér, amelyet S-D térnek neveznek, az

$$[(S_p^+)^{n_{s_p}} (D_p^+)^{n_{d_p}}]_{\gamma_p j_p} \times [(S_n^+)^{n_{s_n}} (D_n^+)^{n_{d_n}}]_{\gamma_n j_n}^{(J)} |0\rangle \quad (88)$$

típusú állapotokat tartalmazza, ahol

$$n_{s_p} + n_{d_p} = \frac{1}{2} n_p = N_p, \quad (89)$$

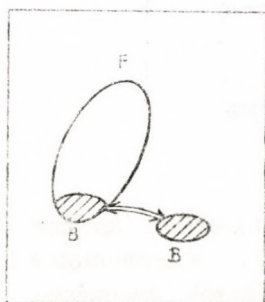
$$n_{s_n} + n_{d_n} = \frac{1}{2} n_n = N_n,$$

és $n_p(n_n)$ a valenciahéjban lévő protonok (neutronok) számát jelöli. Ha a valenciahéjon a részecskék száma nagyobb, mint a lyukaké, akkor a leírásban a lyukakat vesszük tekintetbe.

A bozonmodell és a héjmodell kapcsolatának felderítésében a következő lépés az operátorok megfeleltetése. Vetítsük az S-D fermiontérben definiált operátorokat azokra az operátorokra, amelyek az s-d bozontérben vannak értelmezve. Ez utóbbi teret a már ismerős $s_p^+, s_n^+, d_p^+, d_n^+$ bozonkeltő operátorokkal előállított

$$[(s_p^+)^{n_{s_p}}(d_p^+)^{n_{d_p}}]_{\gamma_p J_p} \times [(s_n^+)^{n_{s_n}}(d_n^+)^{n_{d_n}}]_{\gamma_n J_n} \rangle_M^{(J)} |0\rangle \quad (90)$$

állapotok feszítik ki, ahol a bozonvákuumot itt $|0\rangle$ -val jelöltük, hogy megkülönböztessük a (88)-ban szereplő $|0\rangle$ fermionvákuumtól. A megfeleltetést a 8. ábra szemlélteti. A (87) állapotok a Talmi által bevezetett általánosított szenioritású állapotok [54]. Az ope-



8. ábra. A fermion- és bozonterek megfeleltetése. F a fermiontér (a valenciahéj valamennyi konfigurációját figyelembe véve), B a fermion S—D tér, \mathcal{B} pedig bozon s-d tér

rátorok megfeleltetése ezután oly módon történik, hogy a megfelelő bozon-, illetve fermionállapotok közötti mátrixelemek egyenlőségét követelik meg. Erre a fajta leképezésre mint Otsuka—Arima—Iachello-leképezésre szoktak hivatkozni.

A csonkítási-leképezési eljárás analitikusan elvégezhető abban az egyszerű esetben, amikor mind a protonok, mind a neutronok számára egyetlen héj áll rendelkezésre. Ekkor az általánosított szenioritás a fermionok v szenioritása az eredeti értelemben: a 0 impulzusmomentumú párba nem tartozó nukleonok száma. (A nukleonok itt szereplő v szenioritása nem tévesztendő össze az $U(6) \supset U(5) \supset O(5) \supset O(3)$ bázisállapotok kapcsán említett bozonszenioritással!) A bozon- és fermionterek állapotai közötti megfeleltetést az 1. táblázat mutatja. A bozonok száma a nukleonpárok száma: $N=n/2$. A d-bozonok száma a fermionszenioritás fele: $n_d=v/2$.

1. táblázat. A bozon- és fermionállapotok megfeleltetése

Fermiontér (B)			Bozontér (\mathcal{B})		
$n=0$	$v=0$	$ 0\rangle$	$N=0$	$n_d=0$	$ 0\rangle$
$n=2$	$v=0$	$S^+ 0\rangle$	$N=1$	$n_d=0$	$s^+ 0\rangle$
	$v=2$	$D^+ 0\rangle$		$n_d=1$	$d^+ 0\rangle$
$n=4$	$v=0$	$(S^+)^2 0\rangle$	$N=2$	$n_d=0$	$(s^+)^2 0\rangle$
	$v=2$	$S^+D^+ 0\rangle$		$n_d=1$	$s^+d^+ 0\rangle$
	$v=4$	$(D^+)^2 0\rangle$		$n_d=2$	$(d^+)^2 0\rangle$
\vdots			\vdots		

A kölcsönhatóbozon-közelítés jóságának a mértéke ezek után úgy ellenőrizhető, hogy az itt bemutatott S-D csonkítás keretében végzett héjmodellszámítások eredményét a csonkítás nélküli számítások eredményével vetik össze. Az első ilyen számításokat arra a sematikus esetre végezték, amelyben az 50—82 főhéj állapotait degeneráltaknak tekintették, és az egyezés jó volt. A realiz-

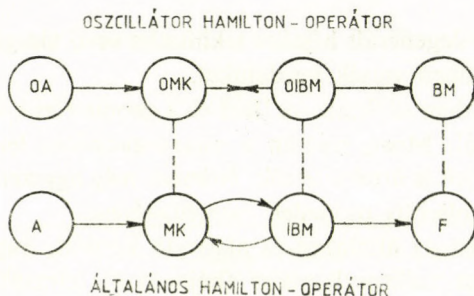
tikusabb, nem degenerált héjakat tekintetbe vevő vizsgálatok csak a legutóbbi időben vették kezdetüket.

A 3.3.4. pontban szóltunk az IBM és a geometriai kollektív modell viszonyáról. Most, miután a mikroszkopikus leírással való kapcsolat alapjait is áttekintettük, érdemes még egyszer visszatérni a különböző kollektív modellek összefüggésére.

Vizsgáljuk azt az általános és alapvető kérdést, hogy az A -részecske-rendszer mikroszkopikus (héjmodell) leírásából indulva hogyan jutunk el a sikeres fenomenologikus modellekhez, (IBM és folyadékcseppmodell), amelyek széles körben használatosak a kísérleti adatok értelmezésére. Ezen az úton ismét Moshinsky összefoglaló munkáit [14, 55] használjuk kalauzként.

Az A részecskéből álló rendszernek $3A$ egyrészecske-koordinátája van. Ebből leválasztható 6 kollektív koordináta (3 Euler-szög és 3, a fő tengelyek menti deformációt leíró paraméter) és marad $3A-6$ egyrészecske-koordináta. Erre a szétválasztásra alapozva kiépíthető a kollektív mozgásnak a mikroszkopikus leírása. A közelmúlt ezen a téren is jelentős fejlődést hozott [55, 56], aminek eredményeként ma már elkönnyelhetjük elvi következtetlenségektől mentes mikroszkopikus kollektív modell létét.

Láttuk azt is, hogy a fenomenologikus IBM milyen közelítésnek felel meg a héjmodellleírásban. Kérdés, hogy ez a közelítés hogyan viszonylik a mikroszkopikus kollektív modellhez. A választ Moshinsky és munkatársai adták meg [14]: a két modell (a mikroszkopikus kollektív és az IBM) egymásba transzformálható, ha valamennyi leírásban harmonikus oszcillátor Hamilton-operátorokat használunk. Ennek megfelelően az A részecske-rendszertől elindulva a folyadékcseppmodellig úgy juthatunk, ahogyan azt a 9. ábra szemlélteti. A szaggatott vonalak egymáshoz tartozó modelleket kötnek össze, amelyek csupán a Hamilton-operátor általánosságának fokában különböznek egymástól. Egy nyíllal ellátott egyenes azt jelzi, hogy egyik modellből a másik leszármaztatható. Az általános mikroszkopikus és kölcsönhatóbozon-modellek szorosan összefüggenek (görbe nyíllak), de egymásból nem szár-



9. ábra. Különböző kollektív modellek összefüggéseit szemléltető folyamatábra. A betűk jelentése: O: harmonikus oszcillátor modell, A: A -részecske-rendszer, MK: mikroszkopikus kollektív modell, BM: Bohr—Mottelson-modell, F: frankfurti modell

maztathatók; közöttük a kapcsolatot az jelenti, hogy két, egymásnak megfelelő leírásnak (OMK és OIBM) ugyanolyan értelmű általánosításai.

3.5. IBM—3 és IBM—4: az izospinformatizmus a kölcsönhatóbozon-modellben

A kölcsönhatóbozon-modell 2. változata — amint azt az előző fejezetben láttuk — tekintetbe veszi a proton-neutron szabadsági fokot, és megadja a bozonok mikroszkopikus szerkezetét is. Egy protonbozon egy, a valenciahéjon lévő protonokból (vagy protonlyukakból) alkotott párt, míg egy neutronbozon egy, a valenciahéjon lévő neutronokból (vagy neutronlyukakból) alkotott párt jelent. Nem is merül fel további probléma, ha protonok és neutronok valenciahéja különböző, vagyis ha a magban lényegesen több a neutron, mint a proton. Ez indokolja, hogy az IBM—1 és IBM—2 alkalmazási köre a közepes és nehéz magok tartománya. Felmerül a kérdés: vajon kiterjeszthető-e ez a fajta leírás a könnyű magokra is, amelyekben a protonok és neutronok ugyanazokon a héjakon helyezkednek el, és ebből adódóan számításba kell venni

proton-neutron párok (bozonok) létét is. A válasz: igen; a szükséges általánosítást Elliott és munkatársai megtették [16].

Ha egy proton és neutron által alkotott bozonnal, aminek az előzőekhez hasonlóan nulla spinje van, kiegészítjük az eddigi proton-bozonokat és neutronbozonokat, és a pályaimpulzus-momentum terében változatlanul az $l=0$ és $l=2$ egyrészecske-állapotok a megengedettek, akkor egy $SU(3) \times U(6)$ csoportszerkezetű modellhez jutunk. Ezt hívják IBM—3-nak. Az $SU(3)$ csoport most az F-spin $SU(2)$ csoportja helyett áll, míg az $U(6)$ természetesen ismét a pályamomentumokkal kapcsolatos. Az egyszerű F-spin helyett most az $SU(3)$ csoport két indexe jellemzi a rendszer állapotát. A háromfajta nukleonpár (a proton-proton, a proton-neutron és a neutron-neutron), amely a bozonokat jelenti egy izospintriplettet ($T=1$) alkot.

E bozonok mikroszkopikus jelentésétől adódó kérdéseket következetesen tovább gondolva újabb bozonok szükségessége vetődik fel. Tudjuk ugyanis az atommagok (deuteron, ^{18}F , ...) tulajdonságaiból, hogy a kétnukleon-rendszernek nemcsak a $T=1$, $S=0$ (izospintriplett, spinszingulett) állapotai a fontosak, amilyenekről eddig szó esett, hanem a $T=0$, $S=1$ (izospinszingulett, spintriplett) állapotai is. Ha még ezeket tekintetbe vesszük, akkor a Pauli-elv által megengedett összes lehetséges állapot szerepel a leírásunkban. Járjunk el így! Ezen a ponton enyhítünk alapfeltevésünk megkötésein, abban a tekintetben, hogy saját (belső) spinnel rendelkező bozonokat vezetünk be. Az így előálló modell neve IBM—4. Csoportszerkezete $SU(6) \times U^L(6)$, ahol a második tényező ismét az s-d térre utal. (Az első tényező helyettesíthető az $SU(4)$ csoporttal, mert a hatféle bozon: $T=1$, $S=0$ és $T=0$, $S=1$ az $SU(4)$ csoportnak egy reprezentációjához tartozik.) Az IBM—4 tehát az izospinformalizmust teljes következtetességgel tartalmazó kölcsönhatóbozon-modell.

A [16] munkában a szerzők a $16 < A < 28$ tömegszámú páros-páros magokra nézve végeznek számításokat. Eredményük azt mutatja, hogy egyes magokra külön-külön megválasztott kölcsön-

hatások használatával a modell egyszerűbb változatai (IBM—2, sőt IBM—1) is jól reprodukálják a kísérleti adatokat, de a vizsgált magtartomány egységes leírását csak az IBM—4-gyel lehet elérni.

3.6. Egyesített modell: dipólus és kvadrupólus szabadsági fokok

A vibronmodell a dipólus típusú kollektivitás tárgyalására szolgál, ennek megfelelően az atommagok klaszter- és molekulaállapotainak leírására használatos. Az IBM a kvadrupólus szabadsági fokokat veszi tekintetbe, és alkalmas a deformált magok kollektív viselkedésének tárgyalására. Elképzelhető, sőt nagyon valószínű az is, hogy olyan klaszterállapotok is léteznek, amelyben egy vagy több klaszter deformált, vagyis a gömbszimmetrikustól eltérő alakkal rendelkezik. Ezek leírására mindkét fajta szabadsági fokot meg kell engedni. Az algebrai modellek keretébe ez az egyesítés különösebb nehézségek nélkül elvégezhető.

Vegyük szemügyre először azt az esetet, amelyben két klaszter alkotja az atommagot, és az egyikük van deformált állapotban. — Ekkor — a vibronmodellnél megismertek szerint — a fragmentumok mozgásának leírására a σ - és π -bozonokat vezetjük be, a deformációra képes klaszter kollektív gerjesztést pedig az IBM—1 s és d-bozonjaival vesszük tekintetbe. A megengedett egyrészecske-állapotok tehát $I^\pi=0^+, 1^-, 0^+$ és 2^+ pályamomentummal és paritással rendelkeznek. A két 0^+ -os állapot energiája különböző. A Hamilton-operátor alakja:

$$H = H_{\sigma\pi} + H_{sd} + V_{sd,\sigma\pi}, \quad (91)$$

ahol $H_{\sigma\pi}$ és H_{sd} a már ismert (30) és (56) formával rendelkezik,

$$\begin{aligned} V_{sd,\sigma\pi} = & w_0 [[d^+ \times \tilde{d}]^{(0)} \times [\pi^+ \times \tilde{\pi}]^{(0)}]^{(0)} + \\ & + w_1 [[d^+ \times \tilde{d}]^{(1)} \times [\pi^+ \times \tilde{\pi}]^{(1)}]^{(0)} + \\ & + w_2 [[d^+ \times \tilde{s} + s^+ \times \tilde{d} + \chi d^+ \times \tilde{d}]^{(2)} \times [\pi^+ \times \tilde{\pi}]^{(2)}]^{(0)}. \end{aligned} \quad (92)$$

A Hamilton-operátor $U(4) \times U(6)$ csoportszerkezettel rendelkezik.

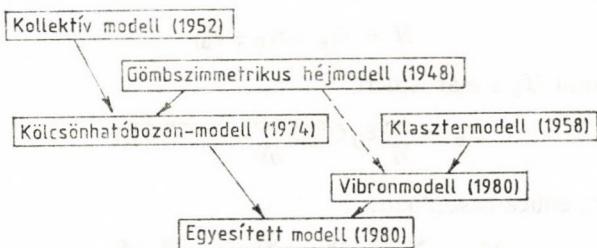
Általánosan: ha n db deformációra képes klaszter alkotja az atommagot, akkor a Hamilton-operátor az

$$U_1(4) \times U_2(4) \times \dots \times U_{n-1}(4) \times U_1(6) \times U_2(6) \times \dots \times U_n(6) \quad (93)$$

csoportszerkezettel rendelkezik.

Az egyesített modell $U(4) \times U(6)$ változatát nehéz magok α -klaszterizációjának leírására használták [18, 57], amelyekben a domináns konfiguráció a „deformált törzs + α -részecske” volt.

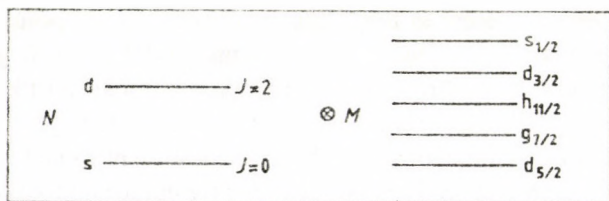
Érdemes itt megemlíteni azt a lehetőséget, amit az algebrai tárgyalás a magszerkezeti modellek egyesítésével kapcsolatban ígér. Ebben a fejezetben azzal foglalkoztunk, hogy a magok kétféle alapvető kollektív viselkedése: a kvadrupólus típusú (amely a folyadéksepp rezgésére és forgására emlékeztet) és a dipólus típusú (amely a magok klaszterizációjával vagy molekulyszerű gerjesztésével kapcsolatos) hogyan egyesíthető. Korábban láttuk azt is, hogy a kölcsönhatóbozon-közelítés úgyszólván hidat épít a gömbszimmetrikus héjmodell és a geometriai kollektív modell között. Jelenleg még nem létezik ugyan héjmodellre épülő mikroszkopikus megalapozása a vibronmodellnek, de ilyen irányú munkák folyamatban vannak, és remélhetőleg sikerre vezetnek. Ezek alapján a magszerkezeti modellek lehetséges egyesítésének vázlatát Iachello nyomán (lásd az összefoglaló irodalom 10. pontját) a 10. ábra szemlélteti.



10. ábra. A magszerkezeti modellek egy lehetséges egyesítésének vázlata

3.7. Kölcsönható bozon-fermion modell

Ebben a modellben [19, 30] az s - és d -bozonok által leírt kollektív szabadsági fokokon kívül egy vagy néhány nukleon (fermion) szabadsági fokait explicit módon is tekintetbe vesszük. A fermiontér dimenzióját a figyelembe vett egyrészecske-pályák határozzák meg. Ha például az 50 és 82 mágikus számok határolta főhéj minden pályáját megengedjük, akkor a fermiontér dimenziója $m=32$ (11. ábra). A bozonok N számát változatlanul a félig betöltött héjon lévő nukleonpárok száma adja, a fermionok M száma pedig 1, ha páros-páratlan mag kis energiájú állapotait vizsgáljuk, 2 ha két nem párosított nukleonnal rendelkező páros-páros mag alacsonyán fekvő nivóit tekintjük stb.



11. ábra. Példa az IBFM—1 modell bozon és fermion egyrészecske-állapottaira

Célszerű bevezetni a fermionkeltő a_{α}^{+} és fermioneltüntető a_{α} ($\alpha=1, \dots, m$) operátorokat. A bozonokat és fermionokat tartalmazó rendszer Hamilton-operátora a

$$H = H_B + H_F + V_{BF} \quad (94)$$

alakú, ahol H_B a már ismert

$$H_B = \sum_{ij} \varepsilon_{ij} G_{ij}^B + \sum_{ijkl} u_{ijkl} G_{ij}^B G_{kl}^B, \quad (95)$$

H_F pedig ehhez hasonlóan:

$$H_F = \sum_{\alpha\beta} \eta_{\alpha\beta} G_{\alpha\beta}^F + \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} v_{\alpha\beta\gamma\delta} G_{\alpha\beta}^F G_{\gamma\delta}^F, \quad (96)$$

itt

$$G_{ij}^B = b_i^+ b_j \quad \text{és} \quad G_{\alpha\beta}^F = a_\alpha^+ a_\beta. \quad (97)$$

A V_{BF} kölcsönhatási tag:

$$V_{BF} = \sum_{i,j,\alpha,\beta} w_{ij\alpha\beta} G_{ij}^B G_{\alpha\beta}^F. \quad (98)$$

Látható, hogy a bozonok és a fermionok száma külön-külön megmaradt. Az a_α^+ , a_α fermionkeltő és -eltüntető operátorok ugyan más felcserélési törvények tesznek eleget, mint a b_i^+ , b_i bozonoperátorok, ám a belőlük képzett olyan bilineáris szorzatok, amelyek megőrzik a részecskeszámot, azonos szerkezetű felcserélési relációkkal rendelkeznek. Az m -dimenziós fermionaltér ezért az $U^F(m)$ csoport reprezentációinak szolgál bázisul. A (94) Hamilton-operátor csoportszerkezete pedig: $U^B(6) \times U^F(m)$.

H sajátértékeinek meghatározása általános esetben megint csak egy komplex numerikus feladatot jelent. Léteznek azonban ismét analitikus megoldások is. Nevezetesen, azokban az esetekben, amikor a Hamilton-operátor olyan csoportokhoz tartozó Casimir-operátorokkal fejezhető ki, amelyek eleget tesznek a szokásos feltételeknek: olyan csoportláncnak a tagjai, amelyek $U^B(6) \times U^F(m)$ -ből indulnak ki és a rotációs csoportra vezetnek. Ez utóbbi csoport most az $SU(2)$, nem pedig az $O(3)$ mivel mind egész, mind félegész impulzusmomentumot tartalmaznia kell. Számos ilyen csoportlánc által definiált (bozon-fermion) dinamikai szimmetria létezhet. Ezen csoportláncok megszerkesztése során az alapvető ötlet a fermion- és bozoncsoportoknak a kombinálása egy bozon-fermion csoportba, és az ezekhez tartozó Casimir-operátorok használata.

Vegyük szemügyre az eljárást egy egyszerű példán. Legyen a bozonok impulzusmomentuma J_B , a fermionoké pedig J_F . Az egyesített rendszer impulzusmomentuma ekkor

$$J = J_B + J_F. \quad (99)$$

Ezek az impulzusmomentum-operátorok rotációs csoportokat

generálnak: J_B az $O^B(3)$ -at, J_F az $SU^F(2)$ -t, míg J az $SU^{B+F}(2)$ -t [amely utóbbira olykor mint a $Spin(3)$ csoportra is hivatkoznak]:

$$\begin{aligned} J &\rightarrow Spin(3) \approx SU^{B+F}(2), \\ J_B &\rightarrow O^B(3), \\ J_F &\rightarrow SU^F(2). \end{aligned} \quad (100)$$

A

$$\begin{aligned} H' &= \alpha J_B^2 + \beta J_F^2 + 2\gamma J_B J_F = \\ &\quad \downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \\ &= H'_B + H'_F + V'_{BF} \end{aligned} \quad (101)$$

típusú Hamilton-operátor diagonális az

$$O^B(3) \times SU^F(2) \supset SU^{B+F}(2) \quad (102)$$

csoportlánc által definiált bázisban.

A bozon-fermion modell dinamikai szimmetriáit két osztályba lehet sorolni.

Az első osztályba tartozó dinamikai szimmetriák akkor léphetnek fel, amikor a fermionok impulzusmomentumát tartalmazzák a bozoncsoportok reprezentációi. Ennek a típusnak a legjobban ismert példája az $O^B(6)$ dinamikai szimmetriájú bozonok és a $j=3/2$ egyrészecske-állapotban lévő fermionok rendszere. Ekkor $m=4$, és a megfelelő bozon-, illetve fermioncsoportláncok:

$$U^B(6) \supset O^B(6) \supset O^B(5) \supset O^B(3), \quad (103)$$

$$U^F(4) \supset SU^F(4) \supset Sp^F(4) \supset SU^F(2).$$

E két láncához tartozó algebrák izomorfiája, nevezetesen az $o(6) \approx su(4)$, $o(5) \approx Sp(4)$, $o(3) \approx su(2)$ izomorfiák miatt (103) láncait a következő módon tudjuk kombinálni:

$$\begin{aligned} U^B(6) \times U^F(4) &\supset O^B(6) \times SU^F(4) \supset \\ &\supset Spin(6) \supset Spin(5) \supset Spin(3).^{(*)} \end{aligned} \quad (104)$$

* A (104)-ben fellépő $Spin(n)$ csoportokban a bozon- és fermioncsoportok ugyanúgy vannak kombinálva, mint a $Spin(3)$ -ban az $O^B(3)$ és $SU^F(2)$. Ezek

A (104) csoportlánc most a bozon-fermion rendszerre nézve látja el azt a feladatot, amit a dinamikai szimmetriát definiáló csoportláncok a bozonokkal kapcsolatban végeztek. Tehát: a csoportok reprezentációs indexei kvantumszámokat szolgáltatnak az állapotok jellemzésére, segítségével azok multiplettekbe rendezhetők, továbbá: az energia-sajátértékekre és más fontos fizikai mennyiségekre nézve analitikus formulák nyerhetők. A dinamikai szimmetria fennállása megint a kölcsönhatás speciális voltával kapcsolatos, és tekintettel a vizsgált rendszer összetételére ez most a bozon-bozon, a bozon-fermion, és a fermion-fermion kölcsönhatások viszonyára ró ki megkötéseket. Hangsúlyozandó körülmény, hogy az így nyert rendszerezési séma és energiakifejezés egyformán érvényes például a páros-páros és páros-páratlan magokra. Csupán a paraméterek különbözősége van megengedve.

Az ilyen típusú dinamikai szimmetriák megvalósulására a kísérletezők találtak bizonyítékot ([30] és hivatkozásai).

A második osztályba tartozó bozon-fermion dinamikai szimmetriák akkor fordulhatnak elő, ha a fermionok impulzusmomentuma felírható egy k pszeudo-pályamomentum és az $s=1/2$ spin összegeként oly módon, hogy k -t tartalmazzák a bozoncsoportok reprezentációi. A k lehet, de nem szükségképpen azonos a fermionállapotok pályamomentumával. E típussal kapcsolatban a részletekre nézve megint csak [30]-ra hivatkozunk, megemlítésükkel csupán azt kívántuk érzékeltetni, hogy a bozon-fermion dinamikai szimmetria léte nem olyan esetleges és szűk körű, ahogyan azt a (104) alapjául szolgáló izomorfiák sugallják első pillantásra.

E második osztályba tartozó bozon-fermion dinamikai szimmetriák létére szintén találtak kísérleti evidenciát.

A kölcsönható bozon-fermion modell a proton-neutron szabadsági fok bevezetésével az IBM—2 kapcsán megismert recept

az ún. általános fedőcsoportok az itt előforduló kis dimenziószámok esetén izomorfok valamely klasszikus Lie-csoporttal, ahogyan $\text{Spin}(3) \approx \text{SU}^{B+F}(2)$. A velük kapcsolatos részletes tudnivalókat a 6. összefoglaló munka tartalmazza.

szerint általánosítható IBFM—2-vé. Ennek ára természetesen a nagyobb bonyolultság. Mindazonáltal az ilyen leírásra is szükség van (gondoljunk a páratlan-páratlan magokra, amelyekhez érve másfajta leírások is elbonyolódnak), és várhatóan ennek részletes kidolgozására is sor kerül.

3.8. Szuperszimmetriák atommagokban

A kölcsönható bozon-fermion modell és speciálisan annak dinamikai szimmetriái egységes sémát szolgáltatnak a csak bozonokból, illetve bozonokból és fermionokból álló rendszer leírására. Ilyen dinamikai szimmetriák nemcsak megvalósulnak a természetben, hanem ráadásul még magasabb rendű szimmetriát sejtetnek. A bozon-fermion dinamikai szimmetriák ugyanis nem kívánják azt meg, hogy a szomszédos páros-páros és páros-páratlan magok spektrumát a modellnek ugyanazokkal, vagy közel ugyanazokkal a paramétereivel tudjuk leírni, mégis vannak esetek, amikor ez a helyzet. Ilyen például a platina—ozmium tartomány. Az a tény, hogy a természet még a megengedett szabadságot sem használja ki a bozon-fermion dinamikai szimmetriával kapcsolatban (nincs szükség a paraméterek különbözőségére a számításban) egy még átfogóbb szimmetriát sugall, amelynek alapján ezeknek a páros, illetve páratlan magoknak a szóban forgó állapotai egy közös multiplettbe tartoznak. Ezeket a multipletteket szupermultipletteknek hívják mivel bozonok és fermionok állapotait egyaránt tartalmazza, a megfelelő szimmetriát pedig szuperszimmetriának.

Általában szuperszimmetriának azzal a transzformációval szembeni invarianciát nevezzük, amely egy bozont fermionba visz át, és megfordítva: egy fermiont bozonba. Ez a szimmetriafogalom természetesen nem korlátozódik a magfizikára, és a vele kapcsolatos megfontolások nagy figyelmet keltettek a fizika számos területén. Az elemi részek fizikájában az alapvető kölcsönhatások egyesítésének nagy reményű eszköze [58], de fellelhető az atom- és

molekulafizikában is [54], sőt újabban olyan közvetlen gyakorlati felhasználású területeken is, mint a polimerek fizikája. A szuperszimmetria magfizikai példái abból a szempontból kivételesek, hogy elsőként szolgáltak példával a természetben megvalósuló szuperszimmetriára. Miként Bruno Zumino, a szuperszimmetriával kapcsolatos kutatások egyik úttörője nemrég megállapította [60]: „a szuperszimmetria inkább egy általános keret, semmint egy konkrét elmélet. Amire igazán szükségünk van, az egy kézzel fogható modell, amely egyrészt megnyerő, másrészt kísérletileg ellenőrizhető következtetésekre vezet”. Ez a megállapítás térelméleti tapasztalatokon nyugszik, és rávilágít a magfizikai szuperszimmetriai kutatások legnagyobb erényére. Azokat ugyanis egy olyan elmélet inspirálta, ami kielégíti az említett követelményeket.

A magfizikai szuperszimmetria a kollektív mozgás bozonjainak (nukleonpárjainak) a nukleonokkal (fermionokkal) való felcserélésével szembeni invarianciát jelent. Hogyan jutunk e szuperszuperszimmetriát magába foglaló elmélethez [21, 61, 62, 63], amely rendelkezik a megkívánt előrejelzésekkel?

A kölcsönható bozon-fermion modell (94) Hamilton-operátort a $b_i^+ b_j$ és $a_\alpha^+ a_\beta$ bilineáris szorzatokkal írtuk fel, amelyek változatlanul hagyják mind a bozonszámot, mind pedig a fermionszámot. Tágítsuk a kört, engedjük meg azokat az operátorokat is, amelyek a bozonoknak fermionokba való transzformálását írják le (és megfordítva is természetesen), tehát csak a teljes részecskeszámot, a bozonok és fermionok számának összegét őrzik meg!

Ezek a $b_i^+ a_\alpha$ és $a_\alpha^+ b_i$ típusú bilineáris szorzatok. Leltárunkban ekkor a következő operátorok szerepelnek:

$$\begin{array}{ll}
 G_{ij}^B = b_i^+ b_j & n^2 \text{ db,} \\
 G_{\alpha\beta}^F = a_\alpha^+ a_\beta^+ & m^2 \text{ db,} \\
 F_{i\alpha}^+ = b_i^+ a_\alpha & mn \text{ db,} \\
 F_{i\alpha} = a_\alpha^+ b_i & mn \text{ db,} \\
 \hline
 \text{összesen:} & (m+n)^2 \text{ db.}
 \end{array} \tag{105}$$

Ezek az operátorok ismét egy algebrát alkotnak, amelynek neve gradált vagy szuper-Lie-algebra. Ezeknek az algebrai struktúráknak az elmélete meglehetősen fiatal, kívül esik a 2.2. alfejezet rövid áttekintésén, a részleteket a [21] munkában és hivatkozásaiban találjuk. A szuper-Lie-algebra elemei egy szuper-Lie-csoportot generálnak, speciálisan (105) elemei az $U(n/n)$ jelű csoportot. Ekkor a szuperszimmetriát úgy jellemezhetjük, hogy az egy olyan dinamikai szimmetriát jelent, amelyet egy G^* szuper-Lie-csoportból kiindulva csoportlánc jellemez:

$$G^* \supset G' \supset G'' \supset \dots, \quad (106)$$

ahol a csoportláncra vonatkozó egyéb feltételek azonosak az előzővel (16). Speciálisan (104) általánosításaként az

$$\begin{aligned} U(6/4) \supset U^B(6) \times U^F(4) \supset O^B(6) \times SU^F(4) \supset \\ \supset Spin(6) \supset Spin(5) \supset Spin(3) \end{aligned} \quad (107)$$

szuperszimmetriára jutunk.

A (107) dinamikai szuperszimmetria az energiára és az elektromágneses átmenetek valószínűségére zárt formulát szolgáltat. A multipletteket ismét a csoportok reprezentációs indexei definiálják, és — amint már előre jeleztük — ezek a szupermultiplettek tartalmaznak (egy multipletten belül is) bozon- és fermionállapotokat, vagyis páros-páros és páros-páratlan magok állapotait. Most már az energiaformulának azonos paraméterekkel kell megadnia a szomszédos magok állapotainak energiáját, és hasonló megkötés áll az átmeneti valószínűségekre is. A kísérleti adatokkal való szembesítés azt mutatja [21], hogy a (107) szimmetria a Pt—Os tartományban kb. 18%-os sérüléssel valósul meg, ami az energiákat illeti, és kb. 42%-os sérüléssel, ami az E2 átmeneteket illeti. Nem szabad szem elől tévesztenünk, hogy ezek a sértések nem csak a szuperszimmetria sérüléséből adódnak, hiszen az alapjául szolgáló $O^B(6)$ -os bozonszimmetria szintén csak közelítő jellegű.

A 3.7. alfejezetben említett második osztályba tartozó bozon-fermion dinamikai szimmetriák hasonlóképpen általánosíthatók szuperszimmetriákká [62, 63], ami érzékelteti, hogy a magfizikai (közelítő) szuperszimmetria nem egyedi és kivételes, hanem (egyre inkább) a komplex spektroszkópai adatok analízisének eszköze. Az ilyen irányú vizsgálatok a magkutatásnak az egyik legérdekesebb és legnagyobb aktivitással művelt területét jelentik.

4. Összefoglalás

Ebben a cikkben a kölcsönhatóbozon-közelítést mutattuk be vázlatosan. E közelítés az atommagok kollektív tulajdonságait algebrai módszerek segítségével írja le, és lehetőséget nyújt az egyrészecksés szabadsági fokok kezelésére is. Fontos szerephez jut benne a szimmetriák vizsgálata. Mindezek az ismérvek képesítettek arra, hogy a klasszikus magszerkezet-kutatásban az elmúlt tíz évben bekövetkezett megújulásnak egyik kiváltója legyen.

5. Irodalomjegyzék

Összefoglaló irodalomjegyzék

I. *A matematikai apparátusról:*

1. G. G. HALL: Alkalmazott csoportelmélet. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1975.
2. WIGNER J.: Csoportelméleti módszer a kvantummechanikában. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1979.
3. H. J. LIPKIN: Lie Groups for Pedestrians. North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1965.
4. M. HAMERMESH: Group Theory and Its Application to Physical Problems. Addison-Wesley Publ. Co., Reading, 1962.
5. B. G. WYBOURNE: Classical Groups for Physicists. John Wiley and Sons Inc., New York, 1974.
6. R. GILMORE: Lie Groups, Lie Algebras and Some of their Applications. John Wiley and Sons Inc., New York, 1974.

II. *A közelítés módszeréről:*

7. F. IACHELLO: Group Theory and Nuclear Spectroscopy. Lecture Notes in Physics **119** (1980) 140.
8. A. ARIMA—F. IACHELLO: Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **31** (1981) 75.
9. I. TALMI: Comments Nucl. Part. Phys. **11** (1983) 241.
10. F. IACHELLO: Nucl. Phys. **A396** (1983) 233.
11. A. ARIMA: Nucl. Phys. **A421** (1984) 63.
12. A. ARIMA—F. IACHELLO: Adv. Nucl. Phys. **13** (1984) 139.

Hivatkozások

1. F. IACHELLO: *Chem. Phys. Lett.* **78** (1981) 581.
2. F. IACHELLO: *Phys. Rev.* **C23** (1981) 2778.
3. F. IACHELLO: in *Proc. Int. Symp. on In-Beam Nuclear Spectroscopy*, Debrecen, 1984. Eds.: Zs. DOMBRÁDI—T. FÉNYES. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1984, p. 631.
4. F. IACHELLO—R. D. LEVINE: *J. Chem. Phys.* **77** (1982) 3046.
5. K. A. ERB—D. A. BROMLEY: *Phys. Rev.* **C23** (1981) 2781.
6. J. CSEH: *Phys. Rev.* **C27** (1983) 2991.
7. J. CSEH: *Phys. Rev.* **C31** (1985) 692.
8. O. S. VAN ROOSMALEN—F. IACHELLO—R. D. LEVINE—A. E. L. DIEPERINK: *J. Chem. Phys.* **71** (1983) 2515.
9. A. ARIMA—F. IACHELLO: *Phys. Rev. Lett.* **35** (1975) 1069.
10. A. ARIMA—F. IACHELLO: *Ann. Phys.* **99** (1976) 253.
11. A. ARIMA—F. IACHELLO: *Ann. Phys.* **111** (1978) 201.
12. A. ARIMA—F. IACHELLO: *Ann. Phys.* **123** (1979) 468.
13. *Interacting Bosons in Nucl. Phys. Proc. Int. Symp.*, Erice, 1978. Ed.: F. IACHELLO, Plenum Press, New York, 1979.
14. M. MOSHINSKY: *Nucl. Phys.* **A354** (1981) 257.
15. T. OTSUKA—A. ARIMA—F. IACHELLO—I. TALMI: *Phys. Lett.* **76B** (1978) 139.
16. P. HALSE—J. P. ELLIOTT—J. A. EVANS: *Nucl. Phys.* **A417** (1984) 301.
17. F. IACHELLO—A. D. JACKSON: *Phys. Lett.* **108B** (1982) 151.
18. H. DALEY—F. IACHELLO: *Phys. Lett.* **131B** (1983) 281.
19. F. IACHELLO—O. SCHOLTEN: *Phys. Rev. Lett.* **43** (1979) 679.
20. A. ARIMA—F. IACHELLO: *Phys. Rev.* **C14** (1976) 761.
21. A. B. BALANTEKIN—I. BARS—F. IACHELLO: *Nucl. Phys.* **A370** (1981) 284.
22. S. LEVIT—U. SMILANSKY: *Nucl. Phys.* **A389** (1982) 56.
23. O. S. VAN ROOSMALEN—A. E. L. DIEPERINK: *Ann. Phys.* **139** (1982) 198.
24. F. IACHELLO: in *Proc. Int. Conf. on Clustering Aspects of Nuclear Structure*, Chester, 1984. Eds.: J. S. LILLEY—M. A. NAGARAJAN. Reidel Publ. Co., Dordrecht, 1985, p. 101.
25. D. A. BROMLEY: in *Proc. Int. Conf. on Clustering Aspects of Nuclear Structure*, Chester, 1984. Eds.: J. S. LILLEY—M. A. NAGARAJAN. Reidel Publ. Co., Dordrecht, 1985, p. 1.
26. J. CSEH: in *Proc. Int. Symp. on In-Beam Nuclear Spectroscopy*,

- Debrecen, 1984. Eds: Zs. DOMBRÁDI—T. FÉNYES. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1984, p. 643.
27. O. S. VAN ROOSMALEN—A. E. L. DIEPERINK—F. IACHELLO: *Chem. Phys. Lett.* **85** (1982) 32.
 28. A. BOHR—B. MOTTelson: *Nuclear Structure. Vol. 2.* W. A. Benjamin Inc., Reading, MA, 1975.
 29. *Interacting Bose-Fermi Systems in Nuclei. Proc. Int. Symp., Erice, 1980.* Ed.: F. IACHELLO, Plenum Press, New York, 1981.
 30. *Collective Bands in Nuclei. Proc. Int. School on Nucl. Phys., Erice, 1982. (Progress in Particle and Nuclear Physics. Vol. 9.)* Ed.: D. WILKINSON, Pergamon Press, Oxford, 1983.
 31. D. D. WARNER—R. F. CASTEN: *Phys. Rev. Lett.* **48** (1982) 1385.
 32. P. VAN ISACKER—J. Q. CHEN: *Phys. Rev.* **C24** (1981) 684.
 33. O. SCHOLTEN—F. IACHELLO—A. ARIMA: *Ann. Phys.* **115** (1978) 325.
 34. P. VAN ISACKER—K. HEYDE—M. WOROQUIER—G. WENES: *Phys. Lett.* **104B** (1981) 5.
 35. P. VAN ISACKER: in *Interacting Bose-Fermi Systems in Nuclei. Proc. Int. Symp., Erice, 1980.* Ed.: F. IACHELLO. Plenum Press, New York, 1981, p. 115.
 36. I. MORRISON—J. WEISE: *J. Phys.* **G8** (1982) 687.
 37. G. MAINO—A. VENTURA—L. ZUFFI—F. IACHELLO: *Phys. Rev.* **C30** (1984) 2101.
 38. A. GELBERG—A. ZEMEL: *Phys. Rev.* **C22** (1980) 937.
 39. I. MORRISON—A. FAESSLER—C. LIMA: *Nucl. Phys.* **A372** (1981) 13.
 40. R. GILMORE: *J. Math. Phys.* **20** (1979) 891.
 41. G. GNEUSS—W. GREINER: *Nucl. Phys.* **A171** (1971) 449.
 42. D. JANSSEN—R. V. JOLOS—F. DÖNAU: *Nucl. Phys.* **A293** (1974) 93.
 43. A. ARIMA—T. OTSUKA—F. IACHELLO—I. TALMI: *Phys. Lett.* **66B** (1977) 205.
 44. B. R. BARRETT: *Revista Mexicana de Fisica* **27** (1981) 533.
 45. J. P. ELLIOTT: *Rep. Prog. Phys.* **48** (1985) 171.
 46. A. E. L. DIEPERINK—G. WENES: *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **35** (1985) 77.
 47. N. YOSHIDA—A. ARIMA—T. OTSUKA: *Phys. Lett.* **114B** (1982) 86.
 48. P. D. DUVAL—B. R. BARRETT: *Phys. Lett.* **100B** (1981) 223.
 49. M. SAMBATARO—G. MOLNÁR: *Nucl. Phys.* **A376** (1982) 201.
 50. F. IACHELLO: *Phys. Rev. Lett.* **53** (1984) 1427.
 51. W. D. HAMILTON—A. IRBÄCK—J. P. ELLIOTT: *Phys. Rev. Lett.* **53** (1984) 2469.

52. A. DE SHALIT—I. TALMI: Nuclear Shell Theory. Academic Press, New York, 1963.
53. A. ARIMA—T. OTSUKA—F. IACHELLO—I. TALMI: Phys. Lett. **66B** (1977) 205.
54. I. TALMI: Nucl. Phys. **A172** (1971) 1.
55. M. MOSHINSKY: Lecture Notes in Physics **201** (1984) 360.
56. LOVAS R.: ATOMKI Riport X/16 (1985).
57. H. J. DALEY—M. GAI: Phys. Lett. **149B** (1984) 13.
58. MARX GY.: Fizika Szemle **XXXIV** (1984) 248.
59. V. A. KOSTELECKY—M. M. NIETO: Phys. Rev. Lett. **53** (1984) 2285.
60. B. ZUMINO: CERN Courier, Jan.—Feb. 1983. p. 18.
61. F. IACHELLO: Phys. Rev. Lett. **44** (1980) 772.
62. P. VAN ISACKER—A. FRANK—S. HON-HOU: Ann. Phys. **157** (1984) 183.
63. P. VAN ISACKER—J. JOLIE—K. HEYDE—A. FRANK: Phys. Rev. Lett. **54** (1985) 653.

A kiadásért felelős az Akadémiai Kiadó és Nyomda Vállalat igazgatója

A nyomdai munkálatokat a Szegedi Nyomda végezte

90-1843 Szegedi Nyomda

Felelős vezető: Molnár Tibor igazgató

Felelős szerkesztő: Sente László

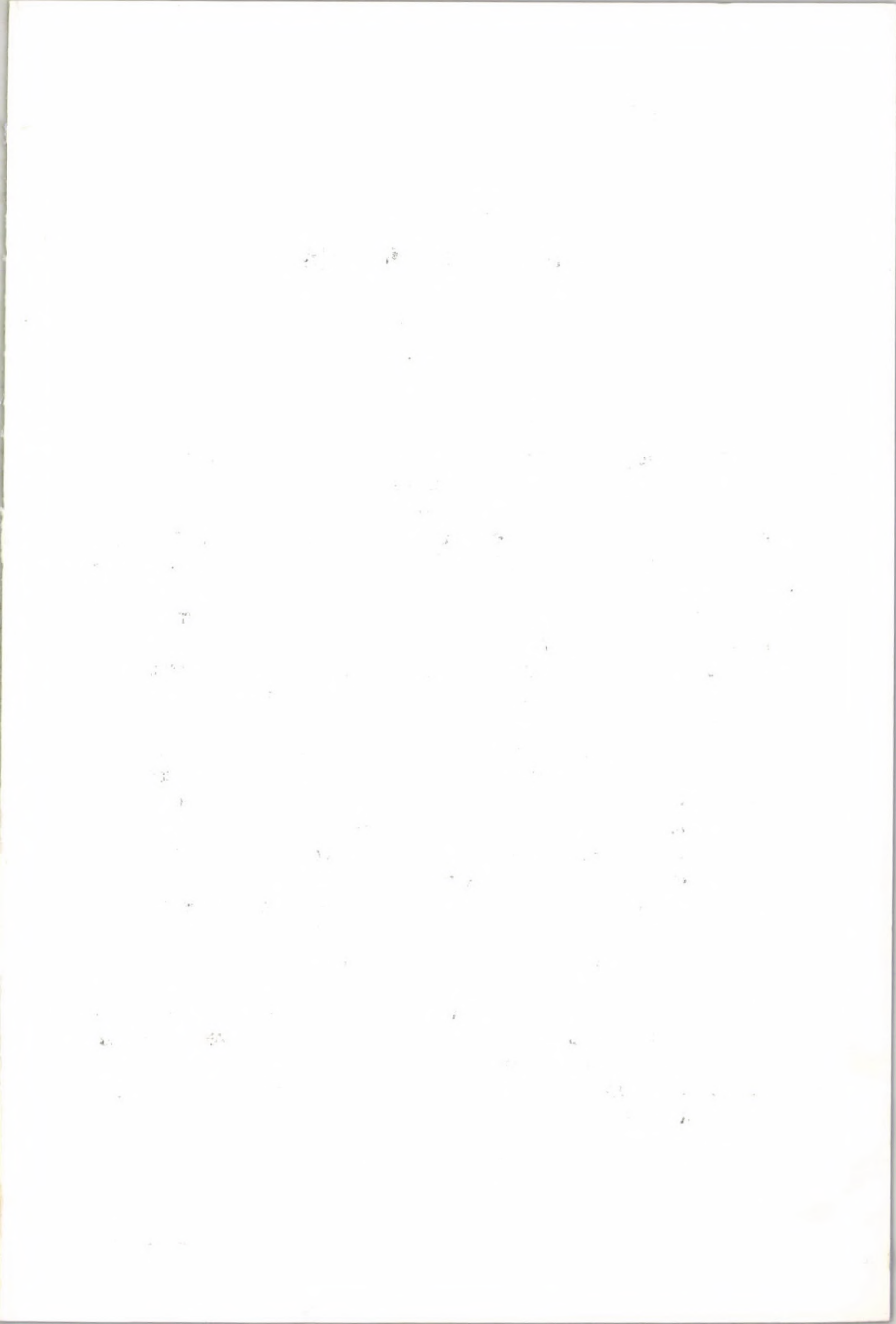
Műszaki szerkesztő: Csákvári András

A kötéstervező Somlai Vilma munkája

Kiadványszám: 2775

Megjelent: 18 (A/5) ív terjedelemben

HU ISSN 0231-2700



Az atommagok kollektív gerjesztései

Szerkesztette

Lovas István

Az atommagok kollektív gerjesztéseinek tanulmányozása a magfizika egyik legfontosabb fejezete, jelentősen hozzájárul az atommagok belső szerkezetének megismeréséhez.

Az első tanulmány áttekinti a magfelület deformációjára, a vibrációs és rotációs gerjesztésekre vonatkozó alapfogalmakat, majd a deformált magtörzs körül mozgó nukleon egyrészezske-gerjesztéseinek legfontosabb tulajdonságait ismerteti. Külön kitér a nagy energiájú vibrációs gerjesztésekre is. Célja a többi tanulmány jobb megértésének elősegítése.

A további tanulmányok betekintést adnak a kollektív gerjesztések három olyan területére, amelyek jelenleg a kutatások élvonalába tartoznak.

A második azoknak az igen magasán gerjesztett magállapotoknak a tulajdonságait vizsgálja, amelyek rendszerint nehéz ionokkal történő gerjesztések révén jönnek létre, és az atommag tengely körüli, igen gyors forgásával kapcsolatosak, s ez a forgási állapot visszahat a gerjesztett mag alakjára, tehetetlenségi nyomatékára.

A harmadik az atommagok óriásrezonanciáinak széles területet átfogó, alapos áttekintése. Ezek a nagy energiájú, erős kollektív gerjesztések már korábban is jelentkeztek kísérletekben, de tulajdonságaik feltárása és elméleti értelmezésük ma is a magfizika fontos területét képezi.

A negyedik tanulmány az atommagok kollektív tulajdonságainak leírására létrehozott, algebrai-csoportelméleti módszerekre támaszkodó kölcsönhatóbozon-modellek áttekintésére vállalkozik. Ezeket az elvont gondolkodást igénylő modelleket közérthető és szemléletes formában tárgyalja.